Könyvtára

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том VI

5

1961

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Главный редактор В. А. КОТЕЛЬНИКОВ

Заместители гл. редактора: Д. В. ЗЕРНОВ, Ю. Б. КОБЗАРЕВ

Редакционная коллегия:

А. И. БЕРГ, Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, И. С. ГОНОРОВСКИЙ, В. Л. ГРАНОВСКИЙ, Л. А. ЖЕКУЛИН, Н. Д. ДЕВЯТКОВ, Л. Н. ДОБРЕЦОВ, А. Н. КАЗАНЦЕВ, С. Г. КАЛАШНИКОВ, П. Л. КАПИЦА, В. В. МИГУЛИН, А. Л. МИКАЭЛЯН, А. А. ПИСТОЛЬКОРС, А. М. ПРОХОРОВ, С. М. РЫТОВ, В. И. СИФОРОВ, Я. Н. ФЕЛЬД, С. Э. ХАЙКИН, Б. М. ЦАРЕВ

Ученый секретарь редакции Г. А. ВЕРНАШЕВСКИЙ

MTA. Számtechn. Könyvtára
Leltározva
1962 év 482 sz.

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том VI МАЙ 1961 **Вып. 5**

MTA Számítástechnikai Könyvtára

СОДЕРЖАНИЕ

Лопухин В. М. Теорема о кинетической мощности и ее применения к электронно-лучевым приборам (обзор) 683

Митяшев Б. Н. О помехоустойчивости двух способов приема импульсных сигналов 706

Дружинин Г. В. Резервирование элементов электронных схем по нагрузке . . 716

Калинин А. И. О влиянии Земли при дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн 723

Новиков В. В., Макаров Г. И. Распространение импульсных сигналов над плоской однородной земной поверхностью 728

Кокурин Ю. Л., Сухановский А. Н., Алексеев Ю. И. Исследование модели крупномасштабных неоднородностей ионосферы радиоастрономическим методом. 738

Крылов Г. Н. Структура электромагнитного поля направленных антенн над плоской землей с конечной проводимостью 747

Яшкин А. Я. Об одном методе расчета прямых и изогнутых волноводов сложного сечения в системах, допускающих разделение переменных 754

Лошаков Л. Н. О коэффициенте связи между электронным потоком и замедляющей системой в приборе СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении 767

Мусин А. К. О движении плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях 770

Карасев М. Д. Влияние паразитных параметров полупроводникового диода на работу параметрического усилителя 779

Микаэлян А. Л., Васильев А. А. Взаимодействие магнитостатических колебаний в ферритовом образце при регенерации. Ч. II. Условия возбуждения колебаний в общем случае 789

Басов Н. Г., Никитин В. В., Ораевский А. Н. Исследование зависимости частоты молекулярных генераторов от различных параметров. Ч. I (теория, линия $J = 3$, $K = 2$) 796

Сиулина Г. А., Фещенко Г. А. Спиновые уровни иона Fe^{3+} в корунде . . . 806

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Хайтун Ф. И. Об увеличении дальности передачи импульсных сигналов заданной энергии при помехах произвольного спектра 815

Цубинский Б. А. Метод идеального измерения параметров колебания 818

Сухов В. А. Характеристическое сопротивление и затухание *TEM*-волны, распространяющейся вдоль многопроводной линии из прямоугольных проводников 820

Явич Л. Р. Замечания по расчету каскадных соединений n одинаковых четырехполюсников 824

Цейтлин М. Б., Ильина Е. М. О форме поля в лампе обратной волны при наличии распределенного затухания 826

Шур А. А., Максимов Г. С. Об одном методе измерения флуктуаций фазы радиоволн при изучении дальнего тропосферного распространения 828

Гершензон Е. М., Птицына Н. Г., Рожкова Г. И., Эткин В. С. Об одноконтурном параметрическом усилителе 829

Вахрамеев А. Н. Экспериментальное исследование вынужденных колебаний в параметрически регенерированном колебательном контуре. 835

Гершензон Е. М., Эткин В. С. О спектральных и амплитудно-частотных характеристиках сверхрегенеративных параметрических усилителей 837

Цьяков Ю. Е. О передаточной функции суперрегенеративного параметрического усилителя 838

Дьяков Ю. Е. Об одной ошибке, допускаемой при рассмотрении двухконтурного параметрического усилителя . . . . . .
Кравцов Ю. А. Учет комбинационных частот в системах с периодически меняющейся реактивностью . . . . . .
Берестовский Г. Н. Влияние асимметрии на работу двухтактных полупроводниковых преобразователей с внешним возбуждением . . . . . .
Карлов Н. В., Пименов Ю. П., Прохоров А. М. Парамагнитный усилитель 10-*см* диапазона с использованием ионов Fe^{3+} в корунде . . . . . .
Микаэлян А. Л., Васильев А. А., Дьяченко В. В. Регенерация в феррите на СВЧ при воздействии продольной накачки . . . . . .
Веселаго Г. В. Спиновый генератор . . . . . .

ХРОНИКА

Спивак Г. В., Верцнер В. Н., Лукьянович В. М., Левин Е. Е., Скаков Ю. А. 3-е Всесоюзное совещание по электронной микроскопии . . . . . .
Акопов К. А., Карелина Н. А., Покалякин В. И., Степанов Г. В. Междуведомственный семинар по катодной электронике (17-е заседание) . . . . . .

Адрес редакции: Москва К-9, Моховая, 11, Институт радиотехники и электроники АН СССР, редакция журнала «Радиотехника и электроника»
Технический редактор *Т. А. Аверкиева*

Т-05260. Подписано к печати 29/IV-1961 г. Тираж 6000 экз. Заказ 15
Формат бумаги $70\times108^1/_{16}$. Печ. л. 15,75+2 вкл. Бум. л. $5^3/_4$. Уч.-изд. листов 18

2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер.,

ЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ К ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВЫМ ПРИБОРАМ (ОБЗОР)

В. М. Лопухин

Рассмотрено применение теоремы о кинетической мощности к работе ряда электронно-лучевых приборов СВЧ: пролетного клистрона, лампы бегущей волны, двулучевой лампы.

Обсуждаются возможность отбора энергии от быстрой волны пространственного заряда и возможность уменьшения шумов электронно-лучевых приборов.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в печати интенсивно обсуждается вопрос увеличения вствительности, т. е. уменьшения коэффициента шума приборов типа мпы бегущей волны (ЛБВ).

Было установлено, что коэффициент шума ЛБВ с продольным взаимойствием потока и поля определяется свойствами и режимом работы ка-да, распределением потенциала в прожекторе. Для уменьшения коэффициента шума ЛБВ на некоторой частоте необходимо, чтобы волны шума потоке, возбуждаемые на этой же частоте дробовыми процессами на ка-де, наводили возможно меньшую шумовую эдс во входную антен- ЛБВ, куда поступает также и усиливаемый сигнал. Обзор этих работ, полненных до 1957 г., дан в статьях [1, 2]; там же приведена библиоафия.

В работах [3, 4] описаны ЛБВ-усилители диапазона волн 10 *см* с коэффициентом шума меньше 4 *дб*. В этих лампах использовались прожекторы грубчатым электронным потоком и специальным распределением статического поля в прожекторе, которое возрастало весьма медленно по зако-, отличному от лэнгмюровского. Минимальный измеренный коэффициент шума равнялся 3,5 *дб*.

В заметке [5] сообщалось об ЛБВ диапазона волн 10 *см* с минимальным коэффициентом шума, также равным 3,5 *дб*. Пучок имел вид сплошного цилиндра, поле в прожекторе изменялось очень плавно.

В статье [6] исследованы малошумящие лампы обратной волны (ЛОВ) минимальным коэффициентом шума 2,9 *дб* и прожекторами того же типа, о и в [3, 4].

Напомним, что минимальный коэффициент шума ЛБВ в соответствии односкоростной теорией равен 6,3 *дб* [7]. Эта величина значительно пре-шает коэффициент шума экспериментальных ламп. Это объясняется, -видимому, тем, что экспериментальные лампы имеют вблизи катода, е потенциал нарастает весьма медленно, длинный многоскоростной асток, который является трансформатором, уменьшающим шумы в по-ке.

В статьях [8, 9] изучен вопрос о коэффициенте шума ЛБВ с поперечным сокочастотным полем.

Продольные хаотические токи не взаимодействовали с поперечными лями, поэтому они практически не влияли на коэффициент шума.

Поперечные хаотические смещения электронов, возникающие в электнном прожекторе, частично уменьшались при помощи коллиматора — кой щели, через которую пролетал электронный поток из прожектора.

Минимальный коэффициент шума, полученный с ЛБВ этого типа, рав нялся 6 *дб*, расчетный минимальный коэффициент шума равнялся 2 *дб*.

Дальнейшее уменьшение коэффициента шума ЛБВ оказалось возмож ным осуществить в результате более детального изучения волн в элект ронном потоке, возбуждаемых флуктуациями тока и скорости, а такж усиливаемым сигналом. Известно [10, 11], что переменные во времен величины, характеризующие ток, скорость и плотность тока в электрон ном потоке, можно представить в виде суперпозиции быстрых и медленны волн электронного потока. Быстрые волны связаны с преобладанием быст рых, а медленные — медленных электронов в потоке. Эти волны обладаю интересными особенностями. Так, например, быструю волну, в том числ и быструю волну, возбуждаемую дробовыми флуктуациями тока или ско рости, можно при помощи какой-либо замедляющей системы или резона тора отобрать из электронного потока, тогда как медленную волну отоб рать нельзя. В то же время работа ЛБВ, т. е. появление нарастающих вол в замедляющей системе, связана с замедлением электронов, т. е. с увели чением амплитуды медленной электронной волны.

На основании этих свойств электронных волн было предложено «обес шумить» электронный поток, т. е., говоря точнее, уменьшить амплитуд быстрой электронной волны, возбуждаемой в электронном потоке дробо выми флуктуациями плотности тока или скорости. Вместо быстрой шумо вой волны в электронный поток вводится волна сигнала. Однако она н может усиливаться при помощи обычного механизма работы ЛБВ. Дл ее усиления было предложено использовать параметрическое воздействи на электронный поток.

В электронный поток помимо сигнала, имеющего вид быстрой волн пространственного заряда, и шума, имеющего вид медленной электронно волны потока, поступает мощность накачки с частотой $\omega_н \neq \omega$ (ω — част та сигнала).

В этих условиях, при некоторых соотношениях параметров задач для быстрой волны сигнала возможны нарастающие с координатой реш ния. Источником мощности при этом является мощность волны накачк

Усилители этого типа называются параметрическими электронно-лу чевыми усилителями. Статьи [12—14] посвящены теоретическому изуч нию электронно-лучевых параметрических усилителей с продольным вза имодействием. Наиболее полным образом задача поставлена в [14], гд учитываются все комбинационные частоты, возникающие в электронно потоке при накачке. В работах [15—18] экспериментально изучены эф фекты усиления, связанного с параметрическим взаимодействием: в элек тронном потоке в отсутствие замедляющей системы [15, 16], в ЛОВ [17 и ЛБВ [18]. В статьях [19, 20] теоретически исследована трансформаци волн в замедляющей системе, пронизываемой электронным потоком. По казано, что быструю волну электронного потока можно перевести в вол ну замедляющей системы и затем поглотить ее согласованной нагрузкой В то же время сигнал из замедляющей системы можно перевести в быст рую волну потока.

Экспериментальные работы по изучению коэффициента шума парамет рических ЛБВ с продольным взаимодействием пока не дали хороши результатов: в литературе не описаны лампы такого типа с малым коэф фициентом шума.

Наиболее эффективными в отношении уменьшения коэффициента шум оказались параметрические ЛБВ с поперечным полем [21—24]. Неко торые лампы этого типа имели коэффициент шума 1,3 *дб*, что значительн меньше, чем коэффициент шума даже лучших образцов непараметрически ЛБВ.

Теория параметрического усилителя на поперечном поле изложен в статьях [25, 26].

Целью настоящего обзора является изложение ряда вопросов, связан

ıх с течением энергии в электронных потоках и применением к электрон-
)-лучевым приборам теоремы о кинетической мощности. Эта теорема,
)ормулированная Чу [27, 28], тесно связана с задачей отбора шумовой
)щности от электронного потока. Она поясняет также механизм взаимо-
йствия электронов и поля и дает критерий реальности экспоненциально
растающих с координатой выражений для полей, появляющихся при
вместном решении уравнений движения электронов и электромагнитно-
поля.

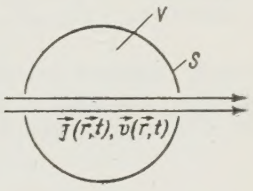
Эта теорема была обобщена Хаусом [29] для параметрического электрон-
ого потока. Она связана с соотношениями Мэнли — Роу [30], описыва-
щими течение энергии в нелинейных системах с реактивными элементами.

1. ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ДЛЯ *N*-ЛУЧЕВОГО ПОТОКА

Закон сохранения энергии в электронном потоке в применении к тео-
ии малых амплитуд сформулирован в виде теоремы о кинетической мощ-
)сти.

Эта теорема была приведена Чу [27,28] для одного потока. Ниже
)иведен вывод этой теоремы для N-лучевого потока.

Рассмотрим объем V, ограниченный замкнутой поверхностью S (см.
ис. 1). Пусть этот объем пронизывается N электронными потоками,



ис. 1. Резонатор объема V, ограниченный поверхностью S, пронизывается электронным потоком, плотность которого $\vec{j}(\vec{r}, t)$ и скорость $\vec{v}(\vec{r}, t)$

аспространяющимися в направлении оси z со средними скоростями
$_n(n=1, 2, \ldots, N)$. Потоки считаем перемешанными по сечению, а средний
лектронный заряд — скомпенсированным ионным фоном.

Пусть скорость электронов, плотность заряда и плотность тока
лектронов в потоке номера n имеют вид

$$\vec{v}_{0n} + \vec{v}_n \exp i\omega t, \tag{1}$$

$$\rho_{0n} + \rho_n \exp i\omega t, \tag{2}$$

$$\vec{j}_{0n} + \vec{j}_n \exp i\omega t, \tag{3}$$

де $\vec{v}_{0n}$, ρ_{0n} и $\vec{j}_{0n}$ — постоянные составляющие соответствующих величин,
е зависящие ни от координат, ни от времени, а $\vec{v}_n$, ρ_n и $\vec{j}_n$ — ампли-
уды переменных величин, они не зависят от времени, но могут зави-
еть от координат; ω — круговая частота.

Примем, что справедлива теория малых амплитуд, так что

$$|v_n| \ll v_{0n}, \tag{4}$$

$$|\rho_n| \ll \rho_{0n}, \tag{5}$$

$$|j_h| \ll j_{0n}. \tag{6}$$

удем исходить из уравнений Максвелла, уравнения непрерывности

и уравнения движения электрона:

$$[\nabla \vec{E}] = -i\omega\mu\vec{H}, \tag{7}$$

$$[\nabla \vec{H}] = i\omega\varepsilon\vec{E} + \sum_{n=1}^{N} \vec{j}_n, \tag{8}$$

$$\nabla \vec{j}_n = -i\omega\rho_n, \tag{9}$$

$$i\omega\vec{v}_n + (\vec{v}_{0n}\nabla)\vec{v}_n = \frac{e}{m}\vec{E}, \tag{10}$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей, μ и ε — магнитная и электрическая проницаемости вещества, заполняющего объем V; e и m — заряд и масса электрона.

Умножая (7) на $\vec{H}^*$, а уравнение, комплексно-сопряженное уравнению (8), на $\vec{E}$ и вычитая соответственно левые и правые части получившихся уравнений (8) и (7), имеем

$$\nabla[\vec{E}\vec{H}^*] = -i\omega\mu\vec{H}\vec{H}^* + i\omega\varepsilon E E^* - \sum_{n=1}^{N} \vec{E}\vec{j}_n^*. \tag{11}$$

Умножая (11) на $\vec{j}_n^*$, имеем

$$i\omega\vec{v}_n\vec{j}_n^* + \vec{j}_n^*(\vec{v}_{0n}\nabla)\vec{v}_n = \frac{e}{m}\vec{E}\vec{j}_n^*. \tag{12}$$

Воспользовавшись условием малых амплитуд, получаем

$$\vec{j}_n = \rho_{0n}\vec{v}_n + \vec{v}_{0n}\rho_n. \tag{13}$$

Ниже принято, что электроны движутся только вдоль оси z, т. е. $j = \rho v$ и $v = v_z$. Подставляя в уравнение (12) $\vec{j}_n^*$, вычисленное при помощи (13) и ρ_n из (9), получаем

$$\vec{E}\vec{j}_n^* = \frac{m}{e}[i\omega v_n v_n^* \rho_{0n} + \nabla(\vec{j}_n^* v_{0n} v_n)]. \tag{14}$$

Подставив (12) в (11), имеем

$$\nabla\left([\vec{E}\vec{H}^*] + \sum_{n=1}^{N} \vec{j}_n^* \frac{m}{e} v_{0n} v_n\right) = i\omega\left[(\varepsilon\vec{E}\vec{E}^* - \mu\vec{H}\vec{H}^*) - \sum_{n=1}^{N} \frac{m}{e}\rho_{0n} v_n v_n^*\right]. \tag{15}$$

Интегрируя обе части (15) по объему V, переходя далее в левой части к поверхностным интегралам по поверхности S и вычисляя действительную часть получившегося уравнения, приходим к математической формулировке теоремы о кинетической мощности для N-лучевой лампы

$$\{P_{\text{изл}}\} + \{P_{\text{к}}\} = 0, \tag{16}$$

где

$$\{P_{\text{изл}}\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\int_S [\vec{E}\vec{H}^*]\, d\vec{S}; \tag{17}$$

$$\{P_{\text{к}}\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\sum_{n=1}^{N}\int V_{\text{кп}}\vec{j}_n^*\, d\vec{S}; \tag{18}$$

$\{P_{\text{изл}}\}$ — средняя за период мощность, излученная через поверхность S; при $\{P_{\text{изл}}\} > 0$ энергия вытекает из объема V; $\{P_{\text{к}}\}$ — средняя за период

нетическая мощность N-лучевого потока; $V_{кп} = \frac{m}{e} v_{0n} v_n$ — кинетический тенциал потока номера N.

Из соотношений (15) и (16) ясно, что $\{P_к\} = \{P_e\}$, где $\{P_e\}$ — средняя период электронная мощность взаимодействия потока и поля, дава- ая равенством

$$\{P_e\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V \vec{j}^* \vec{E} dV. \tag{19}$$

Представим выражение для кинетической мощности (18) в несколько ом виде. Пусть S_0 — сечение электронного потока, а $\vec{j}_n$ и $V_{кп}$ имеют вид:

$$\vec{j}_n = \psi(x, y) j_n(z) \vec{z}_0, \; V_{кп} = \psi(x, y) V_{кп}(z),$$

е $\psi(x, y)$ — функция, характеризующая распределение плотности тока кинетического потенциала по сечению потока.

Рассмотрим участок электронного потока, заключенный между пло- остями $z = 0$ и $z = l$. Поверхность $S = S_1 + S_2 + S_3$, где S_1 и S_3 — торцо- ые, а S_2 боковая поверхности цилиндрического электронного потока. роводя в (19) интегрирование по поверхности S, получаем

$$\{P_к\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{N} \hat{I}_n(l) V_{кп}(l) - \sum_{n=1}^{N} \hat{I}_n(0) V_{кп}(0) \right], \tag{20}$$

де $\hat{I}_n(l) = \hat{S} j(l)$; $\hat{S} = \int_{S_0} \psi^2 dx dy$; $j_n(0)$, $V_{кп}(0)$, $j_n(l)$, $V_{кп}(l)$ — значения j_n $V_{кп}$ в начальном и конечном сечениях электронного потока. Задача альнейших расчетов состоит в том, чтобы вычислить величину $\{P_e\} = \{P_к\}$ для различных волн в электронных потоках и найти условия, при оторых $\{P_к\} < 0$.

2. ВОЛНЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ И ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ

Применим теорему о кинетической мощности к волнам в электронном отоке. Известно (см., например, [11]), что в электронном потоке со редней скоростью v_0 и плотностью заряда ρ_0 в линейном приближе- ии могут распространяться на частоте ω две волны с постоянными аспространения β_1 и β_2:

$$\beta_1 = \beta_e - \beta_p, \tag{21}$$

$$\beta_2 = \beta_e + \beta_p, \tag{22}$$

де

$$\beta_e = \frac{\omega}{v_0}; \quad \beta_p = \frac{\omega_0}{v_0}; \quad \omega_0^2 = \frac{e\rho_0}{m\varepsilon_0}.$$

Эти волны имеют фазовые скорости

$$v_{ф1} = v_0 \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^{-1} > v_0 \tag{23}$$

и

$$v_{ф2} = v_0 \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega}\right)^{-1} < v_0. \tag{24}$$

Таким образом, β_1 соответствует быстрой, а β_2 — медленной волнам в потоке.

Выражения для напряженности поля E, плотности тока j и скорости электронов v имеют вид [11]

$$E = (E_1 e^{i\beta_p z} + E_2 e^{-i\beta_p z}) e^{-i\beta_e z}, \tag{25}$$

$$j = -i\omega\varepsilon_0 (E_1 e^{i\beta_p z} + E_2 e^{-i\beta_p z}) e^{-i\beta_e z}, \tag{26}$$

$$v = e (m i \omega_p)^{-1} (E_1 e^{i\beta_p z} - E_2 e^{-i\beta_p z}) e^{-i\beta_e z}. \tag{27}$$

Из (25)—(27) следует, что E, j и v представляют суперпозицию двух волн, распространяющихся с постоянными распространения β_1 и β_2. Амплитуды волн напряженностей полей E_1 и E_2 определяются начальными условиями, т. е. значениями $v(0)$ и $j(0)$ на входе в систему.

Действительно, полагая в (26) и (27) $z = 0$, имеем

$$j(0) = -i\omega\varepsilon_0 (E_1 + E_2), \tag{28}$$

$$v(0) = e(mi\omega_p)^{-1}(E_1 - E_2). \tag{29}$$

Решая (28) и (29) относительно E_1 и E_2, получаем

$$E_1 = \frac{1}{2}\left[-j(0)(i\omega\varepsilon_0)^{-1} + \frac{m}{e} i\omega_p v(0)\right], \tag{30}$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\left[-j(0)(i\omega\varepsilon_0)^{-1} - \frac{m}{e} i\omega_p v(0)\right]. \tag{31}$$

Значения $j(0)$ и $v(0)$ являются комплексными величинами, зависящими от способа модуляции потока в сечении $z = 0$; в общем случае $E_1 \neq E_2$.

Вводя кинетический потенциал $V_к(z) = mv_0 v/e$ и используя (27), имеем

$$V_к(z) = (i\beta_p)^{-1} e^{-i\beta_e z}(E_1 e^{i\beta_p z} - E_2 e^{-i\beta_p z}). \tag{32}$$

Для конвекционного тока в сечении S_0 получаем выражение

$$I = S_0 j = -i\omega\varepsilon_0 S_0 e^{-i\beta_e z}(E_1 e^{i\beta_p z} + E_2 e^{-i\beta_p z}). \tag{33}$$

Найдем эквивалентное полное сопротивление Z электронного потока в сечении z:

$$Z = \frac{V_к}{I} = Z_0 \frac{E_1 e^{i\beta_p z} - E_2 e^{-i\beta_p z}}{E_1 e^{i\beta_p z} + E_2 e^{-i\beta_p z}}, \tag{34}$$

где

$$Z_0 = (\beta_p \omega \varepsilon_0 S_0)^{-1}. \tag{35}$$

Формула (34) эквивалентна выражению для полного сопротивления двухпроводной линии с волновым сопротивлением Z_0 и постоянной распространения β_p. В том случае, когда условия возбуждения электронного потока в сечении $z = 0$ таковы, что $E_2 = 0$, выражение (34) дает $Z = Z_0 > 0$. Таким образом, в быстрой волне ток и скорость электронов находятся в фазе.

Для случая $E_1 = 0$, $E_2 \neq 0$, когда в потоке возбуждается только медленная волна, имеем $Z = -Z_0 < 0$. В медленной волне ток и скорость электронов находятся в противофазе.

Вычислим среднюю за период мощность взаимодействия тока и кинетического потенциала $V_к$ в сечении z:

$$\{\hat{P}\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re} I^* V_к = \frac{1}{2}\operatorname{Re} Z II^* = \{\operatorname{Re} I \operatorname{Re} V_к\}.$$

Подставив вместо $\operatorname{Re} I$ и $\operatorname{Re} V_к$ их выражения: $\operatorname{Re} I = S_0(\rho_0 \operatorname{Re}\tilde{v} + v_0 \operatorname{Re}\tilde{\rho})$, где S_0 — сечение потока, $\operatorname{Re} V_к = \frac{mv_0}{e}\operatorname{Re}\tilde{v}$, получаем

$$\{\hat{P}\} = \frac{S_0 mv_0}{e}[\rho_0\{(\operatorname{Re}\tilde{v})^2\} + \tilde{v}_0\{\operatorname{Re}\tilde{\rho}\operatorname{Re}\tilde{v}\}]. \tag{36}$$

Из выражения (36) следует, что среднее значение потока кинетической мощности в волне $\{\hat{P}\}$ состоит из двух слагаемых: первого — положительного, пропорционального $\{(\operatorname{Re}\tilde{v})^2\}$, связанного с кинетической

нергией электронов в данном сечении и второго — пропорционального $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}$, причем это слагаемое может быть как положительным, ак и отрицательным. Пусть $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}<0$. Тогда возможны два лучая: 1) $\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}>0$, $\mathrm{Re}\,\tilde{v}<0$, 2) $\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}<0$, $\mathrm{Re}\,\tilde{v}>0$. В первом лучае повышение концентрации частиц по сравнению со средним ровнем сопровождается уменьшением их скорости. Во втором лучае уменьшение концентрации заряженных частиц сопровождается величением их скорости. Следовательно, при $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}<0$ в волне среднем больше медленных электронов, чем быстрых. Аналогичными ассуждениями легко показать, что при $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}>0$ в волне в средем больше быстрых электронов, чем медленных.

Вернемся к выражению (36). Рассмотрим случай $\{\hat{P}\}<0$. При этом $\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}<-\frac{\rho_0}{v_0}\{(\mathrm{Re}\,\tilde{v})^2\}<0$ и, следовательно, в волне избыток медленных электронов и недостаток быстрых. Наоборот, если $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}>0$, го соответствует избытку быстрых электронов, то, как следует из (36), $\hat{P}\}>0$. Заметим, что условие $\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}>0$ не является необходимым ля того, чтобы $\{\hat{P}\}>0$, вследствие наличия члена, пропорционального $\mathrm{Re}\,\tilde{v})^2\}$. Это, однако, не является существенным для проведенных ачественных рассуждений, так как обычно выполняется неравенство $\{(\mathrm{Re}\,\tilde{v})^2\}\ll\{\mathrm{Re}\,\tilde{\rho}\,\mathrm{Re}\,\tilde{v}\}$. В справедливости этого неравенства для волн ространственного заряда легко убедиться, если воспользоваться выражением для $\rho=-\frac{1}{i\omega}\frac{\partial j}{\partial z}$, а также формулами (26) и (27).

Мы провели рассуждения для потоков частиц с положительными арядами. Для электронных потоков эти выводы сохраняют силу, так ак отрицательный знак заряда электрона приводит к необходимости дновременного изменения знака I и $V_к$.

Подставляя (32) и (33) в (36), получаем

$$\{\hat{P}\}=(2Z_0\beta_p^2)^{-1}(E_1E_1^*-E_2E_2^*). \tag{37}$$

Таким образом, средняя мощность взаимодействия тока I и кинетического потенциала $V_к$ есть сумма потоков мощности, связанных с быстрой и медленной волнами. Быстрая волна переносит положительную мощность

$$\{\hat{P}_1\}=(2Z_0\beta_p^2)^{-1}E_1E_1^*>0. \tag{38}$$

то связано с избытком кинетической энергии электронов, т. е. с быстрыми электронами. Медленная волна переносит отрицательную мощность

$$\{\hat{P}_2\}=-(2Z_0\beta_p^2)^{-1}E_2E_2^*<0. \tag{39}$$

Физический смысл этого неравенства состоит в том, что в медленной олне преобладают медленные электроны. В общем случае $\{\hat{P}_1\}\neq\{\hat{P}_2\}$, ак как $E_1\neq E_2$ (см. выражения (30) и (31)). Заметим, что кинетическую мощность $\{\hat{P}\}$ электронного потока не следует путать с электромагнитной мощностью $\{P_{em}\}$ поля в потоке. Величина $\{P_{em}\}$ дается выражением $P_{em}\}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\,VI^*$, где I — электронный ток в потоке; V — высокочастотный отенциал, связанный с продольным полем E_z соотношением $E_z=-\partial V/\partial z$. В статье [31] для волн пространственного заряда в электронном потоке олучено отношение $\{P_{em}\}/\{\hat{P}\}=\pm\omega_p/\omega$, где ω и ω_p — рабочая и плазменная частоты; знаки плюс и минус соответствуют быстрой и медленной волнам. Обычно $\omega_p\ll\omega$; таким образом, мощность электромагнит-

ного поля в волне пространственного заряда много меньше кинетическо мощности. Обмен энергиями потока и резонатора или же поток и замедляющей системы связан с изменением кинетической мощности Выше конечность сечения электронного потока площади S_0 была введен формально; задача по-существу рассматривалась как одномерная. Кор ректный учет конечности сечения электронного потока проведен в рабо тах [32—34], в которых показано, что если электронный поток радиус a пролетает вдоль оси волновода радиуса $b\,(a \leqslant b)$, то в формула линейной теории (например, (25)—(27)) следует заменить β_p н $\beta_{эф}(\beta_e a,\ a/b)$. Графики функции $\beta_{эф}/\beta_p = \omega_{эф}/\omega_p$ приведены в работа [33, 34].

Конечность сечения потока и наличие волновода приводит к умен шению эффективной плазменной частоты.

3. ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ О ВОЗБУЖДЕНИИ РЕЗОНАТОРА

Применим теорему о кинетической мощности к следующей задаче Электронный поток пронизывает резонатор (см. рис. 2), электрическо поле которого изменяется по закону $\mathscr{E}e^{i\omega t}$.

На входе в резонатор плотность тока и скорость электронов известны они равны $j_0 = j(0)\,e^{i\omega t}$ и $v_0 + v(0)\,e^{i\omega t}$. На выходе из резонатора эти же ве личины равны $j_0 + j(\varphi_0)\ e^{i\omega t}$ и $v_0 + v(\varphi_0)e^{i\omega}$ где $\varphi_0 = \omega d/v_0$; d — длина пространств взаимодействия в резонаторе. Пусть повер ность S охватывает резонатор. Теорема кинетической мощности примет вид

$$\{P_{изл}\} + \{\hat{P}(\varphi_0)\} - \{\hat{P}(0)\} = 0, \qquad (4$$

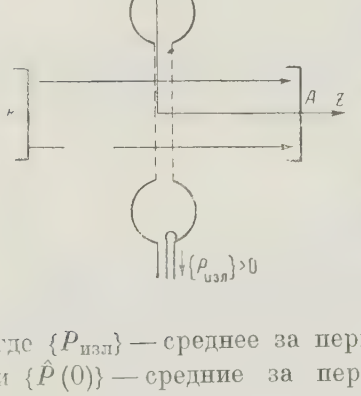


Рис. 2. Резонатор тороидного типа пронизывает электронным потоком, K—катод, A — коллекто поверхность S охватывает резонатор, входное с чение соответствует $z = 0$, а сечение на выходе р зонатора — $z = d$. Если энергия излучается из р зонатора, то $\{P_{изл}\} > 0$

где $\{P_{изл}\}$ — среднее за период значение излученной мощности; $\{\hat{P}(\varphi_0$ и $\{\hat{P}(0)\}$ — средние за период потоки кинетической мощности чер входное и выходное сечения резонатора, причем на основании (37)

$$\{\hat{P}(0)\} = (2Z_0\beta_p^2)^{-1}\,[E_1(0)\,E_1^*(0) - E_2(0)\,E_2^*(0)], \qquad (4$$

$$\{\hat{P}(\varphi_0)\} = (2Z_0\beta_p^2)^{-1}\,[E_1(\varphi_0)\,E_1^*(\varphi_0) - E_2(\varphi_0)\,E_2^*(\varphi_0)], \qquad (4$$

где $E_1(0)$ и $E_2(0)$ — значения амплитуд быстрой и медленной во в потоке в сечении $z = 0$; $E_1(\varphi_0)$ и $E_2(\varphi_0)$ — амплитуды этих же во в сечении $z = d$ (здездочка означает комплексно-сопряженную величину Z_0 — полное сопротивление пучка; $\beta_p = \omega_p/v_0$. В соответствии с (3 и (31) имеем

$$E_1(0) = \frac{1}{2}\left(-\frac{j(0)}{i\omega\varepsilon_0} + \frac{m}{e}\,v(0)\,i\omega_p\right), \qquad (4$$

$$E_2(0) = \frac{1}{2}\left(-\frac{j(0)}{i\omega\varepsilon_0} - \frac{m}{e}\,v(0)\,i\omega_p\right), \qquad (4$$

$$E_1(\varphi_0) = \frac{1}{2}\left(-\frac{j(\varphi_0)}{i\omega\varepsilon_0} + \frac{m}{e}\,v(\varphi_0)\,i\omega_p\right), \qquad (4$$

$$E_2(\varphi_0) = \frac{1}{2}\left(-\frac{j(\varphi_0)}{i\omega\varepsilon_0} - \frac{m}{e}\,v(\varphi_0)\,i\omega_p\right). \qquad (4$$

Из (41)—(46) следует, что поток кинетической мощности в электронном потоке в общем случае отличен от нуля, так как $E_1(0) = E_2(0)$ и $E_1(\varphi_0) = E_2(\varphi_0)$ лишь при специальном выборе параметров задачи.

Сравнивая (40) с уравнением сохранения энергии

$$\{P_{\text{изл}}\} + \{P_e\} = 0, \tag{47}$$

получаем

$$\{\hat{P}(\varphi_0)\} - \{\hat{P}(0)\} = \{P_e\}, \tag{48}$$

т. е. изменение потока кинетической мощности в результате пролета электронов через резонатор равно средней электронной мощности взаимодействия потока и поля $\{P_e\}$, которая была рассчитана ранее (см., например, [32, 35, 36]).

Рассмотрим несколько частных случаев.

1) $\{P_e\} < 0$, электронный поток передает мощность резонатору, $\{P_{\text{изл}}\} > 0$, электромагнитная энергия излучается из резонатора. На основании (41), (42) и (48) имеем

$$E_1(\varphi_0) E_1^*(\varphi_0) - E_1(0) E_1^*(0) < E_2(\varphi_0) E_2^*(\varphi_0) - E_2(0) E_2^*(0), \tag{49}$$

т. е. в результате пролета через резонатор амплитуда медленной волны, несущей отрицательную мощность, возросла сильнее, чем амплитуда быстрой волны. Иными словами, за резонатором в потоке возросло содержание медленной волны.

2) $\{P_e\} = 0$, $\{P_{\text{изл}}\} = 0$, электромагнитная энергия из резонатора не излучается. При помощи (41), (42) и (48) имеем

$$E_1(\varphi_0) E_1^*(\varphi_0) - E_1(0) E_1^*(0) = E_2(\varphi_0) E_2^*(\varphi_0) - E_2(0) E_2^*(0), \tag{50}$$

т. е. в результате пролета через резонатор энергии быстрой и медленной волн изменились на одинаковую величину.

3) $\{P_e\} > 0$, электронный поток отбирает мощность из резонатора, $\{P_{\text{изл}}\} < 0$, мощность должна накачиваться в резонатор от внешнего источника. На основании (41), (42) и (48) получаем

$$E_1(\varphi_0) E_1^*(\varphi_0) - E_1(0) E_1^*(0) > E_2(\varphi_0) E_2^*(\varphi_0) - E_2(0) E_2^*(0), \tag{51}$$

т. е. энергия быстрой волны возрастает сильнее, чем энергия медленной волны. В результате пролета через резонатор в потоке возросло содержание быстрой волны и соответственно уменьшилось содержание медленной волны.

Таким образом, теорема о кинетической мощности позволяет в общем случае оценить изменение амплитуд быстрой и медленной волн в потоке в результате пролета через резонатор.

Пусть волны в потоке на частоте ω возбуждаются дробовыми флуктуациями. Ниже для краткости эти волны будем называть шумовыми волнами или волнами шума.

Из приведенных рассуждений следует, что при помощи резонатора, пронизываемого электронным потоком, можно уменьшить амплитуду быстрой шумовой волны и нельзя уменьшить амплитуду медленной шумовой волны.

4. ТЕЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ДВУХКОНТУРНОМ КЛИСТРОНЕ-УСИЛИТЕЛЕ

Течение энергии в двухконтурном клистроне-усилителе рассмотрено в статье [10]. Устройство двухконтурного клистрона-усилителя показано на рис. 3,*а*. Электронный поток, создаваемый катодом K, ускоряется до потенциала $V_0 = mv_0^2/2e$ и пронизывает последовательно пространство взаимодействия резонаторов I и II. Длину пространства взаимодействия

обоих резонаторов будем считать малой, так что в результате пролета через пространство взаимодействия резонаторов скачком изменяется скорость электронов, а плотность тока на входе и на выходе из резонатора остается одной и той же.

В резонатор 1 по коаксиалу поступает высокочастотная мощность, которая возбуждает в нем напряжение $V_1 e^{i\omega t}$, где V_1 — амплитуда напряжения; ω — круговая частота. Это напряжение модулирует поток по ско

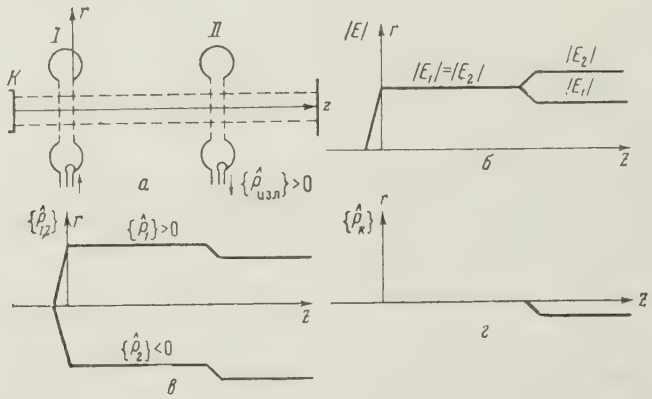


Рис. 3. Течение энергии в двухконтурном клистроне-усилителе для случая $\{P_e\}<0, \{P_{изл}\}>0$

рости. Начальная амплитуда модуляции скорости равна $v(0)e^{i\omega t} = \frac{1}{2} v_0 V_1 V_0^{-1} e^{i\omega t}$, начальной модуляцией тока пренебрегаем, так что $j(0) = 0$. Применяя к пространству дрейфа клистрона формулы (30) и (31), получаем

$$E_1 = -E_2 = \frac{m}{2e}\, v(0)\, i\omega_p . \qquad (52$$

Применяя соотношения (41) и (42) и используя также (52), приходим к выводу о том, что поток кинетической мощности в пространстве дрейфа равен нулю. Это связано с тем, что чистоскоростная модуляция потока за период не связана с затратой мощности: в ускоряющие полупериоды напряжения сигнала скорость электронов увеличивается, а в замедляющие — уменьшается.

Воспользовавшись формулами (25)—(27) и (52), можно получить следующие выражения для $v(z, t)$ и $j(z, t)$ в пространстве дрейфа:

$$v(z, t) = v(0)\cos\beta_p z\, e^{i(\omega t - \beta_e z)}, \qquad (53$$

$$j(z, t) = i\frac{\omega}{\omega_p}\, j_0 \frac{v(0)}{v_0}\sin\beta_p z e^{i(\omega t - \beta_e z)} . \qquad (54$$

Из выражений (53) и (54) следует, что в линейной теории ток и скорость в пространстве дрейфа сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Полагая в этих формулах $z = l$, получаем значения для скорости и плотности тока электронов на входе в резонатор II. Пусть напряжение на резонаторе II изменяется по закону $V_2 e^{i(\chi + \omega t)}$, где V_2 — амплитуда напряжения; χ — сдвиг фазы колебаний резонатора II по отношению к резонатору I.

Электронная мощность взаимодействия потока и поля дается выражением

$$\{P_e\} = \frac{1}{2} S_0\, \mathrm{Re}\, j^*(l) V_2 e^{i\chi}, \qquad (55$$

где S_0 — площадь сечения потока.

В этом случае, если $\{P_e\} < 0$, электроны в среднем замедляются и амплитуда медленной волны нарастает, а быстрой волны уменьшается. Если же $\{P_e\} > 0$, то электроны в среднем ускоряются и в результате пролета через резонатор *II* возрастает амплитуда быстрой волны, а амплитуда медленной волны уменьшается.

Изменение амплитуд быстрой и медленной волн в электронном потоке удобно изображать графически (см. рис. 3 и 4). На рис. 3 изображен случай, когда $\{P_e\} < 0$, энергия излучается из второго резонатора, $\{P_{изл}\} > 0$. На рис. 3,*б* показано поведение ампли-

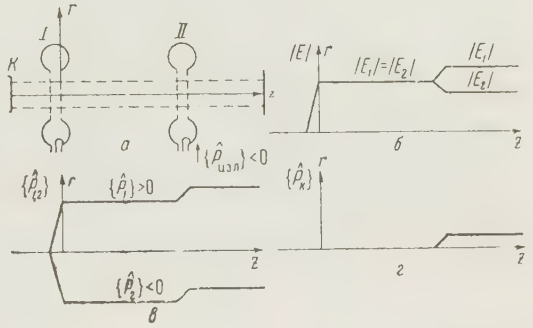


Рис. 4. Течение энергии в двухконтурном клистроне-усилителе для случая $\{P_e\} > 0$, $\{P_{изл}\} < 0$

туд быстрой и медленной волн в зависимости от координаты z. При $z < 0$, влево от модулирующего резонатора, волны в потоке отсутствуют, $E_1 = E_2 = 0$.

В пространстве дрейфа $0 < z < l$ возбуждаются быстрая и медленная волны, причем амплитуды их равны: $|E_1| = |E_2|$. За приемным резонатором $z > l$ амплитуда медленной волны возрастает, а амплитуда быстрой уменьшается, так что за резонатором $|E_2| > |E_1|$.

На рис. 3, *в* изображены потоки кинетических мощностей для быстрой и медленной волн, которые связаны с амплитудами этих волн соотношениями $\{\hat{P}_1\} = (2Z_0\beta_p^2)^{-1} E_1 E_1^* > 0$, $\{\hat{P}_2\} = -(2Z_0\beta_p^2)^{-1} E_2 E_2^* < 0$, где Z_0 — полное сопротивление потока; $Z_0 = (S_0\omega\varepsilon_0\beta_p)^{-1}$; $\beta_p = \omega_p / v_0$. Влево от модулирующего резонатора при $z < 0$ $\{\hat{P}_1\} = \{\hat{P}_2\} = 0$. В пространстве дрейфа $0 < z < l$ $\{\hat{P}_1\} = -\{\hat{P}_2\}$, после пролета приемного резонатора при $z > l$ $|\{\hat{P}_1\}| < |\{\hat{P}_2\}|$. Полный поток кинетической мощности через некоторое сечение $z = \text{const}$ равен сумме потоков, переносимых быстрой и медленной волнами: $\{\hat{P}_к\} = \{\hat{P}_1\} + \{\hat{P}_2\}$. Он изображен на рис. 3, *г*. В пространстве дрейфа $0 < z < l$ полный поток кинетической мощности равен нулю. За приемным резонатором $\{\hat{P}_1\} < -\{\hat{P}_2\}$, поэтому $\{\hat{P}_к\} = -\{\hat{P}_1\} + \{\hat{P}_2\} < 0$. Электронная мощность взаимодействия потока и поля в приемном резонаторе $\{P_e\}$, согласно уравнению (40), равна изменению полного потока кинетической мощности $\{\hat{P}_к\}$ в результате пролета электронами резонатора II. Учитывая, что влево от резонатора II $\{\hat{P}_к\} = 0$, приходим к выводу $\{P_e\} = \{P_к\} < 0$.

Графики рис. 3 подтверждают следующий вывод. Если резонатор возбуждается электронным потоком, то за резонатором возрастает амплитуда медленной волны и уменьшается амплитуда быстрой волны.

Следовательно, при помощи пассивного резонатора, пронизываемого потоком, можно подавить быструю волну, но нельзя подавить медленную волну.

На рис. 4 показано поведение быстрых и медленных волн и связанных с ними потоков мощности для случая, когда $\{P_e\} > 0$, т. е. поле второго резонатора совершает положительную работу над потоком: $\{P_{изл}\} < 0$, $\{P_e\} > 0$, суммарный поток кинетической мощности за резонатором $\{P_к\} = \{P_e\} > 0$, за приемным резонатором возрастает амплитуда быстрой волны и уменьшается амплитуда медленной волны.

5. ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЛБВ

Рассмотрим процессы, происходящие в лампе бегущей волны [32, 35, 36].

Физическая картина процессов хорошо иллюстрируется при помощи волноводной модели.

Рассмотрим цилиндрический волновод прямоугольного сечения со сторонами a и b; оси x, y и z направлены так, как указано на рис. 5. Стенки волновода считаем идеально проводящими. Волновод заполнен диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon'$, где $\varepsilon' \geqslant 1$; $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*.

Диэлектрик снижает фазовую скорость электромагнитной волны до величины $v_{\text{ф}0} \ll c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*.

Пусть волновод пронизывается электронным потоком со средней плотностью тока j_0 и средней скоростью $v_0 \simeq v_{\text{ф}0}$.

Известно [37], что в рассматриваемой системе возможно существование волн вида $e^{i(\omega t - \beta z)}$, где ω — круговая частота, которую ниже полагаем известной; β — постоянная распространения, определяемая дисперсионным уравнением

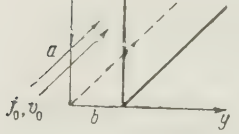


Рис. 5. Волноводная модель лампы бегущей волны

$$y_1(\beta) = y_2(\beta); \tag{56}$$

$$y_1(\beta) = \frac{k^2_{mn}}{k^2 - \beta^2}; \tag{57}$$

$$y_2(\beta) = 1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega - \beta v_0)^2}; \tag{58}$$

$$k^2_{mn} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2;\ m, n = 1,2, \ldots;\ \omega_0^2 = \frac{e\rho_0}{m\varepsilon_0}.$$

На рис. 6, *а*, *б*, *в* изображен ход кривых $y_1(\beta)$ и $y_2(\beta)$ для трех случаев, отличающихся значением ω_0. При переходе от рис. 6, *а* к рис. 6, *б* и рис. 6, *в* ω_0 нарастает, рассматривается практически интересный случай $k > \beta_e > k_{mn}$. На рис. 6, *а* все значения β действительны, значения β_1 и β_4 близки к волнам в волноводе в отсутствие электронного потока, а β_2 и β_3 — к медленной и быстрой волнам в электронном потоке. На рис. 6, *б* корни β_1 и β_2 сливаются, т. е. волна системы и медленная волна электронного потока синхронизуются. На рис. 6, *в* показан случай, когда корни β_1 и β_2 становятся комплексными, так что $\beta_1 = \gamma + i\alpha$, $\beta_2 = \gamma - i\alpha$, где $\alpha > 0$, $\gamma > 0$.

Заметим, что аналогичный эффект появления комплексносопряженных решений можно получить, если при фиксированном ω_0 изменять β_e, т. е. среднюю скорость электронного потока.

Учитывая, что решение имеет вид $e^{-i\beta z}$, приходим к выводу, что волна β_1 нарастает по закону $e^{\alpha z}$, а волна β_2 затухает пропорционально $e^{-\alpha z}$. Фазовая скорость этих волн определяется значением γ. Как показывает расчет, γ равно значениям $\beta_1 = \beta_2$ в случае, изображенном на рис. 6,*б*. Таким образом, экспоненциально нарастающее и затухающее решения появляются в результате взаимодействия волны замедляющей системы и медленной волны электронного потока. В области, где волны изменяются экспоненциально, они синхронизуются по скорости.

Быстрая волна потока с постоянной распространения $\beta_3 < \beta_e$ не приводит к появлению нарастающих решений.

Ниже показано, что волна β_2, являющаяся медленной по отношению к электронному потоку, характеризуется отрицательным потоком кинетической мощности, а волна β_3, распространяющаяся быстрее, чем поток, несет положительную кинетическую мощность. Эти волны в отношении переноса мощности ведут себя так же, как медленная и быстрая волны в одномерном электронном потоке.

Полное выражение для поля в каждом из трех рассмотренных выше случаев рис. 6, *а*, *б*, *в* представляет суперпозицию четырех волн

$$E = \sum_{n=1}^{4} E_n e^{-i\beta_n z}, \tag{59}$$

где β_n определяется дисперсионным уравнением (56), а амплитуды волн E зависят от граничных условий на входе и выходе лампы. Если выход ЛБВ хорошо согласован, встречная волна, имеющая волновое число β_4, практически отсутствует ($E_4 = 0$), и поле может быть представлено в виде суммы трех волн с постоянными распространения β_1, β_2 и β_3.

Выражения для скорости электронов и плотности тока можно представить в виде суммы трех волн β_1, β_2 и β_3:

$$v = \sum_{n=1}^{3} v_n e^{-i\beta_n z}, \tag{60}$$

$$j = \sum_{n=1}^{3} j_n e^{-i\beta_n z}, \tag{61}$$

причем в линейной теории имеем [11, 35]

$$v_n = \frac{e}{im} \frac{E_n}{(\omega - \beta_n v_0)}, \tag{62}$$

$$j_n = -i\omega\varepsilon \frac{\omega_0^2 E_n}{(\omega - \beta_n v_0)^2}. \tag{63}$$

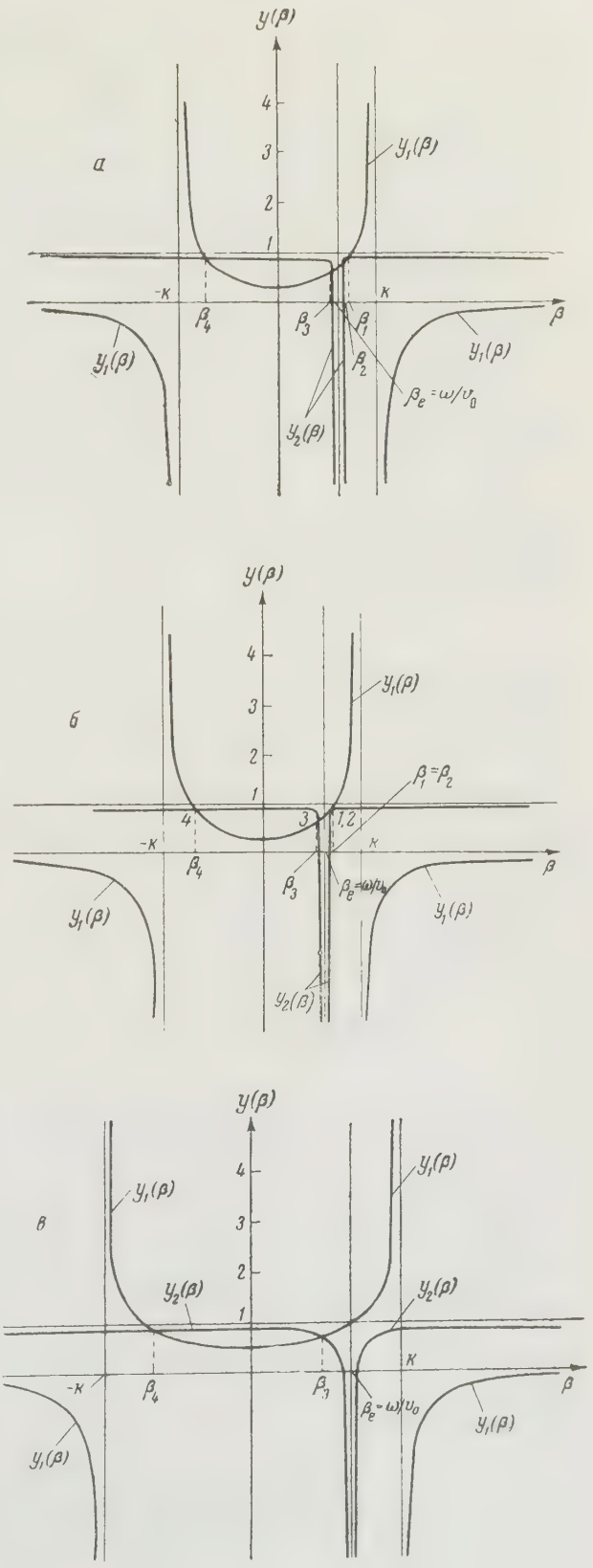


Рис. 6. Кривые $y_1(\beta)$ и $y_2(\beta)$ для трех случаев:

а — все три значения для β действительны; *б* — корни β_1 и β_2 совпадают; *в* — корни β_1 и β_2 являются комплексно-сопряженными

Заметим, что при увеличении ω_0 β_3 проходит через нуль и затем ста новится отрицательным; при этом оказывается возможной синхронизаци волновых чисел β_3 и β_4, что также ведет к появлению комплексно-сопря женных значений для β, т. е. к появлению волн, экспоненциально затуха ющих и нарастающих с координатой z.

Ниже показано, однако, что эти решения характеризуются $\{P_к\}>0$ т. е. они не приводят к излучению электромагнитной энергии из системы.

Применим теорему о кинетической мощности к ЛБВ. Наибольший ин терес представляют экспоненциально нарастающие волны, которые опре деляют значения поля и энергетические эффекты на значительных расстоя ниях от входа в систему.

Окружим электронный поток, пронизывающий замедляющую систему замкнутой поверхностью S, содержащей объем V, $S = S_1 + S_2 + S_3$, где S_1 и S_2 — сечения волновода, расположенные в плоскостях $z = 0$ и $z = l$ S_3 — боковая поверхность волновода. Допустим, что тепловые потери в объеме V равны нулю. Напомним, что теорема о кинетической мощно сти в рассматриваемом случае формулируется следующим образом:

$$\{P_{изл}\} + \{P_к\} = 0,$$

где $\{P_{изл}\}$ — средняя мощность излучения через поверхность S; $\{P_к\}$ — средняя кинетическая мощность.

В рассматриваемом случае, учитывая, что поверхность S_3 является идеально проводящей, имеем

$$\{P_{изл}\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\int\limits_{S_2}[\vec{E}\vec{H}^*]_z dS - \frac{1}{2}\operatorname{Re}\int\limits_{S_1}[\vec{E}\vec{H}^*]_z dS, \tag{64}$$

т. е. $\{P_{изл}\}$ определяется разностью мощностей излучения на выходе и входе волновода.

Величина $\{P_к\}$ в рассматриваемом случае прямолинейных траекторий электронов имеет вид [см. формулу (20)]

$$\{P_к\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}[I^*(l)V_к(l) - I^*(0)V_к(0)], \tag{65}$$

где $I(0)$, $V_к(0)$, $I(l)$, $V_к(l)$ — значения конвекционного тока и кинетического потенциала в сечениях $z = 0$ и $z = l$, которые соответствуют входу и выходу ЛБВ.

Вычислим $\{P_к\}$. В общем случае I, а также $V_к$ в ЛБВ являются суммой трех волн. Используя выражения (60)—(63) и производя несложные алгебраические преобразования, имеем

$$\frac{1}{2}\operatorname{Re} I(z)V_к(z) = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\sum_{n=1}^{3}\sum_{n'=1}^{3}A_{nn'}(z), \tag{66}$$

где

$$A_{nn'} = \frac{\beta_p}{Z_0\beta_e^3}\frac{E_n^*E_{n'}}{a}\left(1-\frac{\beta_n}{\beta_e}\right)e^{i\left(\beta_n^*-\beta_{n'}\right)z};$$

$$Z_0 = (\omega\varepsilon\beta_p S_0)^{-1};\ \beta_e = \frac{\omega}{v_0};\ a = \left(1-\frac{\beta_n^*}{\beta_e}\right)^2\left(1-\frac{\beta_n}{\beta_e}\right)\left(1-\frac{\beta_{n'}}{\beta_e}\right),$$

β_n — корни дисперсионного уравнения, соответствующие прямым волнам.

Для анализа выражения (66) рассмотрим несколько случаев.

1. Все β_n действительны, нарастающие решения отсутствуют.

а) $n \neq n'$.

$\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{nn'}$ является периодической функцией z, изменяющейся с периодом $2\pi(\beta_n - \beta_{n'})^{-1}$.

б) $n = n'$.

$$\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{nn'} = \frac{1}{2}\frac{E_n^*E_n}{Z_0\beta_e^2 a}\frac{\beta_p}{\beta_e}\left(1-\frac{\beta_n}{\beta_e}\right),$$

$$a = \left(1-\frac{\beta_n^*}{\beta_e}\right)^2\left(1-\frac{\beta_n}{\beta_e}\right)^2 = \left(1-\frac{\beta_n}{\beta_e}\right)^4 > 0.$$

Таким образом, $\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{nn}$ не зависит от координаты z. При $\beta_n < \beta_e$, го соответствует быстрым электронным волнам, $v_0 < v_n$, $\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{nn} > 0$, е. поток кинетической мощности этой волны положителен. Если же $> \beta_e$, что соответствует медленным электронным волнам, $v_0 > v_n$, $\operatorname{Re} A_{nn} < 0$, т. е. поток кинетической мощности этой волны отрицателен.

Заметим, однако, что $\frac{d}{dz}\operatorname{Re} A_{nn} = 0$, следовательно, эти волны выпа- ают при использовании теоремы о кинетической мощности.

2. β_1 и β_2 — комплексно-сопряженные значения, β_3 — действительная еличина. Пусть $\beta_1 = \gamma + i\alpha$, $\beta_2 = \gamma - i\alpha$, где $\gamma > 0$ и $\alpha > 0$; $\beta_1^* = \gamma - i\alpha$, $= \gamma + i\alpha$.

Подставляя эти значения для β в правую часть (66), видим, что ри вычислении $\frac{1}{2}\operatorname{Re} I(z)\, V_к(z)$ появляются члены, пропорциональные $^{\alpha z}$, $e^{\alpha z}$, 1, $e^{-\alpha z}$, $e^{-2\alpha z}$. Для достаточно больших $z = l$, таких, что $^{\alpha l} \gg 1$, наибольшее значение имеет член $\frac{i}{2}\operatorname{Re} A_{11}$, пропорциональный $^{2\alpha z}$. В этом случае

$$\frac{1}{2}\operatorname{Re} I(l)\, V_к(l) = (2Z_0\beta_e^2)^{-1}\frac{\beta_p}{\beta_e}\frac{E_1E_1^*}{a}\left(1-\frac{\gamma}{\beta_e}\right)e^{2\alpha l}\,[1+O(e^{-\alpha l})], \qquad (67)$$

де $a = \left(1-\frac{\beta_1^*}{\beta_e}\right)^2\left(1-\frac{\beta_1}{\beta_e}\right)^2 > 0$; $O(e^{-\alpha l})$ — остаточные члены, имеющие орядок $e^{-\alpha l} \ll 1$.

а) $\operatorname{Re}\beta_1 = \gamma > \beta_e$.

При исследовании дисперсионного уравнения ЛБВ мы видели, что кспоненциально нарастала медленная электронная волна, для которой $\operatorname{Re}\beta_1 = \gamma > \beta_e$, следовательно, для этой волны $\frac{1}{2}\operatorname{Re} I^* V_к < 0$. Учитывая, го величиной $\hat{P}(0)$ можно в случае $\exp \alpha l \gg 1$ пренебречь по сравне- ию с $\hat{P}(l)$, запишем выражение для средней кинетической мощности $^2{}_к\}$ в виде

$$\{P_к\} = (2Z_0\beta_e^2)^{-1}\frac{\beta_p}{\beta_e}\frac{E_1E_1^*}{a}\left(1-\frac{\gamma}{\beta_e}\right)e^{2\alpha l}\,[1+O(e^{-\alpha l})]. \qquad (68)$$

Таким образом, в ЛБВ медленная электронная волна, амплитуда оторой экспоненциально нарастает, переносит через поверхность S рицательную кинетическую мощность $\{P_к\} < 0$. Из теоремы о кине- ической мощности следует, что при этом $\{P_{изл}\} > 0$. Экспоненциаль- ое нарастание волны $\{P_{изл}\} > 0$ сопровождается экспоненциальным арастанием кинетической мощности $\{P_к\} < 0$, которая связана с мед- енной электронной волной $v_{ф1} < v_0$, $\gamma > \beta_e$ и, следовательно, с медлен- ыми электронами. Нарастание амплитуды медленной волны с коорди- атой z означает, что электроны все более и более тормозятся при спространении вдоль оси z. Поэтому часто говорят, что в ЛБВ уси- ивается медленная электронная волна.

На рис. 7 изображена величина $\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{11}(z)$ (см. формулу (66)) для едленной электронной волны.

б) $\operatorname{Re}\beta_1 = \gamma < \beta_e$, $\{P_к\} > 0$. В этом случае быстрая электронная вол- несет положительную кинетическую мощность. Теорема о кинети- ской мощности приводит к выводу о том, что $\{P_{изл}\} < 0$, т. е. система

поглощает мощность, замедляющая система не возбуждается электро
ным потоком. Поэтому быстрые нарастающие волны $v_1 > v_0$, $\gamma <$
$\alpha > 0$, появляющиеся, например, в некоторых случаях при решен
дисперсионного уравнения ЛБВ, не имеют физического смысла, т
как они не приводят к появлению излучения электромагнитных во
Однако эти быстрые нарастающие
координатой волны имеют физич
кий смысл в том случае, если
системе имеются дополнительные
точники мощности, характеризу
щиеся отрицательным средним
времени потоком. Такая карти
возникает при параметрическом в

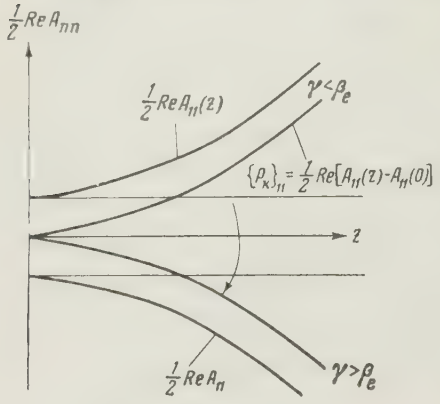


Рис. 7. Величина $\frac{1}{2}\operatorname{Re} A_{11}(z)$ для медл
ной электронной волны

буждении электронного потока, когда мощность поступает в электро
ный поток от источника накачки с частотой $\omega_н$, причем $\omega_н \neq \omega$.

Выше мы ограничились рассмотрением в выражении для мощно
$\frac{1}{2}\operatorname{Re} I^* V_к$, даваемой формулой (66), только главного члена, пропор
онального $e^{2\alpha l}$.

Оценивая в этом выражении члены, имеющие порядок $e^{\alpha l}$, мо
убедиться в том, что они являются периодическими функциями
периодом $2\pi(\gamma - \beta_3)^{-1}$. Знак этих членов изменяется в зависимости
значений аргумента $(\gamma - \beta_3)z$, а также соотношения величин γ, β_e,
Учет этих членов усложняет картину течения энергии в ЛБВ, но
необходимо учитывать при изучении процессов на небольшом расст
нии от входа в ЛБВ. Ряд членов в выражении (66) не зависит
координаты z. Эти члены выпадают из кинетической теоремы при
числении разности потоков мощности в сечениях $z = 0$ и $z = l$.

В выражении (66) имеются также экспоненциально затухающ
члены, пропорциональные $e^{-\alpha l}$ и $e^{-2\alpha l}$, которыми можно пренебр
для $\alpha l > 3$; эти члены необходимо учитывать, рассматривая проце
вблизи входа ЛБВ.

Члены, имеющие порядок $e^{-\alpha l}$, являются периодическими функ
ями z с периодом $2\pi(\gamma - \beta_3)^{-1}$. Член, пропорциональный $e^{-2\alpha l}$, явля
ся непериодическим.

6. ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ И ДВУЛУЧЕВАЯ ЛАМПА

Применим теорему о кинетической мощности к теории двулуче
лампы. Для определенности рассмотрим волноводную модель двулу
вой лампы. Пусть два электронных потока со средними скорост
электронов v_{01} и v_{02}, плотностями токов j_{01} и j_{02}, перемешанные
сечению, пронизывают цилиндрический волновод, заполненный диэле
риком. Сечение волновода для определенности будем считать пря
угольником со сторонами a и b. Принимаем, что электроны могут
щаться только вдоль оси z и пригодна теория малых амплитуд. Вы
жения для переменных составляющих тока, скорости и плотно
заряда считаем пропорциональными $e^{i(\omega t - \beta z)}$. Наибольший интерес п
ставляет случай запредельного волновода, когда $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$

$\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$, $m,\ n=1,2,\ldots$; пусть, кроме того, выполняется

ловие $k\ll\beta_{e2}<\beta_{e1}$, $k\ll\beta_{e2}=\omega/v_{02}<\beta_{e1}=\omega/v_{01}$, т. е. $v_{\Phi 0}=(\varepsilon\mu)^{-\frac{1}{2}}\gg$ $v_{02}>v_{01}$. В этом случае дисперсионное уравнение двулучевой лампы еет вид

$$y(\beta)=0, \tag{69}$$

е

$$y(\beta)=1-\frac{\hat{\omega}_{p1}^2}{(\omega-\beta v_{01})^2}-\frac{\hat{\omega}_{p2}^2}{(\omega-\beta v_{02})^2};$$

$$\hat{\omega}_{p1}^2=\omega_{p1}^2(1+k_{mn}^2\gamma^{-2})^{-1};\quad \hat{\omega}_{p2}^2=\omega_{p2}^2(1+k_{mn}^2\gamma^{-2})^{-1};$$

$_1$ и ω_{p2} — плазменные частоты первого и второго потоков; $\gamma=\omega/v_0$; $=\frac{1}{2}(v_{01}+v_{02})$. Уравнение (69) соответствует одномерной двулучевой мпе с плазменными частотами $\hat{\omega}_{p1}$ и $\hat{\omega}_{p2}$. Множитель $(1+k_{mn}^2\gamma^{-2})^{-1}$ итывает конечность сечения волновода.

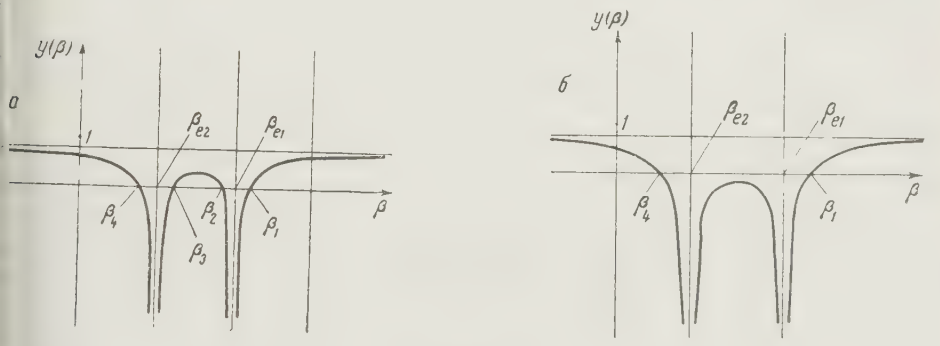


Рис. 8

кривые $y_2(\beta)$ для случая $k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}<\beta_{e2}=\omega/v_{02}<\beta_{e1}=\omega/v_{01}$; *б*—кривые $y_2(\beta)$ для случая, когда существует двулучевое усиление. Корни β_2 и β_3 являются комплексно-сопряженными

На рис. 8 приведено графическое решение уравнения (69) для слу-в, когда усиление отсутствует (*а*) и когда усиление имеется (*б*).

Из рис. 8, *а* следует, что в системе могут распространяться четыре бственные волны постоянной амплитуды с постоянными распростра-ния β_1, β_2, β_3 и β_4. Две волны β_1 и β_2 близки по скорости к v_{01}, так к $\beta_1\simeq\beta_2\simeq\beta_{e1}=\omega/v_{01}$, причем $\beta_1>\beta_{e1}$, а $\beta_2<\beta_{e1}$, т. е. β_1 характери-ет медленную волну медленного потока, а β_2 — быструю волну мед-ного потока. Две другие волны с постоянными распространения β_3 β_4 близки по скорости к v_{02}, причем из неравенств $\beta_3>\beta_{e2}$ и $\beta_4<\beta_{e2}$ едует, что β_3 характеризует медленную волну быстрого потока, а — быструю волну быстрого потока.

Пусть теперь скорость потока v_{01} приближается к скорости v_{02}. При м β_{e1} стремится к β_{e2}, корни β_2 и β_3 движутся навстречу друг другу при некотором соотношении параметров системы сливаются. В момент ияния корней быстрая волна медленного потока (β_2) синхронизуется скорости с медленной волной быстрого потока (β_3). При дальнейшем ижении β_{e1} и β_{e2} корни β_2 и β_3 становятся комплексно-сопряжен-ми (см. рис. 8, *б*). Учитывая пропорциональность решения ожителю $e^{i(\omega t-\beta z)}$, делаем вывод о том, что волна, для которой $\beta>0$ является экспоненциально нарастающей, что соответствует дву-евому усилению, а волна, для которой $\mathrm{Im}\,\beta<0$, — затухающей.

Составим энергетический баланс двулучевого усилителя. Выражен для кинетической мощности двулучевой лампы получим, если в ура нении (20) положим $N = 2$. Ток и кинетический потенциал в кажд из потоков представляют сумму шести волн.

Рассмотрим случай, когда существует двулучевое усиление. П этом корни β_2 и β_3 являются комплексносопряженными, их мож представить в виде $\beta_2 = \gamma + i\alpha$, $\beta_3 = \gamma - i\alpha$, где $\gamma > 0$ и $\alpha > 0$. На стающая волна характеризуется корнем β_2.

Ограничиваясь в выражении для тока и кинетического потенциа нарастающей волной, значение $\{P_к\}$ приближенно запишем в виде

$$\{P_к\} = \{P_{к1}\} + \{P_{к2}\},$$

где

$$\{P_{к1}\} = (2Z_1\beta_{e1}^2)^{-1}\frac{\beta_{e1}}{\beta_{e2}}\cdot\frac{E_2(0)E_2^*(0)\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e1}}\right)}{\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e1}}\right)^2\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e2}}\right)}e^{2\alpha l}(1+O_1);$$

$$\{P_{к2}\} = (2Z_2\beta_{e2}^2)^{-1}\frac{\beta_{e2}}{\beta_{e1}}\cdot\frac{E_2(0)E_2^*(0)\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e2}}\right)}{\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e2}}\right)^2\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_{e1}}\right)}e^{2\alpha l}(1+O_2);$$

O_1 и O_2 — остаточные члены, имеющие порядок $e^{-\alpha l} \ll 1$; $E_2(0)$ — чальное значение поля нарастающей волны.

При исследовании дисперсионного уравнения двулучевой лампы видели, что благодаря двулучевому механизму взаимодействия эк нециально нарастала волна с волновым числом $\beta_2 = \gamma + i\alpha$, $\gamma >$ $\alpha > 0$, $\beta_{e2} < \gamma < \beta_{e1}$. В выражении (71) $\{P_{к1}\}$ формально характериз взаимодействие экспоненциальной нарастающей волны поля с фазо скоростью ω/γ и медленного электронного потока скорости $v_{01} = \omega$ причем из неравенства $\gamma < \beta_{e1}$ следует, что $\{P_{к1}\} > 0$. Слагаемое $\{P$ формально характеризует взаимодействие экспоненциально нараст щей волны поля с фазовой скоростью ω/γ и быстрого электрон потока скорости $v_{02} = \omega/\beta_{e2}$, причем из неравенства $\beta_{e2} < \gamma$ следует, $\{P_{к2}\} < 0$. Таким образом, в сделанных приближениях (линейная рия, $e^{-\alpha l} \ll 1$) поток кинетической мощности в двулучевой лампе ставляет сумму потоков кинетической мощности, связанных с взаи действием медленного и быстрого электронных потоков с результирую экспоненциально нарастающим полем. Такая трактовка форма на, однако она позволяет сделать вывод о том, что медленный эле ронный поток в двулучевой лампе играет роль активной нагру приводящей к потере энергии. Источником электронной мощности ляется быстрый электронный поток. К аналогичным выводам при автор статьи [38], в которой исследованы процессы в двулуче лампе в нелинейном режиме.

Учитывая, что в рассматриваемой нами задаче о двулучевой ла в запредельном волноводе $\{P_{изл}\} = 0$, при помощи теоремы о кин ческой мощности получаем $\{P_к\} = 0$, и, следовательно, из (70) след что асимптотически при $e^{-\alpha l} \ll 1$ $\{P_{к1}\} \simeq -\{P_{к2}\}$. Это равенство м но подтвердить непосредственным расчетом.

Таким образом, в рассматриваемом случае, когда волновод являе запредельным и существует двулучевое усиление, течение энергии в д лучевой лампе аналогично течению энергии в пространстве дрейфа д

энтурного клистрона. В каждом данном сечении (при условии $e^{\ldots} > 1$) по-ложительный и отрицательный потоки мощности компенсируются. Эле-мент связи (типа резонатора или короткой спирали), помещенный в конце ространства дрейфа, может уменьшить величину положительного потока инетической мощности или увеличить (по абсолютной величине) отрица-ельный поток кинетической мощности.

Преимущество двухлучевой ЛБВ по сравнению с клистроном заключает-я в экспоненциальном нарастании этой положительной кинетической ощности с длиной лампы l, что позволяет получить больший сигнал на ыходе. Одновременно экспоненциально нарастает волна отрицательной инетической мощности, связанная с медленными электронами, остающи ися в потоке и после элемента связи.

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПОТОКИ И ТЕОРЕМА О КИНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ

Выше было показано, что при помощи специальных элементов связи ожно уменьшить амплитуду быстрой шумовой волны электронного пото а, однако сигнал, имеющий форму быстрой электронной волны, не может силиваться в обычной ЛБВ, работа которой связана с увеличением ам-литуды медленной волны.

Для усиления быстрой волны были предложены параметрические уси ители.

Пусть в электронный поток, кроме сигнала частоты ω, поступает также ощность от генератора накачки частоты $\omega_н$. Тогда в потоке вследствие елинейных эффектов возникнет бесконечная последовательность волн комбинационными частотами $m\omega_н \pm n\omega$, так что выражения для плот-ости заряда, плотности тока электронов и скорости электронов можно редставить в виде

$$\rho_н = \sum_{-\infty}^{\infty} \rho_m \exp im\omega_н t, \tag{73}$$

$$v_н = \sum_{-\infty}^{\infty} v_m e^{im\omega_н t}, \tag{74}$$

$$j = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=\pm 1} j_{m,n} e^{i(m\omega_н + n\omega)t}, \tag{75}$$

$$\rho = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=\pm 1} \rho_{m,n} e^{i(m\omega_н + n\omega)t}, \tag{76}$$

$$v = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=\pm 1} v_{m,n} e^{i(m\omega_н + n\omega)t}, \tag{77}$$

де ρ_m и v_m — амплитуды соответствующих коэффициентов Фурье, от-осящиеся к накачке; j_{mn}, ρ_{mn} и v_{mn} — амплитуды при комбинацион-ых частотах сигнала. Выражения (75) — (77) записаны в предположе ии, что наиболее важную роль играют лишь ближайшие (верхняя и ижняя) комбинационные частоты, так что n принимает только два начения ($n = \pm 1$).

Используя далее уравнения Максвелла, уравнение движения электро ов и условие малых амплитуд, в полной аналогии с выводом, проведен ым для одночастотного случая в § 1 можно прийти [29] к следующему

уравнению:

$$\mathrm{Re}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\oint_S\left(\frac{[\vec{E}_m\vec{H}_m^*]}{m\omega_н+\omega}+\frac{V_m j_m^*}{m\omega_н+\omega}\right)d\vec{S}=0, \qquad (7$$

где $\vec{E}_m$ и $\vec{H}_m$ — напряженности электрического и магнитного полей комбинационной частоте $m\omega_н+\omega$; j_m — плотность тока; $V_m=mv_0v_m/e$ кинетический потенциал на той же комбинационной частоте; S — поверхность, ограничивающая замкнутый объем, пронизываемый электронным потоком.

Уравнение (78) является обобщением приведенной в § 4 теоремы кинетическом потенциале на случай параметрического потока. Полагая в (78) $\omega_н=0$, приходим к уравнению (20) (при $N=1$, поскольку рассматривается однолучевой параметрический поток).

Уравнение (78) учитывает возможность излучения электромагнитных волн из системы не только на основной частоте $m=0$, но и на комбинационных частотах.

Слагаемые $V_m j_m$ связаны с мощностью взаимодействия электронного поля на частоте $m\omega_н+\omega$ ($m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots$).

Пусть положительная кинетическая мощность на быстрой волне сигнала ($m=0$) компенсируется отрицательной кинетической мощностью на комбинационных частотах ($m\neq0$). Тогда из уравнения (78) следует, что возможно излучение электромагнитных волн из рассматриваемого объема, так что $\{P_{изл}\}>0$. Если кинетическая мощность на комбинационных частотах отрицательна и, кроме того, ее модуль возрастает с координатой z, то возможно нарастание с координатой также и быстрой электронной волны на частоте сигнала. Источником энергии усиления сигнала в данном случае является энергия накачки и комбинационных частот.

Из уравнения (78) вытекает также принципиальная возможность уменьшения мощности шумов на частоте ω, содержащихся в медленной волне параметрического электронного потока, при помощи пассивных элементов связи. Возрастание кинетической мощности в потоке на частоте ω при этом должно компенсироваться уменьшением кинетической мощности на комбинационных частотах.

Аналогичные выводы делаются в статье [39], где процессы в параметрических усилителях объяснены на основе законов сохранения энергии и момента количества движения электронного потока.

В процессе взаимодействия электромагнитных волн разных частот возможна перекачка шумовой мощности, содержащейся в волнах комбинационных частот, в волну сигнала. Поэтому для уменьшения амплитуды шумовой волны на частоте ω необходимо уменьшить амплитуду шумовой волны также и на ближайших комбинационных частотах $\omega_н\pm\omega$. Поэтому экспериментальное получение малых шумов при помощи лампы с продольным взаимодействием связано с большими трудностями. Как уже упоминалось выше, более перспективными для получения малого коэффициента шума являются параметрические лампы с поперечным взаимодействием [21—24]. В этих лампах используются так называемые циклотронные волны в электронном потоке.

Пусть катод помещен перпендикулярно постоянному магнитному полю напряженности H_0. Электроны будут двигаться по спиральным траекториям вокруг оси z; в сечении $z=\mathrm{const}$ электроны описывают окружность с частотой $\omega_ц=eH_0\mu_0/m$, μ_0 — магнитная проницаемость пустоты. Радиус окружности связан с величиной поперечного сигнала. В потоке возбуждаются быстрая и медленная циклотронные волны, фазовые скорости которых равны $v_ф=v_0\left(1\mp\frac{\omega_ц}{\omega}\right)^{-1}$, где v_0 — средняя скорость электронного потока; ω — частота сигнала; $\omega_ц$ — циклотронная частота электронов.

Можно показать [26], что быстрая циклотронная волна связана с преобладанием быстрых электронов; она характеризуется положительным потоком мощности. Наоборот, медленная циклотронная волна связана преобладанием медленных электронов; она несет отрицательный поток мощности. Суммарный поток мощности через сечение $z = \text{const}$ равен нулю.

Таким образом, быстрые и медленные циклотронные волны характеризуются такими же потоками мощности, что и продольные волны в электронном потоке. Поэтому быструю циклотронную волну, в противоположность медленной, можно отобрать из электронного потока при помощи пассивной замедляющей структуры.

В непараметрических приборах с поперечным взаимодействием (например, в ЛБВ с поперечным полем) происходит экспоненциальное нарастание амплитуды медленной циклотронной волны, что сопровождается нарастанием поля излучения. Амплитуда быстрой волны не изменяется.

Для увеличения с координатой амплитуды быстрой циклотронной волны применяется накачка при помощи вращающегося азимутального поля E_φ с частотой $\omega_н = 2\omega_п$. Такую накачку удобнее всего производить квадрупольным конденсатором. Азимутальное поле E_φ такого конденсатора пропорционально расстоянию от оси. Можно показать, что при этом сигнал экспоненциально нарастает с координатой z.

В качестве элементов связи с электронным потоком в параметрических лампах с поперечным полем обычно используют устройства конденсаторного типа. Эти устройства взаимодействуют с быстрой циклотронной волной, фазовая скорость которой при $\omega \simeq \omega_п$ стремится к бесконечности, и не взаимодействуют с медленной волной.

В работе [40] описана экспериментальная параметрическая лампа с поперечным полем, рассчитанная на частоту $\nu = 4140$ *Мгц*, коэффициент усиления лампы 24 *дб*, коэффициент шума 2,5 *дб*, ширина полосы между точками ослабления мощности в 2 раза равна 67 *Мгц*.

В качестве входного и выходного устройств используются резонаторы. В лампах с конденсаторным или резонаторным входом фазовая скорость волны накачки равна бесконечности. В статье [41] описана лампа, где эта скорость конечная и, кроме того, отсутствует генератор накачки. Переменное поперечное высокочастотное поле двойной частоты, действующее на электронный поток, появляется в результате движения потока в периодическом электростатическом поле, обладающем поперечной составляющей. В результате взаимодействия круговых движений электрона в потоке и поперечных составляющих периодического электростатического поля происходит раскручивание (увеличение радиуса) электронных траекторий так же, как в квадрупольном конденсаторе. Экспериментальная лампа имела коэффициент усиления потока 14 *дб* на частоте 3,25 *Ггц*. В качестве элементов связи на входе и выходе лампы использовались резонаторы *П*-образного сечения с полосой $\Delta\nu \simeq 2\%$.

В статье [42] рассчитан параметрический усилитель с электростатической фокусировкой и поперечными смещениями электронов; накачка осуществляется поперечным полем двойной частоты, продольное магнитное поле отсутствует.

Главная составляющая шума электронного потока связана с хаотичностью продольных смещений электронов, которые не взаимодействуют с поперечными полями. Следовательно, шумы, связанные с продольными движениями электронов, не влияют, в заметной степени, на шумовые свойства приборов с поперечными полями. Это также позволяет ожидать от приборов с поперечным взаимодействием малого коэффициента шума.

В статье [43] обсуждены возможные источники шумов в параметрических лампах с поперечным взаимодействием. Главная причина шумов — тепловое хаотическое движение электронов в поперечном сечении, которое наводит флуктуационный потенциал на входные пластины. Часть этих

наведенных токов усредняется благодаря тому, что электрону, движущ муся, например, от нижней пластины к верхней, почти всегда можно п дыскать «парный» электрон, движущийся от верхней пластины к нижне Все причины, нарушающие балансировку электронов, приводят к шума К этим причинам относятся: неоднородность электрического поля меж пластинами, разброс аксиальных скоростей электронов в потоке, соуд рения с ионами и т. д.

Теория параметрических усилителей с поперечным отклонением лу еще не закончена. Так, существующие теории не учитывают кулоновск силы, взаимодействие поперечных и продольных смещений электрон не ясна также роль гармоник в электронном потоке при возбуждении п перечными полями.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. C. Tarep, Исследование шумовых свойств ламп с бегущей волной, Радиото ника и электроника, 1957, **2**, 2, 222.
2. А. А. Зюзин-Зинченко, В. М. Лопухин, В. М. Васильев, Вл яние электростатического поля пушки на фактор шума ЛБВ, Изв. вузов МВ СССР (Радиотехника), 1959, 2, 5, 589.
3. M. R. Currie, D. C. Forster, Low noise preamplifiers for microwave rec vers, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 3, 570.
4. M. Currie, A new type low noise electron gun for microwave tubes, Proc. I. R. 1958, **46**, 5, 911.
5. M. Caulton, S-band TWT with F below 4db, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 5, 9
6. M. R. Currie, D. C. Forster, New mechanism of noise reduction in electr beams, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 1, 95.
7. J. R. Pierce, W. E. Danielson, Minimum noise figur of travelling wa tubes, J. Appl. Phys., 1954, **25**, 9, 1163.
8. G. Wade, K. Amo, D. A. Watkins, Noise in transverse field TWT, J. Ap Phys., 1954, **25**, 12, 1514.
9. R. Adler, O. M. Kromhout, P. A. Clavier, Transverse field T with periodic electrostatic focusing, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 1, 82.
10. J. R. Pierce, The wave picture of microwave tubes, Bell System Techn. J., 19 **33**, 11, 1343.
11. В. Н. Шевчик, Г. Н. Шведов, Волны пространственного заряда в электр ных потоках, Изв. вузов МВО СССР (Радиотехника), 1959, **2**, 5, 511.
12. W. Louisell, C. Quate, Parametric amplification of space charge wav Proc. I. R. E., 1958, **46**, 4, 707.
13. W. Louisell, Three frequency parametric beam amplifier, J. Electronics a Control, 1959, **6**, 1, 1.
14. I. S. Cook, W. H. Louisell, TWT equations including the effects of param ric pumping, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 11, 2016.
15. T. J. Bridges, A parametric electron beam amplifier, Proc. I. R. E., 1958, 2, 494.
16. A. Ashkin, Parametric amplification of space charge waves, J. Appl. Phy 1958, **29**, 17, 1646.
17. В. М. Лопухин, Б. Д. Чаркин, Н. Г. Зевеке, Экспериментальное наружение параметрического усиления на лампе обратной волны, Радиотехни и электроника, 1959, **4**, 10, 1747.
18. Д. К. Акулина, С. А. Ахманов, С. Д. Гвоздовер, А. С. Гор ков, И. Т. Трофименко, Параметрические явления в волновых систем с длинными потоками электронов, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 10, 17
19. R. W. Gould, Travelling wave couplers for beam type amplifier, Proc. I. R. 1959, **47**, 3, 419.
20. A. Ashkin, W. H. Louisell, C. F. Quate, Fast wave couplers for lon tudinal beam parametric amplifiers, J. Electronics and Control, First series, 19 7, 1, 1.
21. R. Adler, Parametric amplification of the fast electron wave, Proc. I. R. 1958, **46**, 6, 1300.
22. R. Adler, G. Hrbek, G. Wade, A low noise electron beam parametric am lifier, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 10, 1756.
23. R. Adler, The quadripole amplifier, a low noise parametric device, Proc. I. R. 1959, **47**, 10, 1713.
24. C. B. Crumly, R. Adler, Electron beam parametric amplifiers, Electr Industries, 1959, **18**, 11, 73.
25. A. E. Siegman, Waves in a filamentary electron beam in a transverse field sl wave circuit, J. Appl. Phys., 1960, **31**, 1, 17.

6. Curtis C. Johnson, Theory of fast wave parametric amplification, J. Appl. Phys., 1960, 31, 2, 338.
7. L. J. Chu, A kinetic power theorem., IRE PGED Electron Tube Research Conference, Durham, New Hampshire, June 1951.
8. H. A. Haus, A kinetic power theorem, URSI, Boulder, August 1957.
9. H. A. Haus, The kinetic power theorem for parametric longitudinal electron-beam amplifiers, IRE Trans. Electron Devices, 1958, 5, 4, 225.
0. J. M. Manly, H. E. Row, Power relations in nonlinear reactances, Proc. I. R. E., 1956, 44, 7, 904.
1. W. H. Louisell, J. R. Pierce, Power flow in electron beam devices, Proc. I. R. E., 1955, 43, 4, 425.
2. С. Д. Гвоздовер, Теория электронных приборов СВЧ, ГТИ, 1956.
3. D. A. Watkins, TWT Noise figure, Proc. I. R. E., 1952, 40, 1, 65.
4. G. M. Branch, T. G. Mihran, Plasma frequence reduction factors in electron beams, IRE Trans. Electron Devices, 1955, 2, 2, 3.
5. В. М. Лопухин, Возбуждение колебаний и волн электронными потоками, ГИТТЛ, 1953.
6. В. Н. Шевчик, Основы теории СВЧ, Изд. Советское радио, 1958.
7. Л. Н. Лошаков, К теории распространения волн в электронном потоке, ЖТФ, 1952, 22, 2, 193.
8. Г. Ф. Филимонов, Нелинейная теория двухлучевой лампы, Ч. I, II, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 3, 5, 489, 832.
9. J. R. Pierce, Use of the principles of conservation of energy and momentum in connection with the operation of wave type parametric amplifiers, J. Appl. Phys., 1959, 30, 9, 1341.
0. T. J. Bridges, A. Ashkin, Adler's tube at microwaves, Proc. I. R. E., 1960, 48, 3, 381.
1. E. I. Gordon, TWT with transverse field and ciclotron, Proc. I. R. E., 1960, 48, 6, 1158.
2. B. J. Udelson, Parametric amplifier with electrostatic focusing, Proc. I. R. E., 1960, 48, 6, 1485.
3. C. P. Lea Wilson, Possible reasons of noise in Adler's tubes, Proc. I. R. E., 1960, 48, 2, 255.

Физический факультет Московского
государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
9 IX 1960

1961 №

О ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ДВУХ СПОСОБОВ ПРИЕМА ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Б. Н. Митяшев

Рассмотрено влияние шума при приеме импульсных сигналов на синхронный приемник с модульным выходом и на квадратурный приемник с модульным суммированием выходов каналов. Вычислены характеристики обнаружения для сигналов со случайной начальной фазой и случайной амплитудой. Описана схема приемника и приведены некоторые результаты эксперимента.

ВВЕДЕНИЕ

При приеме слабых импульсных сигналов в последнее время использ зуется квадратурная схема, позволяющая обойти трудности, связанн с осуществлением оптимальной фильтрации непосредственно на высок частоте. В этом приемнике (см., например, [1]) фильтрация по высокой ч стоте заменяется синхронным приемом в двух каналах с последующ фильтрацией по низкой частоте. В частности, при квадратурном прием облегчается реализация согласованных фильтров, оптимальных в сл зае помехи в виде белого шума [2, 3]. Преимущества приемника особен заметны, когда сигналы имеют большую длительность или представля группу импульсов с когерентным высокочастотным наполнением [4, 5 На выходе квадратурного приемника вырабатывается напряжение, пр порциональное огибающей колебания, возникающего на выходе соотве ствующего высокочастотного согласованного фильтра. Так, если на вх высокочастотного фильтра подаются модулированный по амплитуде си нал и белый шум со спектральной плотностью N_0, то на выходе фильт получаются сигнал вида $U_{m\,c0}(t)\sin(\omega_0 t+\varphi)$ и гауссов шум, имеющий коэ фициент корреляции вида $R(\tau)=\rho(\tau)\cos\omega_0\tau$ и дисперсию $\sigma_0^2=N_0\Delta$ (Δf_0 — эффективная ширина полосы пропускания фильтра). Огибающу напряжения на выходе фильтра можно представить в виде [6]

$$U=\sqrt{[A(t)+U_{mc0}(t)\sin\varphi]^2+[B(t)+U_{mc0}(t)\cos\varphi]^2},$$

где $A(t)$ и $B(t)$ — независимые гауссовы функции, имеющие коэффициен корреляции $\rho(\tau)$ и дисперсию σ_0^2. Это представление огибающей и испол зуется при квадратурном приеме. Первое слагаемое под знаком корня фо мируется при помощи синхронного детектора в предположении, что фа сигнала равна нулю, а второе — в предположении, что фаза равна $\pi/2$.

Если ввести обозначения

$$x=\frac{U}{\sigma_0};\quad a=\frac{A(t)}{\sigma_0};\quad b=\frac{B(t)}{\sigma_0};\quad q=\frac{U_{mc0}(t)}{\sqrt{2}\,\sigma_0},$$

то напряжение на выходе квадратурного приемника будет равно

$$x=\sqrt{(a+\sqrt{2}\,q\sin\varphi)^2+(b+\sqrt{2}\,q\cos\varphi)^2}. \qquad (1$$

Точное выполнение операции (1) в техническом отношении является слож ным. В данной работе рассмотрены две другие, более простые, операци

Приемное устройство оказывается особенно простым, если использ вать лишь один канал квадратурного приемника. В этом случае предл

тается формировать сигнал вида

$$x_1 = | a + \sqrt{2}\, q \sin\varphi | . \qquad (2)$$

Операция (2) описывает одноканальный синхронный приемник с модульным выходом.

Некоторое упрощение схемы приемника получается также, если заменить операцию (1) операцией

$$x_2 = | a + \sqrt{2}\, q \sin\varphi | + | b + \sqrt{2}\, q \cos\varphi | . \qquad (3)$$

Целью дальнейшей работы является вычисление потерь в помехоустойчивости приема, связанных с заменой операции (1) операциями (2) и (3). Рассмотрен прием сигналов со случайной начальной фазой, а также сигналов с флуктуирующей амплитудой.

1. ВЛИЯНИЕ ШУМА ПРИ ПРИЕМЕ ИМПУЛЬСОВ НА СИНХРОННЫЙ ПРИЕМНИК С МОДУЛЬНЫМ ВЫХОДОМ

Если начальная фаза сигнала φ случайна и распределена равномерно в интервале $(0;\ 2\pi)$, то приемник, выполняющий операцию (1), является оптимальным. Плотность распределения вероятностей величины x в этом случае подчиняется закону Релея — Райса

$$w(x) = x\, e^{-\left(\frac{x^2}{2} + q^2\right)} I_0\left(\sqrt{2}\, q\, x\right), \qquad (4)$$

где I_0 — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Максимальное значение входящей в (1)—(4) величины q равно отношению пикового значения фильтрованного сигнала к действующему значению шума. В случае согласованной фильтрации это максимальное значение равно [2,3] $q = \sqrt{E/N_0}$ (E — энергия сигнала). В дальнейшем под величиной q будем понимать ее максимальное значение.

Величина x_1, определяемая выражением (2), представляет модуль суммы нормальной случайной величины, имеющей нулевое среднее значение и равную единице дисперсию, и значений синусоиды, взятых случайно. Поэтому плотность распределения вероятностей величины x_1 равна

$$w_1(x_1) = \frac{2}{\pi\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-\frac{(x_1 - \sqrt{2} q \sin\varphi)^2}{2}}\, d\varphi. \qquad (5)$$

Выражение (5) представляется в виде бесконечного ряда [7]

$$w_1(x_1) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\, e^{\frac{(x_1^2 + q^2)}{2}} \left[I_0\left(\frac{q^2}{2}\right) I_0\left(\sqrt{2}\, q x_1\right) + \right.$$
$$\left. + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k I_k\left(\frac{q^2}{2}\right) I_{2k}\left(\sqrt{2}\, q x_1\right) \right], \qquad (6)$$

где I_k — модифицированные функции Бесселя первого рода k-го порядка.

Кривые распределения $w_1(x_1)$, вычисленные для нескольких значений q, изображены на рис. 1. В области небольших значений q и x_1 ($\sqrt{2}\, q x_1 \leqslant 6$) использована формула (6). Остальные данные получены численным интегрированием выражения (5).

Свойства приемника применительно к задаче обнаружения слабых сигналов системой с одним порогом можно характеризовать соотношением вероятностей ложной тревоги F и правильного обнаружения D,

равных [3]

$$F = \int_{x_0}^{\infty} w_{\text{п}}(x)\,dx, \quad D = \int_{x_0}^{\infty} w(x)\,dx, \qquad (7$$

где x_0 — нормированное значение порога; $w_{\text{п}}(x)$ — плотность распределения вероятностей шума в отсутствие сигнала ($q = 0$).

На рис. 2 приведены рабочие характеристики приемника обнаружения [3], представляющие кривые соотношений величин F и D для различных q. Кривые рис. 2, *а* (сплошные линии) являются рабочими характеристиками идеального приемника сигналов со случайной начальной фазой [3]

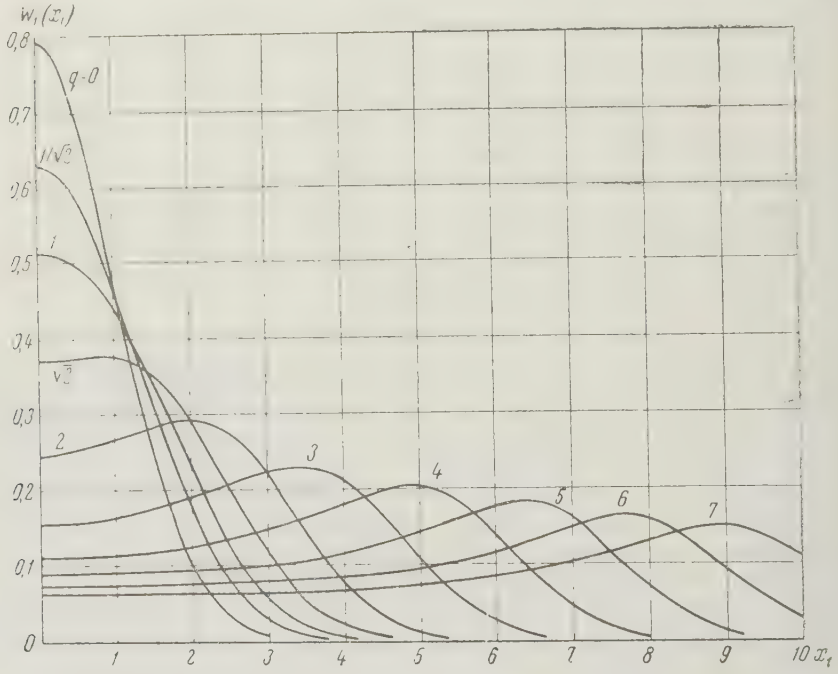


Рис. 1. Плотность распределения вероятностей напряжения на выходе синхронного приемника с модульным выходом при приеме сигналов со случайной начальной фазой

Эти кривые получены на основании выражений (4) и (7). Рабочие характеристики нашего одноканального приемника, вычисленные на основании выражений (5), (6) и (7) для тех же значений q, изображены на рис. 2, *б*. На рис. 3 приведены зависимости D_1 от q для значений F_1 в пределах $10^{-1} - 10^{-10}$. Кривые для оптимального приемника показаны пунктиром.

Из рис. 1 видно, что в области малых q распределение $w_1(x_1)$ практически равномерное. Поэтому при больших D_1 ($D_1 \geqslant 0{,}7$) можно использовать аппроксимацию

$$D_1 \simeq 1 - x_0 w_1(0) = 1 - x_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{q^2}{2}} I_0\left(\frac{q^2}{2}\right). \qquad (8$$

Если $q \geqslant 3$, то, используя приближение $I_0(z) \simeq e^z/\sqrt{2\pi z}$ $(z \gg 1)$, получаем

$$D_1 \simeq 1 - \frac{\sqrt{2}\,x_0}{\pi q}. \qquad (9$$

При вычислениях кривых рис. 3 величина порога x_0 в выражениях (8) и (9) определяется заданной вероятностью ложной тревоги

$$F_1 = 1 - \Phi\left(\frac{x_0}{\sqrt{2}}\right), \tag{10}$$

где интеграл вероятностей

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt.$$

Полученные данные показывают, что, как и следовало ожидать, одноканальный приемник имеет пониженную помехоустойчивость. Наибольшее отличие наблюдается в области больших D. Это связано с тем, что

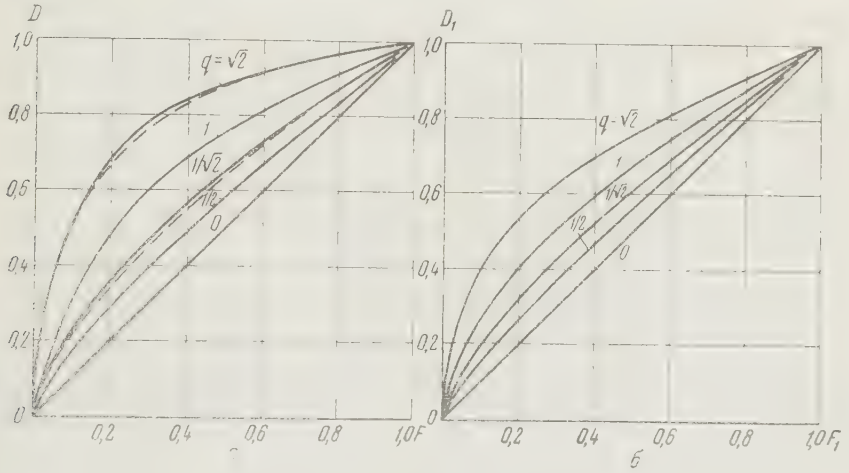


Рис. 2. Рабочие характеристики идеального приемника (*а*) и синхронного приемника с модульным выходом (*б*) при приеме сигналов со случайной начальной фазой

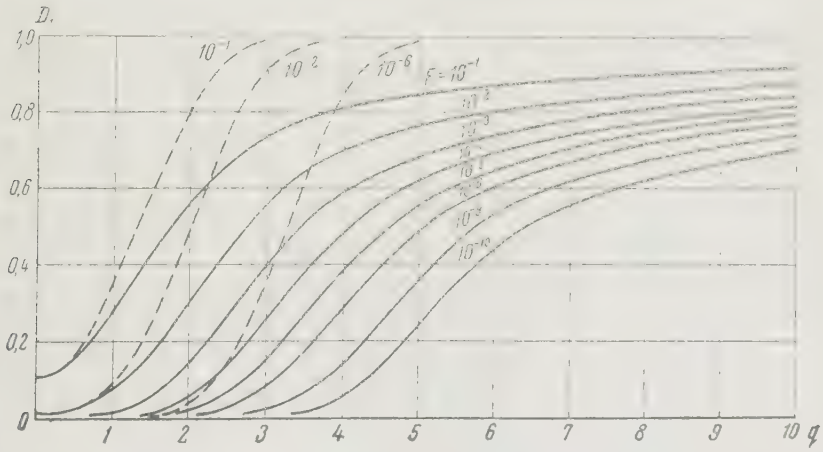


Рис. 3. Характеристики обнаружения сигналов со случайной начальной фазой при приеме на синхронный приемник с модульным выходом

сигнал x_1 имеет флуктуирующий характер и в отсутствие шума. Замечательно, однако, что отличие в поведении кривых уменьшается с уменьшением q и D. Так, при $D = D_1 = 0{,}5$ и $F = F_1 = 10^{-6}$ необходимая величина q при одноканальном синхронном приеме в 1,55 раза больше, чем при идеальном. При $D = D_1 = 0{,}2$ это превышение снижается до 1,35.

Если $D = D_1 = 0{,}2$ и $F = F_1 = 10^{-2}$, то необходимое увеличение q составляет 15%. Отсюда следует, что при небольших D прием сигналов, близкий к идеальному, можно осуществлять, используя лишь один канал квадратурного приемника. Вероятность приема сигналов можно увеличить, используя их повторяемость. При приеме n импульсов вероятность превышения порога хотя бы одним сигналом равна $D_n = 1 - (1 - D)^n$. Если $D = 0{,}2$ и $n = 10$, то $D_n \simeq 0{,}9$.

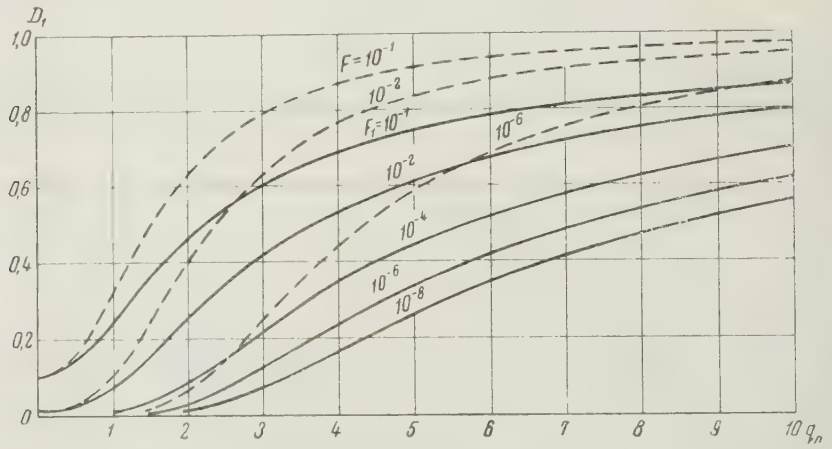


Рис. 4. Характеристики обнаружения флуктуирующих сигналов при приеме на синхронный приемник с модульным выходом

Рассмотрим случай, когда принимаемый сигнал является результатом суперпозиции очень большого числа сигналов приблизительно одинаковой интенсивности. В этом случае величина x распределена по закону Релея

$$w(x) = \frac{x}{1 + q_0^2} e^{-\frac{x^2}{2\left(1 + q_0^2\right)}}, \tag{11}$$

где $q_0^2 = \sigma_c^2 / \sigma_0^2$ — превышение дисперсии сигнала над дисперсией шума на выходе согласованного фильтра.

Величина x_1 в данном случае представляет модуль суммы двух независимых величин, распределенных нормально. Поэтому

$$w_1(x_1) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\left(1 + q_0^2\right)}} e^{-\frac{x_1^2}{2\left(1 + q_0^2\right)}}. \tag{12}$$

При идеальном приеме вероятности F и D равны

$$F = e^{-\frac{x_0^2}{2}}, \tag{13}$$

$$D = e^{-\frac{x_0^2}{2\left(1 + q_0^2\right)}}. \tag{14}$$

В случае приема на синхронный приемник с модульным выходом вероятность F_1 по-прежнему определяется выражением (10), а вероятность правильного обнаружения

$$D_1 = 1 - \Phi\left[\frac{x_0}{\sqrt{2\left(1 + q_0^2\right)}}\right]. \tag{15}$$

Характеристики обнаружения, вычисленные по формулам (10) и (15), приведены на рис. 4. Для сравнения пунктиром показаны характеристики

деального приемника, вычисленные по формулам (13) и (14). Здесь в области больших D потери от замены операции (1) операцией (2) меньше, чем при приеме сигналов с постоянной амплитудой. Дело в том, что на выходе обоих приемников сигналы и в отсутствие шума имеют флуктуирующий характер. В связи с этим прием флуктуирующих сигналов на синхронный приемник с модульным выходом представляется более перспективным.

2. ВЛИЯНИЕ ШУМА ПРИ ПРИЕМЕ ИМПУЛЬСОВ НА КВАДРАТУРНЫЙ ПРИЕМНИК С МОДУЛЬНЫМ СУММИРОВАНИЕМ

Оценим свойства приемника, выполняющего операцию (3). Если случайна лишь начальная фаза сигнала φ, то, используя (для фиксированного φ) обычную процедуру по нахождению плотности распределения вероятно-

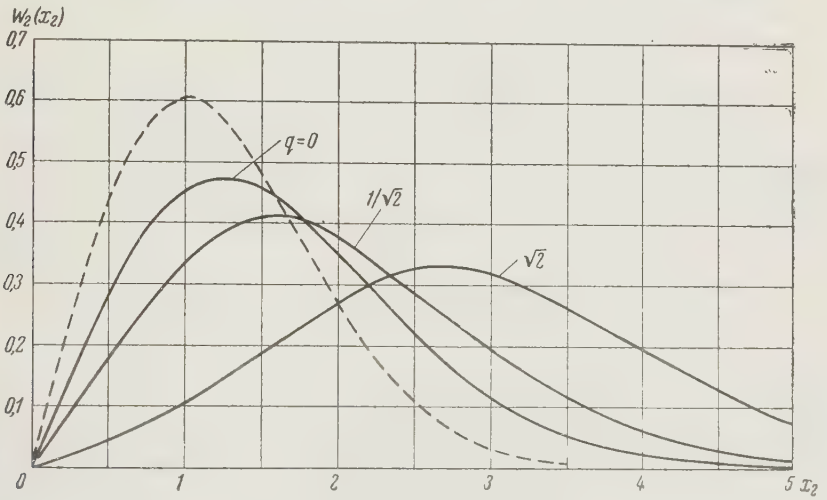


Рис. 5. Плотность распределения вероятностей напряжения на выходе квадратурного приемника с модульным суммированием при приеме сигналов со случайной начальной фазой

стей суммы двух независимых случайных величин и интегрируя полученное выражение по всем возможным значениям φ, после некоторых преобразований получаем

$$w_2(x_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\pi}} \int_0^{2\pi} e^{-\left[\frac{x_2 - \sqrt{2}q(\sin\varphi+\cos\varphi)}{2}\right]^2} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-t^2} dt\right) d\varphi, \qquad (16)$$

где

$$z_1 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{2}\,q(\sin\varphi - \cos\varphi) + x_2\right], \qquad z_2 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{2}q(\sin\varphi - \cos\varphi) - x_2\right].$$

При вычислениях удобно представить входящий в подынтегральное выражение интеграл в следующем виде:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-t^2} dt = \begin{cases} \Phi(z_1) + \Phi(z_2), & \frac{z_1}{z_2} < 0, \\ |\Phi(z_1) - \Phi(z_2)|, & \frac{z_1}{z_2} > 0. \end{cases}$$

В отсутствие сигнала ($q = 0$)

$$w_2(x_2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_2^2}{4}} \Phi\left(\frac{x_2}{2}\right). \qquad (17)$$

На рис. 5 приведены кривые распределения $w_2(x_2)$, полученные численным интегрированием выражения (16) для значений $q = 1/\sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$. Кривая для $q = 0$ вычислена по формуле (17). Пунктиром показано распределение Релея. Из рис. 5 видно, что распределение (17) по форме очень

близко к релеевскому. Отличие масштабного характера связано с неэквивалентностью нормализации величин x и x_1. Кривые для $q = 1/\sqrt{2}$ и 1 отличаются от соответствующих кривых распределения огибающей ([6, 8] наличием более тупого максимума.

Рабочие характеристики приемника, вычисленные по данным рис. и формуле (17), проведены на рис. 2, *а* пунктиром. Небольшое отличие этих кривых от идеальных наблюдается в области средних значений P, причем эта разница уменьшается с увеличением отношения сигнала к помехе.

В случае сигнала, флуктуирующего по амплитуде, x_2 представляет сумму модулей двух независимых нормальных величин, имеющих дисперсию $1 + q_0^2$. Поэтому плотность распределения вероятностей x_2 имеет вид, аналогичный выражению (17),

$$w_2(x_2) = \frac{2}{\sqrt{\pi(1+q_0^2)}} e^{-\frac{x_2^2}{4(1+q_0^2)}} \Phi\left(\frac{x_1}{2\sqrt{1+q_0^2}}\right). \qquad (18)$$

Подставляя выражение (18) в (7), находим вероятности

$$F_2 = 1 - \Phi^2\left(\frac{x_0}{2}\right), \qquad (19)$$

$$D_2 = 1 - \Phi^2\left(\frac{x_0}{2\sqrt{1+q_0^2}}\right). \qquad (20)$$

Вычисления по формулам (19) и (20) очень просты, так как имеются подробные таблицы интеграла вероятностей. В таблице приведены пороговые значения q_{02}, обеспечивающие заданное соотношение вероятностей $F = F_2$ и $D = D_2$. Вычисления выполнены по формулам (13) и (14) (величина q_{00}) и по формулам (19) и (20) (величина q_{02}). Данные таблицы показывают, что замена операции (1) операцией (3) требует незначительного увеличения порогового значения q_0 (на 2—8,5%).

F	$D = 0{,}2$			$D = 0{,}5$			$D = 0{,}9$		
	q_{02}	q_{00}	q_{02}/q_{00}	q_{02}	q_{00}	q_{02}/q_{00}	q_{02}	q_{00}	q_{02}/q_{00}
10^{-1}	0,679	0,656	1,033	1,571	1,524	1,030	4,706	4,620	1,020
10^{-2}	1,414	1,364	1,037	2,473	2,376	1,041	6,820	6,531	1,045
10^{-3}	1,900	1,814	1,048	3,153	2,994	1,051	8,486	8,030	1,055
10^{-4}	2,294	2,173	1,055	3,723	3,505	1,061	9,908	9,292	1,066
10^{-5}	2,634	2,480	1,061	4,223	3,951	1,070	11,17	10,40	1,074
10^{-6}	2,935	2,754	1,066	4,670	4,351	1,073	12,30	11,40	1,078
10^{-7}	3,211	3,002	1,070	5,083	4,717	1,077	13,35	12,33	1,082
10^{-8}	3,466	3,232	1,073	5,467	5,058	1,080	14,32	13,18	1,085

Эффективным средством выделения слабых сигналов из шума является их накопление после оптимальной фильтрации и детектирования. Проведем некоторую оценку работы приемников и с этой точки зрения.

Основными параметрами, характеризующими сигнал при накоплении, являются регулярное приращение выходного напряжения, вызываемое появлением сигнала, и дисперсия выходного шума. Этих данных достаточно, если можно использовать нормальную аппроксимацию выходных флуктуаций. Возможность нормальной аппроксимации распределения суммы n реализаций случайных величин, распределенных экспоненциально и по закону Релея, рассмотрена довольно подробно [9]. Эти данные могут служить оценкой и для нашего случая, так как асимметрия распреде

ения (5) при $q = 0$ меньше экспоненциального, а распределение (17) ень близко к релеевскому. Поэтому нормальную аппроксимацию рас-еделения суммы n реализаций x_1 и x_2 можно использовать по крайней ере при $n \geqslant 100$.

В случае слабого сигнала ($q \ll 1$), используя $I_0(z) \simeq 1 + \frac{z^2}{4}$ ($z \ll 1$), основании выражений (4) и (6) получаются следующие результаты.

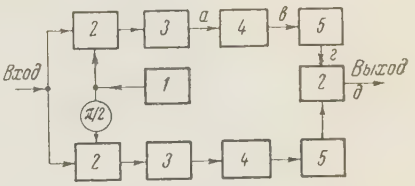


Рис. 6. Блок-схема приемника:
1 — гетеродин; 2 — суммирующее устройство; 3 — линейный амплитудный детектор; 4 — согласованный видеофильтр; 5 — двухтактный выпрямитель

ля величины x приращение статистического среднего, вызванное сиг-алом, $\overline{\Delta x} = \sqrt{\pi/8}\, q^2$ и дисперсия в отсутствие сигнала ($q = 0$) $\sigma^2 = (4 - \pi)/2$. Аналогичные величины для x_1 равны $\overline{\Delta x_1} = q^2/\sqrt{2\pi}$ и $\sigma_1^2 = (\pi - 2)/\pi$. Для x_2 $\overline{\Delta x_2} = 2\overline{\Delta x_1}$ и $\sigma_2^2 = 2\sigma_1^2$. Приращения статистических редних значений, отнесенные к действующему значению флуктуаций, казываются равными

$$\Delta = \frac{\overline{\Delta x}}{\sigma} = \sqrt{\frac{\pi}{4(4-\pi)}}\, q^2,$$

$$\Delta_1 = \frac{\overline{\Delta x_1}}{\sigma_1} = \sqrt{\frac{1}{2(\pi-2)}}\, q^2,$$

$$\Delta_2 = \frac{\overline{\Delta x_2}}{\sigma_2} = \sqrt{\frac{1}{\pi-2}}\, q^2.$$

)тношения нормированных приращений

$$\frac{\Delta_1}{\Delta} = \sqrt{\frac{2(4-\pi)}{\pi(\pi-2)}} \simeq 0{,}69, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta} = \sqrt{\frac{4(4-\pi)}{\pi(\pi-2)}} \simeq 0{,}98.$$

При обнаружении сигналов два приемника обеспечат одинаковые ре-ультаты, если одинаковы нормированные приращения Δ. Поэтому при акоплении большого числа реализаций замена операции (1) операцией (2) ребует увеличения порогового значения q в $\sqrt{\Delta/\Delta_1} \approx 1{,}20$ раза, а опера-ией (3) — в $\sqrt{\Delta/\Delta_2} \approx 1{,}01$ раза, т. е. всего на 1%. Полученные данные спра-едливы и для случая сигнала, флуктуирующего по амплитуде. Достаточ-ю подставить вместо q величину q_0. Эти данные и данные таблицы показы-ают, что с уменьшением числа суммируемых реализаций (от $n = 100$ до $= 1$) потери в двухканальной схеме с модульным суммированием увели-иваются с 1% до 2—8,5%.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для оценки реализуемости полученных соотношений был построен вухканальный приемник по блок-схеме, показанной на рис. 6. На вход хемы подается сигнал с выхода широкополосного усилителя промежуточ-ой частоты обычного радиолокационного приемника. Синхронное детек-ирование выполняется путем суммирования сигнала с колебаниями гете-одина, настроенного на несущую частоту сигнала, и последующего вы-еления огибающей линейным амплитудным детектором. Колебания гете-одина подаются в каналы приемника со сдвигом по фазе на 90°. Амплиту-

да этих колебаний должна превосходить величины сигнала и шума. С вы
хода детекторов сигналы подаются на видеофильтры и далее, для выполн
ния операций (2) и (3), на двухтактные выпрямительные элементы. Выхо
ной сигнал равен сумме напряжений, взятых с выхода двухтактных вы
прямителей.

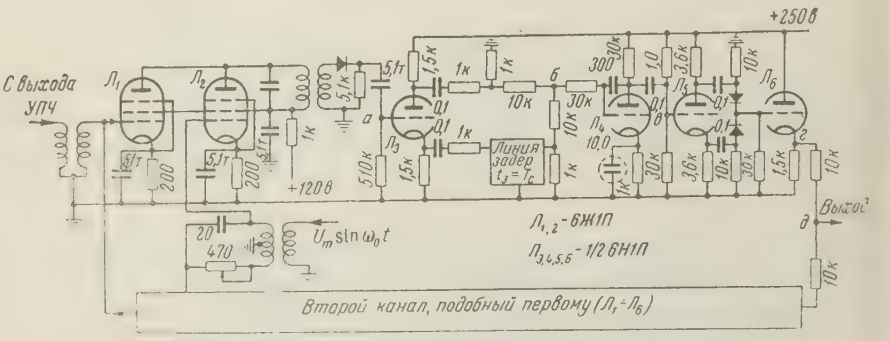


Рис. 7. Принципиальная схема приемника

На рис. 7 изображена принципиальная схема приемника, построенно
по блок-схеме рис. 6 для случая приема импульсов прямоугольной форм
имеющих взаимно-независимые случайные начальные фазы. Работа пр
емника в отсутствие шума иллюстрируется осциллограммами рис. 8. О
циллограммы и соответствующие им места на принципиальной и блок-с
мах обозначены одинаковыми буквами.

В схеме рис. 7 сигнал и колебания гетеродина суммируются на дв
пентодах $Л_1$ и $Л_2$, имеющих общую нагрузку. На выходе амплитудн
детектора получается последовательность прямоугольных импульс
имеющих случайные амплитуды и полярность (рис. 8, *а*). Часть схемы
лампах $Л_3$ и $Л_4$ является согласованным видеофильтром сигнального
пульса прямоугольной формы. Здесь сигнал задерживается на свою д
тельность, вычитается из незадержанного сигнала и полученная разно
(рис. 8, *б*) интегрируется (рис. 8, *в*) Как известно [10, 11], такое устройст
имеет частотную характеристику вида $K(f) = \sin \pi f T_c / \pi f T_c$, что совпад
со спектром прямоугольного импульса длительностью T_c. На выхо
двухтактного выпрямителя ($Л_5$ и германиевые диоды ДГЦ-7) все импул
приобретают одинаковую полярность (рис. 8, *г*). Канал оканчивается
тодным повторителем $Л_6$ [завершается операция (2)]. Во втором кана
происходят такие же процессы. Так как в этот канал напряжение гете
дина подается со сдвигом по фазе на 90°, то на выходе схемы, после су
мирования, получаются треугольные импульсы, слегка флуктуирую
по амплитуде (рис. 8, *д*). Наличие этих флуктуаций и является резуль
том замены операции (1) операцией (3).

Работа приемника при наличии шума ($q \simeq 3$) иллюстрируется осцил
граммами рис. 9. Осциллограмма рис. 9, *г* иллюстрирует характер расп
деления (5), а осциллограмма рис. 9, *д* — характер распределения (1
При экспериментах сигнальные импульсы имели длительность 10 *мкс*
длительность фронта 1 *мксек* и период повторения 2,5 *мсек*. Несущ
(промежуточная) частота равнялась 30 *Мгц*, а полоса усилителя проме
точной частоты 1,5 *Мгц*, что вполне достаточно, чтобы не вызвать суще
венных искажений сигнала.

При приеме сигналов другой формы и длительности изменениям пр
ципиального характера подвергается часть схемы на лампах $Л_3$ и
вместо которой следует включить видеофильтр, согласованный с сигна
заданной формы. Увеличение длительности сигнала требует увеличе

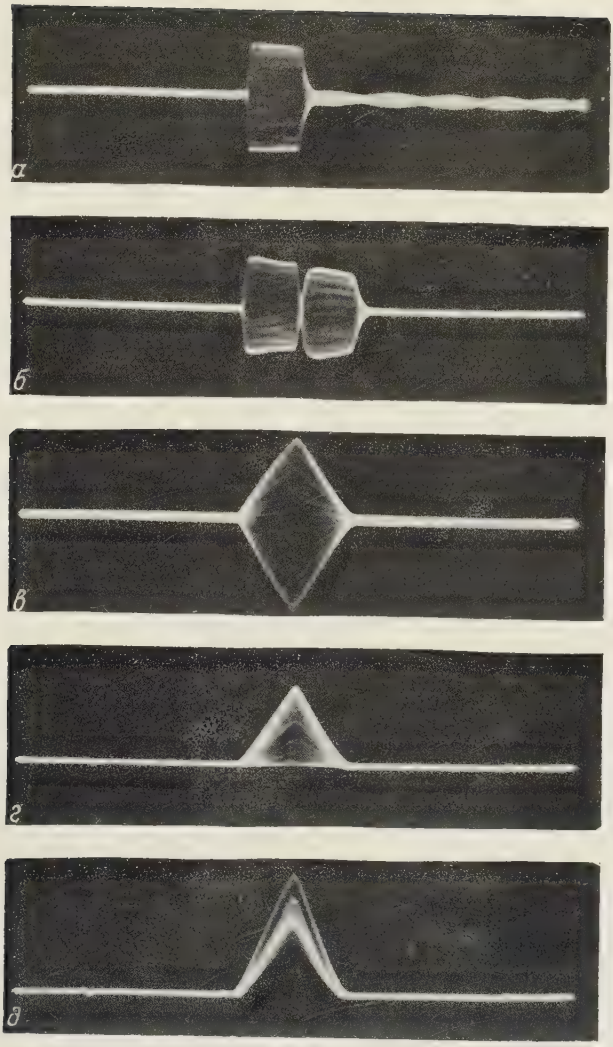


Рис. 8. Осциллограммы напряжений в приемнике в отсутствие шума

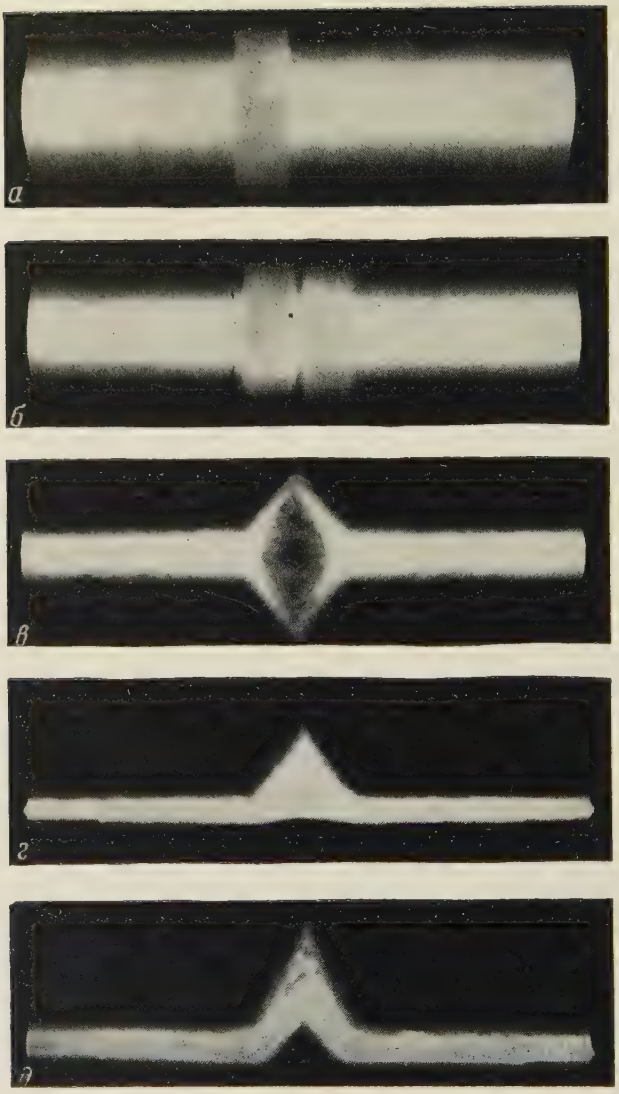


Рис. 9. Осциллограммы напряжений
в приемнике при наличии шума

табильности частоты гетеродина — обстоятельство особенно существен-ое при приеме групп импульсов с когерентным высокочастотным наполне-ием [5]. Допустимая расстройка частот сигнала и гетеродина ориентиро-очно должна удовлетворять условию $\Delta f_{\text{г}} \leqslant 0{,}3/T_{\text{ск}}$ ($T_{\text{ск}}$ — полная дли-льность когерентной части сигнала).

При экспериментах выяснилось, что в чувствительном приемнике труд-о обеспечить точный сдвиг на 90° между колебаниями гетеродина, попа-ающими в каналы из-за прохождения напряжения гетеродина в первые бщие каскады приемника. Требуются тщательная экранировка гетеро-ина и фильтрация в цепях питания. Одноканальная схема, выполняю-ая операцию (2), не требует такой экранировки гетеродина.

Существенно, что импульсы на выходе приемников (рис. 8, *г*,*д*) флукту-руют лишь по величине, а их форма остается неизменной. Поэтому оба риемника позволяют точно определять временно́е положение импульсов. частности, при согласованной фильтрации и отсчете по положению мак-имальных значений [12] можно точно определять временно́е положение мпульсов, имеющих относительно большую длительность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квадратурный приемник с модульным суммированием обеспечивает рием, очень близкий к оптимальному. Повторяющиеся сигналы со слу-айной начальной фазой и сигналы со случайными амплитудой и фазой ожно с небольшими потерями принимать на синхронный приемник с мо-ульным выходом. Этот приемник отличается предельной простотой реали-ации: достаточно на вход амплитудного детектора обычного широкопо-осного приемника кроме сигнала подать колебания стабильного гетеро-ина, настроенного на промежуточную частоту, и выполнить необходимые ильтрацию и накопление после детектора.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Зубаков, Оптимальное обнаружение при коррелированных помехах Радиотехника и электроника, 1958, 3, 12, 1441.
2. Ф. М. Вудворд, Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации, Изд. Советское радио, 1955.
3. W. W. Peterson, T. G. Birdsall, W. C. Fox, The theory of signal detectability, IRE Trans., 1954, PGIT-4, 4, 171.
4. У. Сиберт, Некоторые применения теории обнаружения в радиолокации, Радиотехника и электроника за рубежом, 1959, 1, 26.
5. H. Sherman, Some optimal signals for time measurement, IRE Trans., 1956, PGIT-2, 1, 24.
6. В. И. Бунимович, Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Изд. Советское радио, 1951.
7. Б. Р. Левин, Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, Изд. Советское радио, 1957.
8. С. О. Райс, Теория флуктуационных шумов, Сб. переводов «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех», ИЛ, 1953.
9. Ю. В. Поляк, В. С. Кельзон, К теории обнаружения периодических импульсных сигналов в гауссовом шуме при некогерентном накоплении, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 6, 764.
10. М. Х. Никольс, Л. Л. Раух, Радиотелеметрия, ИЛ, 1958, стр. 431.
11. Ю. С. Лезин, О синтезе фильтров, оптимальных импульсам определенной формы, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1958, 1, 2, 23.
12. Б. Н. Митяшев, Об оптимальном способе определения временно́го положения импульсов, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 2, 206.

Поступила в редакцию
7 XII 1959

1961 №

РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ПО НАГРУЗКЕ

Г. В. Дружинин

Рассмотрен вопрос о возможности и целесообразности применения одного из практических способов повышения надежности электронных схем путем использования резервных (избыточных) элементов.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время рост сложности электронных схем, т. е. коли ства применяемых в них элементов (конденсаторов, сопротивлений, эл тронных ламп и т. д.), значительно опережает рост качества этих элем тов. Поэтому первостепенное значение приобретает вопрос о повыше надежности электронных схем путем применения резервных (избыт ных) элементов. В подавляющем большинстве опубликованных ра рассматриваются абстрагированные математические модели резерви ванных схем. При этом, как справедливо отмечено в [1], практичес осуществление резервированных систем связано с рядом трудностей, отраженных в опубликованных работах. В частности, мало разработа практические способы резервирования отдельных элементов схем. Им щиеся работы [2—5] немногочисленны и охватывают лишь неболь часть проблемы. Вместе с тем разработка практических способов резер рования элементов является ближайшей задачей на пути создания выс надежных резервированных систем. Резервирование элементов сра тельно легко осуществимо, тогда как вряд ли можно ожидать быст практической реализации важных идей о принципиально надежной гической структуре сложных схем.

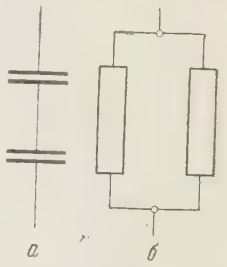
Обычно под резервированием понимается такое применение избы ных элементов, при котором отказ одного или нескольких участков (ментов) схемы не нарушает работоспособности всей схемы. Оставши элементы выполняют ту же функцию, что и нерезервированная схема (мент), и имеют те же параметры. При этом работающие элементы, сос ляющие блоки и участки схемы, находятся в одинаковом электричес режиме до и после отказа одного из них. Подобное применение избы ных элементов можно назвать функциональным резервированием. Фу циональное резервирование отдельных элементов обычно тр ществимо на практике. Вместе с тем в некоторых случаях удается ществить функциональное резервирование блоков и узлов аппарату Например, иногда могут быть соединены параллельно два электрон усилителя с достаточным диапазоном автоматической регулировки у ления.

Указанное выше общепринятое понимание резервирования не явл ся единственно возможным. Можно повышать надежность схем пу применения резервирования элементов по нагрузке.

1. СУЩНОСТЬ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ПО НАГРУЗКЕ

Резервирование отдельных элементов почти всегда является пас ным [6], т. е. при появлении отказа не происходит перестройки сх При этом приходится учитывать различные последствия, к которым жет привести отказ элемента резервирующей схемы. Резервирую

хема, заменяющая один нерезервированный элемент, может быть состав-ена так, что при отказе одного из ее элементов выходит из строя вся схе-а, а электрическая нагрузка, которую должен был испытывать один ерезервированный элемент, распределяется между всеми элементами хемы. На рис. 1 приведены простейшие примеры такого резервирования о нагрузке конденсаторов и проволочных сопротивлений. Вместо одного роволочного сопротивления R, *ом* и конденсатора C, *мкф* применяются оединенные в схемы (рис. 1, *а*, *б*) сопротивления по $\frac{R}{2}$, *ом* и конденсаторы по 2 C, *мкф*. При любом виде тказа (обрыв или короткое замыкание) одного из лементов схемы отказывает вся схема из-за не-опустимого изменения емкости или сопротивления.



ис. 1. Простейшие примеры резервирования по нагрузке конденсаторов (*а*) и сопротивлений (*б*)

При резервировании по нагрузке интенсивность выхода из строя каж-ого элемента резервированного узла значительно снижается за счет меньшения электрической нагрузки, которая распределяется между все-и элементами схемы. Например, каждый из конденсаторов схемы рис. 1, *а* аходится под половинным напряжением; на каждом из сопротивлений ис. 1, *б* рассеивается половина мощности, которой предполагалось на-рузить нерезервированный элемент. С другой стороны, интенсивность тказов резервирующей схемы равна сумме интенсивностей отказов эле-ентов:

$$P_0(t) = \prod_{j=1}^{k} p_j(t) = \exp\left[-\sum_{j=1}^{k} \lambda_j(t)\right] = \exp[-\Lambda t]. \qquad (1)$$

В формуле (1) $P_0(t)$ — вероятность исправной работы в течение вре-ени t резервирующей схемы; $p_j(t)$ — вероятность исправной работы в ечение времени t j-го элемента резервирующей схемы; λ_j — интенсивность ыхода из строя j-го элемента схемы; Λ — интенсивность выхода из строя сей резервирующей схемы; k — число элементов в резервирующей схе-е. Когда резервирующая схема состоит из одинаковых элементов, что бычно и бывает в действительности, то

$$\Lambda = k\lambda. \qquad (2)$$

Резервирование по нагрузке полезно, если интенсивность отказов ре-ервной схемы снижается за счет уменьшения нагрузки на бо́льшую ве-ичину, чем повышается за счет увеличения числа работающих элемен-ов. При этом, как и при любом исследовании надежности элемента, не итывается влияние величины параметра (емкости, сопротивления и п.) элемента на интенсивность его выхода из строя.

Опубликованные в ряде работ, например [7, 8], экспериментальные анные обычно характеризуют зависимость интенсивности выхода из троя элементов от электрической нагрузки и температуры θ окружающей реды. В качестве электрической нагрузки обычно принимается мощность ля сопротивлений, рабочее напряжение для конденсаторов и т. д. Элек-рическая нагрузка X задается в долях от номинальной нагрузки $X_н$:

$$\gamma = \frac{X}{X_н}.$$

кспериментальные зависимости

$$\lambda_1 = \varphi(\gamma, \theta) \qquad (3)$$

бычно приводятся в виде графиков. На рис. 2, *а* приведена построенная данным [8] зависимость вида (3) для керамических конденсаторов.

Интенсивность выхода из строя резервирующей схемы, в которой н
грузка γ распределяется между k элементами,

$$\lambda_2 = k\varphi\left(\frac{\gamma}{k}, \theta\right).$$

Рассмотрим в качестве примера резервирование по нагрузке керам
ческих конденсаторов путем их последовательного соединения. Рез
вирующая схема выходит из строя при любом виде отказа одного из э
ментов. На рис. 2, *б* приведены найденные при помощи графиков рис. 2
зависимости отношения интенсивностей выхода из строя нерезервиров
ного конденсатора (λ_1) и резервирующей схемы (λ_2) при различном кол
честве элементов в резервирующей схеме. Графики рис. 2, *б* соответству
температуре окружающей среды $\theta = 60°$. При изменении θ кривые рис. 2
незначительно смещаются. В данном случае это объясняется тем, что кр
вые рис. 2, *а* примерно эквидистантны. Характер кривых рис. 2, *б* пок
зывает, что для рассматриваемых чисел элементов резервирующей схе
при разных γ наибольший выигрыш в надежности достигается при р
личном количестве k последовательно соединенных конденсаторов.

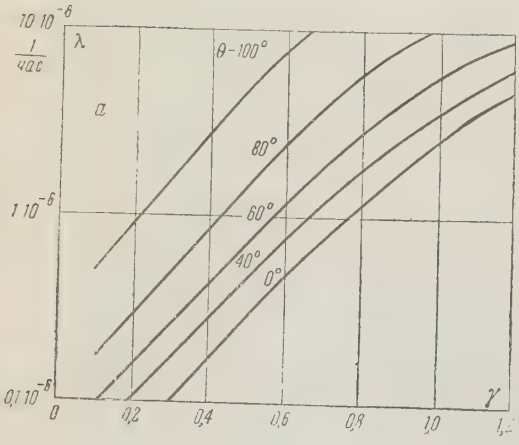
Можно поставить и решить экстремальную задачу по определению о
тимального значения k, обеспечивающего наибольший выигрыш в наде
ности (в том числе и при наличии лимитирующего фактора). Однако пра
тическое значение этого исследования будет невелико, так как при эт
считается уже решенным основной вопрос о целесообразности исполь
вания резервирования по нагрузке.

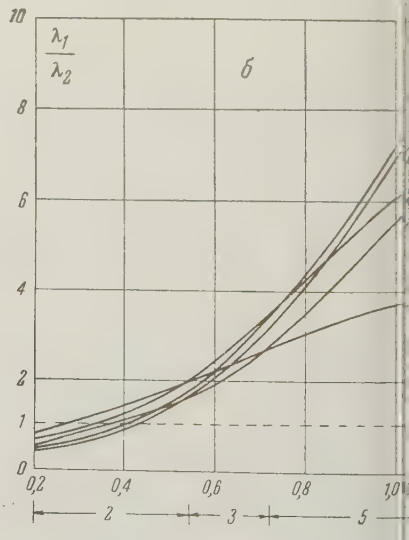
Резервирование элементов по нагрузке повышает надежность при
данных нагрузках γ, θ, если при этом выполняется условие

$$\lambda_1 - \lambda_2 > 0$$

или, учитывая (3) и (4),

$$\varphi(\gamma, \theta) - k\varphi\left(\frac{\gamma}{k}, \theta\right) > 0. \qquad (6)$$





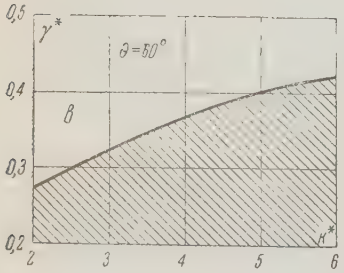


Рис. 2. Резервирование по нагрузке керамичес конденсаторов:

а — зависимость интенсивности выхода из строя керам ских конденсаторов от относительного рабочего напря ния $\gamma = U_{раб}/U_{ном}$ и температуры окружающей сред *б* — зависимость отношения интенсивностей отказов нер вированных керамических конденсаторов (λ_1) и рез рующей схемы (λ_2) от относительного рабочего напряж γ при различном числе k элементов в схеме и темпера окружающей среды $\theta = 60°$ С; цифры под графиком ук вают количество элементов резервирующей схемы, обесп вающее при данном значении γ наибольший выигрыш н дежности; *в* — граница полезности применения резерв вания по нагрузке; в заштрихованной зоне резервир ние по нагрузке снижает надежность

При этом предполагается, что температура окружающей среды одинакова для всех элементов данного типа и не меняется при изменении числа элементов в резервной схеме. Последнее допущение важно лишь для термически активных элементов (сопротивления, электронные лампы и т. д.). Продифференцировав неравенство (6) по γ, получим необходимое (но не достаточное) условие, при котором резервирование по нагрузке приносит пользу

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)_{\frac{\gamma_1}{k}} k < \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)_{\gamma_1}, \qquad (7)$$

где $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)_{\gamma_1}$ — частная производная $\frac{\partial}{\partial\gamma}[\varphi, (\gamma, \theta)]$ при относительной электрической нагрузке γ_1; $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)_{\frac{\gamma_1}{k}}$ — то же при относительной электрической нагрузке γ_1/k.

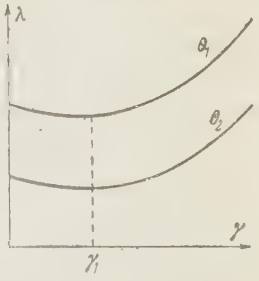


Рис. 3. Один из возможных случаев, когда резервирование по нагрузке приносит вред при любом числе элементов в резервирующей схеме

Из формул (5) — (7) следует, что повысить надежность элементов путем применения резервирования по нагрузке можно лишь в случае, когда зависимость интенсивности выхода из строя элемента от относительной электрической нагрузки нелинейна и вогнута вверх. На практике обычно при всех значениях $\partial\varphi/\partial\gamma > 0$, $\partial^2\varphi/\partial\gamma^2 > 0$ и резервирование по нагрузке приносит пользу при любых встречающихся на практике значениях γ.

Однако возможны случаи, когда применение резервирования по нагрузке ведет к снижению надежности (рис. 3).

Неравенства (5) и (6) удовлетворяются не при всяких k и γ. Так как при фиксированных γ и θ увеличение числа применяемых элементов, с одной стороны, ведет к уменьшению интенсивности выхода из строя резервной схемы за счет уменьшения нагрузки каждого из элементов, а с другой стороны, ведет к увеличению интенсивности выхода из строя схемы из-за роста числа элементов, то существует критическое число k^* элементов, при превышении которого резервирование начинает приносить вред, снижая первоначальную надежность элемента. Решая уравнение

$$k\varphi\left(\frac{\gamma}{k}, \theta\right) - \varphi(\gamma, \theta) = 0 \qquad (8)$$

при различных фиксированных значениях γ, θ, можно найти зависимость $k^* = f(\gamma^*, \theta^*)$ или $\gamma^* = \psi(k^*, \theta^*)$. Соответствующая определенному значению θ^* кривая $\gamma^* = \psi_1(k^*)$ разделяет плоскость (k, γ) на две области. Выше кривой резервирование по нагрузке повышает надежность элемента. В области ниже кривой резервирование по нагрузке приносит вред, т. е. интенсивность отказов резервирующей схемы больше, чем у нерезервированного элемента. Для рассмотренного выше примера резервирования по нагрузке керамических конденсаторов влияние изменения температуры окружающей среды невелико. Поэтому на рис. 2, *в* изображена лишь одна кривая $\gamma^* = \psi_1(k^*)$, ограничивающая заштрихованную область, в которой нельзя повысить надежность керамических конденсаторов путем резервирования по нагрузке. При $\gamma < 0{,}275$ резервирование по нагрузке керамических конденсаторов всегда ведет к снижению их надежности.

Таким образом, резервирование по нагрузке может служить средством повышения надежности сильно нагруженных элементов или элементов невысокого качества, имеющих низкие номинальные нагрузки.

2. ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАГРУЗКЕ

Этот вопрос неизбежно встает перед инженером при выборе одно из двух простейших путей достижения высокой надежности элемент применять ли высококачественные нерезервированные элементы с повы шенными значениями номинальных нагрузок или же использовать р зервирование элементов по нагрузке? Применение нерезервированных эл ментов с повышенной номинальной нагрузкой $X_н$ при неизменной раб чей нагрузке X соответствует уменьшению относительной электрическ нагрузки γ и ведет к снижению интенсивности выхода из строя элемент Например, если в низковольтных цепях стоят конденсаторы, рассчита ные на высокое рабочее напряжение, то они редко отказывают. Резерв рование по нагрузке дает возможность при определенных условиях д биться повышения надежности путем увеличения к о л и ч е с т в а пр меняемых элементов пониженного качества. При выборе пути обеспечен высокой надежности элементов обычно приходится учитывать лимитир ющий фактор (стоимость, вес, объем и т. д.). При этом можно проводи два вида расчетов.

а) Р а с ч е т н а м и н и м у м л и м и т и р у ю щ е г о ф а к т р а C п р и з а д а н н о й п р е д е л ь н о й в е л и ч и н е и н т е с и в н о с т и в ы х о д а и з с т р о я $\lambda_{пр}$. При этом вычисляются сравниваются значения лимитирующего фактора C, соответствующие дв путям обеспечения требуемой надежности для определенных значен X, θ. Чтобы интенсивность выхода из строя не превышала заданную пр дельную величину $\lambda_{пр}$, необходимо, чтобы номинальная электрическ нагрузка применяемого элемента была бы больше предельной, определя мой формулой

$$X_{н\,пр} = \frac{X}{\gamma_{пр}}. \qquad (8)$$

Величины, относящиеся к перезервированным элементам с повыше ными значениями номинальных нагрузок, будем обозначать индексом относящиеся к резервированию по нагрузке — индексом 4.

При использовании нерезервированных элементов с повышенны номинальными нагрузками по графику $\lambda = \varphi(\gamma, \theta)$ находится значен $\gamma_{3пр}$, соответствующее заданному предельному значению $\lambda_{пр}$ и опред ленному θ. Далее по формуле (9) вычисляется значение $X_{зн\,пр}$. По п лученному значению $X_{зн\,пр}$ в каталоге выпускаемых промышленность изделий находятся элементы с ближайшим бо́льшим из примерно соо ветствующих $X_{зн\,пр}$ значений номинальной электрической нагрузки. И этих элементов выбирается элемент с минимальным значением лимит рующего фактора $C_з$.

При использовании резервирования по нагрузке относительна электрическая нагрузка на каждый элемент резервной схемы должн быть меньше предельной $\gamma_{4пр}$, которая находится из соотношения

$$\lambda_{пр} = k\varphi\left(\frac{\gamma_{4пр}}{k},\ \theta\right). \qquad (10$$

Расчет ведется при помощи графика $\lambda = \varphi(\gamma, \theta)$. Для этого уравнени (10) перепишем в виде

$$\frac{\lambda_{пр}}{k} = \varphi\left(\frac{\gamma_{4пр}}{k},\ \theta_1\right). \qquad (11$$

Согласно (11) по графику $\lambda = \varphi(\gamma, \theta)$ можно найти значение $\gamma_{4пр}/k$ соответствующее $\lambda_{пр}/k$ при фиксированных температуре θ и числе элементов резервирующей схемы. Далее по формуле (9) вычисляетс $X_{4пр}$, после чего по каталогу находится ближайшее минимальное зн

ение C_4', соответствующее $X_{4\text{пр}}$ и зависящему от k значению параметра элемента (емкости, сопротивлению, крутизне и т. п.). Подобные расчеты проводятся при нескольких реальных значениях k. Сравнивая C_3 и $_4 = kC_4'$, можно решить вопрос о целесообразности применения одного из рассмотренных путей повышения надежности элементов.

б) **Расчет на максимальную надежность при заданной предельной величине лимитирующего фактора** $C_{\text{пр}}$. При этом вычисляются и сравниваются значения интенсивности выхода из строя λ, соответствующие двум путям повышения надежности при наличии лимитирующего фактора $C_{\text{пр}}$ и условиям работы X, θ.

При использовании элементов с повышенными номинальными нагрузками выбирается элемент с ближайшим к $C_{\text{пр}}$ значением лимитирующего фактора C_3, удовлетворяющим условию $C_3 < C_{\text{пр}}$. По значению номинальной электрической нагрузки $X_{3\text{н}}$ этого элемента и условиям работы X_3, θ находим по графику $\lambda = \varphi(\gamma, \theta)$ значение λ_3.

При резервировании элемента по нагрузке, выбрав в каталоге элемент резервной схемы с величиной лимитирующего фактора, равной C_4, задавшись краткостью резервирования k так, чтобы выполнялось равенство

$$kC_4 \leqslant C_{\text{пр}}, \tag{12}$$

находим интенсивность отказов резервной схемы при определенных условиях работы X, θ. Для этого по номинальной нагрузке $X_{4\text{н}}$ выбранного элемента и значениям γ, θ, k по графику $\lambda = \varphi(\gamma, \theta)$ находится значение λ_5' и вычисляется величина

$$\lambda_5 = k\lambda_5' = k\varphi\left(\frac{X}{X_{4\text{н}}k}, \theta\right). \tag{13}$$

Значение λ_5 сравнивается с λ_3 для определения целесообразности применения того или иного пути достижения надежности. Выбирая различные величины k и C_4, удовлетворяющие условию (12), можно выбрать из вариантов резервирования оптимальный вариант, обеспечивающий наивысшую надежность. Когда число возможных вариантов резервирования окажется большим, целесообразно в процессе расчета составить график или таблицу зависимости $X_{4\text{н}} = f_1(k)$, а по окончании расчета—график $\lambda_5 = f_2(k)$.

3. СМЕШАННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Резервирование по нагрузке и функциональное резервирование являются предельными случаями общего или смешанного резервирования, когда резервирующая схема хотя и продолжает работать при отказе одного или нескольких элементов, но при этом меняются режимы работы элементов схемы. Иначе говоря, при смешанном резервировании надежность резервирующей схемы повышается как за счет того, что при отказе одного или нескольких элементов схемы функции этих элементов будут выполнять оставшиеся элементы, так и за счет того, что действующая на резервирующую схему электрическая нагрузка распределяется между всеми элементами схемы, и они работают в облегченном режиме. Для большинства элементов смешанное резервирование легче осуществить, чем функциональное.

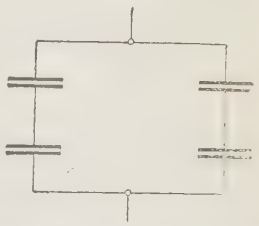


Рис. 4. Резервирующая схема

Как и всякая классификация, деление на резервирование по нагрузке смешанное резервирование является условным, зависящим от требований, предъявляемых к элементу. Например, когда от нерезервированного

конденсатора требуется постоянство емкости в пределах ± 5%, схема из конденсаторов (рис. 4) может, при некоторых условиях, обеспечить лишь резервирование по нагрузке. Когда допускаются колебания емкости на ± 70 % от номинала, то та же схема обеспечивает смешанное резервирование.

При смешанном резервировании необходимо учитывать различные изменения в структуре схемы, которые вызываются отказом каждого из ее элементов, т. е. учитывать виды отказов элементов. Отказы элементов по своим внешним проявлениям, т. е. степени влияния на соседние цепи, могут быть весьма разнообразными. Однако для большинства элементов можно выделить предельные случаи возможных внешних проявлений отказов: обрыв и короткое замыкание. К этим двум предельным случаям можно свести различные внешние проявления отказов почти всех элементов. Поэтому для приближенного исследования схем смешанного резервирования элементов можно использовать приемы, разработанные для исследования резервирования контактных элементов [3, 5].

Характер перераспределения электрической нагрузки между элементами резервирующей схемы при отказе одного или нескольких из них определяется видом конкретной резервирующей схемы конкретного элемента. Поэтому особенности смешанного резервирования элементов определенного типа можно выявить лишь после рассмотрения ряда конкретных резервирующих схем из этих элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Бруевич, О надежности и точности автоматического производства, Изв. АН СССР, Отд. техн. н., Энергетика и автоматика, 1959, 4.
2. C. J. Crevelіng, Increasing the reliability of electronic equipnens by the use of redundant circuits, Proc. I. R. E., 1956, april.
3. Г. В. Дружинин, Резервирование схем с контактными элементами, Изв. АН СССР, Отд. техн. н., 1958, 6, 96.
4. Г. В. Дружинин, Резервирование конденсаторов, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 3, 463.
5. Г. В. Дружинин, Применение резервирования при конструировании контактных элементов, Сб. статей «Надежность радиоэлектронной аппаратуры», Изд. Советское радио, 1960.
6. Г. В. Дружинин, Классификация резервированных систем, Электросвязь, 1959, 7, 72.
7. Дж. Коппор, Расчет риска применения схемных элементов, Вопр. радиолокационной техники, 1957, 4, 15.
8. A. Wulfsberg, The price of reliability in airborne electronic equipment, IRE Trans. Reliabil. and Qual. Control, 1957, PGRQC-9, 1, 9.

Поступила в редакцию
14 X 1960

1961 № 5

О ВЛИЯНИИ ЗЕМЛИ ПРИ ДАЛЬНЕМ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ УЛЬТРАКОРОТКИХ ВОЛН

А. И. Калинин

Дано решение задачи об определении средней величины напряженности поля при дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн, основанное на гипотезе о когерентном отражении от слоистых неоднородностей тропосферы, экспоненциальной зависимости диэлектрической проницаемости воздуха от высоты над поверхностью Земли и учитывающее дифракцию вокруг земной поверхности.

1. В работе [1] показано, что экспериментально обнаруженные закономерности при дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн можно объяснить отражением радиоволн от верхнего полупространства с экспоненциальной зависимостью диэлектрической проницаемости воздуха ε от высоты h над поверхностью Земли.

Граница между нижним и верхним полупространствами появляется за счет экранирующего влияния Земли и для простоты в работе [1] предполагалась идеально резкой. Высота h_1 этой границы определяется пересечением касательных к Земле, проведенных из точек передачи и приема (рис. 1, *а*), и при равных нулю высотах подъема передающей и приемной антенн оказывается равной

$$h_1 = \frac{R^2}{8a_э}, \tag{1}$$

где R — расстояние между точками передачи и приема; $a_э$ — эквивалентный радиус Земли.

В работе [1] отражением от поверхности Земли и от слоев в тропосфере, расположенных на высотах $h < h_1$, пренебрегалось и, таким образом, распределение амплитуды напряженности поля падающей волны в вертикальной плоскости предполагалось имеющим вид, показанный на рис. 1, *б*, где E_0 — поле свободного пространства.

Из-за дифракции вокруг Земли граница между верхним и нижним полупространствами будет «размытой». Целью настоящей работы и является учет этой размытости границы на среднюю величину напряженности поля при дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн.

2. Как и в работе [1], будем считать, что реальную зависимость диэлектрической проницаемости воздуха ε от высоты h можно в среднем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью

$$\varepsilon(h) = 1 + \Delta\varepsilon_0 \exp\left(\frac{g}{\Delta\varepsilon_0}\right) h, \tag{2}$$

где $\Delta\varepsilon_0$ — отклонение ε от единицы у поверхности Земли; $g < 0$ — приземное значение вертикального градиента диэлектрической проницаемости воздуха.

За последнее время экспоненциальная зависимость $\varepsilon(h)$, определяемая формулой (2), подтверждена обширным экспериментальным материалом [2] и принята Международным Консультативным Комитетом по радио (МККР) в качестве исходной модели тропосферы [3].

Разбивая тропосферу на тонкие сферические слои толщиной Δh, поле в точке приема можно определить как результат интерференции волн, отраженных от всех границ между слоями. Считая коэффициент отражения от каждой границы равным френелевскому и переходя к пределу при $\Delta h \to 0$, можно получить следующую общую формулу для множителя ослабления поля свободного пространства V:

$$V = -\frac{gh_0}{4}\int_0^\infty \frac{\exp\left(\frac{g}{\Delta\varepsilon_0}h_0 y\right)}{\sin^2\Theta(y)}U^2(y)F^2(y)\,dy\,, \tag{3}$$

где y — высота h в безразмерных единицах:

$$y = \frac{h}{h_0}\,; \tag{4}$$

h_0 — «стандартная» высота:

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{a_э\lambda^2}{8\pi^2}}\,; \tag{5}$$

λ — длина волны; $\Theta(y)$ — угол скольжения для границы между слоями, расположенной на высоте y; $U(y)$ — функция ослабления, учитывающая

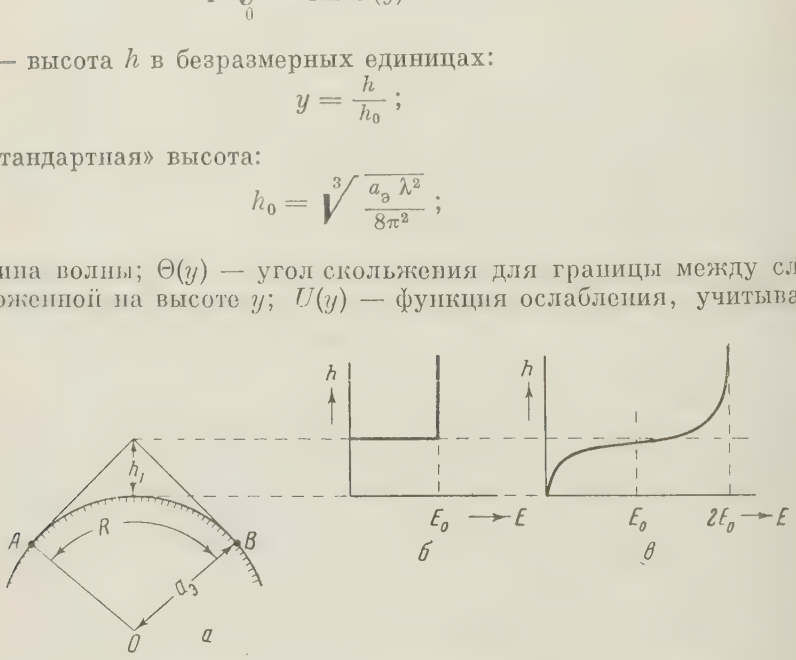


Рис. 1

изменение амплитуды и фазы волн за счет влияния Земли на участках от точки передачи до точки отражения и от точки отражения до точки приема; $F^2(y)$ — множитель, учитывающий влияние направленности передающей и приемной антенн, которые считаются одинаковыми.

Ниже влияние направленности антенн не будет учитываться (т. е. будет считаться $F^2(y)=1$), так как в работе [1] показано, что это влияние незначительно.

3. Решение поставленной задачи будем искать для случая, когда вертикальный электрический излучатель расположен на поверхности идеально проводящей Земли. Распределение поля падающей волны в вертикальной плоскости будет иметь вид, показанный на рис. 1,*в*.

В случае поднятых над поверхностью Земли передающей и приемной антенн при $h > h_1$ будет наблюдаться интерференционная структура поля падающей волны.

Решение для этого случая представляет самостоятельный интерес и здесь не рассматривается.

4. На основании работы В. А. Фока [4] для случая вертикального электрического излучателя, расположенного на поверхности идеально проводящей Земли, и $y \geqslant 1$ функцию ослабления можно представить в виде

$$U(y) = \sqrt[4]{\frac{x^2}{4y}}\exp\left(i\,\frac{2}{3}\,y^{3/2}\right)V_1(z), \tag{6}$$

где x — расстояние в безразмерных единицах:

$$x = \frac{R}{R_0}; \tag{7}$$

R_0 — «стандартное» расстояние:

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{a_э^2 \lambda}{\pi}}, \tag{8}$$

$$z = \frac{x}{2} - \sqrt{y}; \tag{9}$$

$V_1(z)$ — функция ослабления плоской волны, графики модуля и фазы которой приведены соответственно на рис. 2, *а*, *б*, заимствованных из работы [5].

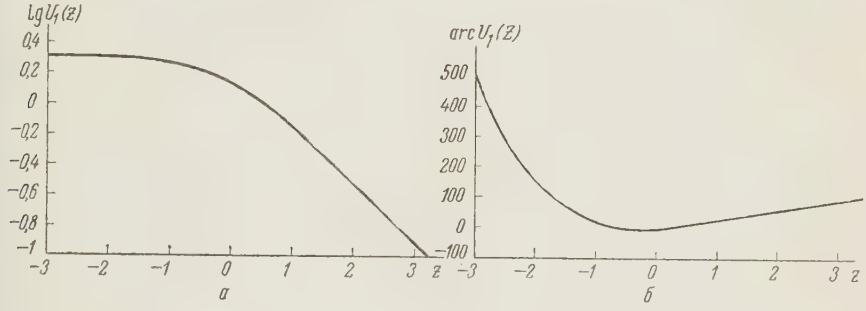


Рис. 2

Переходя в (3) от переменной интегрирования y к переменной z по (9) и учитывая (6), получим

$$V = \frac{gh_0 x}{4} \exp\left(\frac{gh_0 x^2}{4\Delta\varepsilon_0}\right) \int_{x/2}^{-\infty} \frac{\exp\left[\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 (z^2 - xz) + i\,\frac{4}{3}\left(\frac{x}{2} - z\right)^3\right]}{\sin^2 \Theta(z)} V_1^2(z)\, dz. \tag{10}$$

Из геометрических соображений, учитывая (7) и (9), найдем, что

$$\sin \Theta(z) = \frac{R}{2a_э}\left(1 - \frac{2z}{x}\right) \tag{11}$$

и, следовательно,

$$V = \frac{a_э^2 gh_0}{R_0^2 x} \exp\left(\frac{gh_0 x^2}{4\Delta\varepsilon_0}\right) \int_{x/2}^{-\infty} \frac{\exp\left[\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 (z^2 - xz) + i\,\frac{4}{3}\left(\frac{x}{2} - z\right)^2\right]}{\left(1 - \frac{2z}{x}\right)^2} V_1^2(z)\, dz. \tag{12}$$

Очевидно, что существенной областью интегрирования будет область значений z, удовлетворяющих неравенству

$$|z| \ll \frac{x}{2}, \tag{13}$$

поэтому приближенно

$$V = \frac{a_э^2 gh_0}{R_0^2 x} \exp\left(\frac{gh_0 x^2}{4\Delta\varepsilon_0} + i\,\frac{x^3}{6}\right) \int_{x/2}^{-\infty} \exp\left[-\left(\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 + ix^2\right) z\right] V_1^2(z)\, dz. \tag{14}$$

Для вычисления интеграла (14) необходимо знать аналитическое выражение функции $V_1(z)$. На основании работы В. А. Фока [4] $V_1(z)$

можно представить в виде ряда

$$V_1(z) = \frac{4}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n, \tag{15}$$

который сходится при любом конечном z. Коэффициенты a_n определяются формулой

$$a_n = \frac{2}{3} \frac{1}{3^{\frac{n}{3}} \Gamma\left(1+\frac{n}{3}\right)} \left[\exp\left(-i\frac{5n\pi}{6}\right) + \exp\left(i\frac{n\pi}{2}\right)\right]. \tag{16}$$

Ряд (15) сходится достаточно быстро лишь при малых значениях $|z|$. При больших $|z|$ можно пользоваться асимптотическими выражениями для функции $V_1(z)$. На основании той же работы [4] при больших отрицательных значениях z можно пользоваться формулой

$$V_1(z) = 2\exp\left(-\frac{i}{3}z^3\right). \tag{17}$$

При положительных z функция $V_1(z)$ выражается рядом вычетов

$$V_1(z) = i2\sqrt{\pi}\sum_{s=1}^{\infty} \frac{\exp(it_s' z)}{t_s' w(t_s')}, \tag{18}$$

где t_s' — корни уравнения;

$$w'(t_s') = 0, \tag{19}$$

$w(t)$ — комплексная функция Эйри.

При достаточно больших положительных значениях z можно пользоваться одним только первым членом суммы (18), соответствующим первому корню уравнения (19)

$$t_1' = 1{,}01879\exp\left(i\frac{\pi}{3}\right). \tag{20}$$

Сравнение результатов вычислений функций $V_1(z)$ по формуле (17) и первому члену ряда (18) с точными значениями $V_1(z)$, приведенными в [5], показывает, что при $z > 1$ можно с достаточной степенью точности пользоваться одночленной формулой (18), а при $z < -1$ — асимптотической формулой (17).

Разбивая путь интегрирования в формуле (14) на три участка $\frac{x}{2} > z > 1$, $1 > z > -1$ и $-\infty < z < -1$ и пользуясь на каждом участке соответствующим выражением для $V_1(z)$, получим

$$V = \frac{a_9^2 g h_0}{R_0^2 x} \exp\left(\frac{g h_0 x^2}{4\Delta\varepsilon_0} + i\frac{x^3}{6}\right) L, \tag{21}$$

где

$$L = 3{,}35\int_{x/2}^{1} \exp\left\{-\left[\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 x + i(x^2 - 2t_1')\right] z\right\} dz +$$

$$+ \int_{1}^{-1} \left[1{,}78 + 2{,}66\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n + \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 x + ix^2\right) z\right] dz +$$

$$+ 4\int_{-1}^{-\infty} \exp\left[-\left(\frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0 x + ix^2\right) z - i\frac{2}{3} z^3\right] dz. \tag{22}$$

При дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн егда имеют место неравенства

$$x^2 \gg 1; \quad x^2 \gg |2t_1'| \text{ и } x \gg \frac{g}{\Delta\varepsilon_0} h_0. \tag{23}$$

роме того, в силу первого из неравенств (23),

$$\int_1^{-1} z^n \exp(-ix^2 z)\, dz \cong \frac{i}{x^2}[(-1)^n \exp(ix^2) - \exp(-ix^2)]. \tag{24}$$

Учитывая неравенства (13), (23), формулы (20), (24) и производя нтегрирование в (22), получим

$$L = \left\{\left[-1{,}21 - 2{,}66\sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 - 2\sum_{n\neq k} a_n a_k\right]\exp(-ix^2) + \right.$$
$$\left. + \left[-2{,}22 + 2{,}66\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + 2\sum_{n\neq k} a_n a_k (-1)^{n+k}\right]\exp(ix^2)\right\}. \tag{25}$$

Ряды в (25) сходятся достаточно быстро, поэтому при вычислениях ожно ограничиться первыми несколькими членами. Вычисление с уче- ом первых трех членов дает

$$L = \frac{i}{x^2}[(0{,}084 - i\,0{,}171)\exp(-ix^2) + (-1{,}59 + i\,1{,}57)\exp(ix^2)] \simeq$$
$$\simeq \frac{i}{x^2}(-1{,}59 + i\,1{,}57)\exp(ix^2). \tag{26}$$

Подставляя это значение L в (21) и учитывая (5) и (8), получим

$$|V| = 2{,}24\frac{1}{2\pi}\frac{a_э^3\lambda g}{R^3}\exp\left(\frac{R^2 g}{8a_э\Delta\varepsilon_0}\right). \tag{27}$$

Значение модуля множителя ослабления в формуле (27) отличается от оответствующего значения $|V|$ в работе [1] лишь постоянным множителем ,24. Если в рассматриваемом случае считать границу между полупро- транствами идеально резкой, то этот постоянный множитель должен ыть равен четырем. Следовательно, размытость границы приводит к не- ольшому уменьшению напряженности поля, что вызывается компенси- ующим действием нижнего полупространства. Таким образом, размы- ость границы между верхним и нижним полупространствами за счет диф- акции практически не меняет результатов, полученных в [1] в предполо- кении, что эта граница является идеально резкой.

ЛИТЕРАТУРА

. А. И. Калинин, Когерентная теория дальнего тропосферного распространения ультракоротких волн, Электросвязь, 1959, 6, 41.
. B. R. Bean, G. D. Thayer, A model radio refractivity atmosphere, NBS Report № 5576, June 9, 1958.
. Рекомендация № 309, принятая IX Пленарной Ассамблеей МККР (Лос-Анжелос, 1959).
. В. А. Фок, Диффракция радиоволн вокруг земной поверхности, Изд. АН СССР, 1946.
. П. А. Азрилянт, М. Г. Белкина, Численные результаты теории диффракции радиоволн вокруг земной поверхности, Изд. Советское радио, 1957.

Поступила в редакцию
16 XI 1959

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ НАД ПЛОСКОЙ ОДНОРОДНОЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В. В. Новиков, Г. И. Макаров

Рассмотрена задача о нестационарном распространении радиоволн, излучаемых вертикальным электрическим диполем, над плоской однородной земной поверхностью с учетом токов смещения в земле. Решение задачи сводится либо к элементарным функциям, либо к интегралу вероятности от комплексного аргумента в зависимости от вида тока в диполе. Выяснены основные закономерности нестационарных явлений, имеющих место при распространении радиоволн.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросам нестационарного распространения радиоволн в последне время уделяется большое внимание. В работах Уэйта и Джолера [1— изложена теория распространения импульсных сигналов над плоской о нородной земной поверхностью в пренебрежении токами смещения в земл Однако такое пренебрежение допустимо только для сигналов, обладающи достаточно сильно выраженной низкочастотной частью спектра и распр страняющихся над почвой с большой или средней проводимостью. В р зультате этого теория, развития Уэйтом, не охватывает всех встречающи ся на практике случаев.

В настоящей работе рассмотрена задача о нестационарном распрост нении радиоволн над плоской однородной земной поверхностью с учет токов смещения в земле, получена достаточно простая приближенная фо мула для решения этой задачи, обсуждены результаты численных расчет и выяснены основные закономерности нестационарных явлений при р пространении радиоволн.

1. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим задачу о поле излучения вертикального электрическо диполя, расположенного на плоской однородной поверхности земли с пр водимостью σ и относительной диэлектрической проницаемостью ε_m возбуждаемого током $I(t)$ ($I(t) = 0$ при $t < 0$). Ее решение может быть п лучено при помощи обратного преобразования Фурье на основе известн го выражения для поля, создаваемого диполем, ток в котором меняет во времени по гармоническому закону ($e^{-i\omega t}$). Вертикальная составляющ электрического поля такого диполя на поверхности земли определяет выражением (в системе единиц MKS)

$$E = \frac{i\omega\mu dh}{2\pi r} I w\left(\sqrt{sr}\right) e^{ikr},$$

где $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м*; I — амплитуда тока в диполе; dh — высота дипол $sr = ikr/2\ (\varepsilon_m' + 1)$ — численное расстояние; $\varepsilon_m' = \varepsilon_m + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$ — отно тельная комплексная диэлектрическая проницаемость земли;

$$w(x) = 1 + 2\,x\,e^{-x^2}\int_x^{i\infty} e^{z^2}dz$$

— функция ослабления Зоммерфельда.

Если в выражении (1) под величиной I подразумевать спектр тока в диполе:

$$I = I(\omega) = \int_0^\infty I(t)\, e^{i\omega t} dt,$$

то оно представляет собой спектр вертикальной составляющей электрического поля (поля излучения), а интеграл от него по частоте дает решение нестационарной задачи для этой составляющей:

$$E(t') = \frac{i\mu dh}{4\pi^2 r} \int_{-\infty+i\varepsilon}^{\infty+i\varepsilon} \omega w(\sqrt{s}r)\, I(\omega)\, e^{-i\omega t'} d\omega; \quad t' = t - \frac{r}{c}. \tag{3}$$

Следует отметить, что формула (1) приближенна, она описывает спектр поля с относительной точностью порядка $1 / |\varepsilon_m'|$ (более подробно см. [4]). С какой погрешности в поле приведет такая погрешность в спектре точно определить трудно. Но вполне очевидно, что относительная погрешность в поле по порядку совпадает с погрешностью спектра на той частоте, для которой спектральная плотность имеет максимум, и во всяком случае не превышает максимальной относительной погрешности в спектре на очень высоких частотах — величины $1/\varepsilon_m$. Таким образом, результаты, приведенные в настоящей работе, применимы для сигналов с произвольным спектром, распространяющихся над почвами с достаточно большой относительной диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon_m \geqslant 10$, что имеет место в большинстве практических случаев).

Выражение (3) для поля излучения представляет собой довольно сложный двукратный интеграл, поскольку функция ослабления, входящая под знак интеграла, в свою очередь выражается через интеграл (2). Наша задача заключается в получении для поля излучения (3) простой аналитической формулы.

Отметим кратко следующие общие свойства интеграла (3). При $t' < 0$ поле равно нулю, уравнение $t' = 0$ является уравнением фронта. Фронт возмущения распространяется со скоростью света в верхней среде. Значение поля на фронте определяется поведением подынтегральной функции $\omega w(\sqrt{s}r) I(\omega)$ на бесконечности. Если воспользоваться известным асимптотическим представлением функции ослабления, то легко убедиться в том, что на бесконечности функция $\omega w(\sqrt{s}r)$ стремится или к нулю в пренебрежении токами смещения

$$\omega w(\sqrt{s}r) \sim -\frac{\sigma c}{\varepsilon_0 r} \frac{1}{\omega},$$

или к постоянной, если учесть токи смещения,

$$\omega w(\sqrt{s}r) \to i\frac{(\varepsilon_m - 1)c}{r}.$$

Наличие токов смещения на порядок изменяет убывание подынтегральной функции на бесконечности. В случае учета токов смещения поле на фронте имеет ту же особенность, что и ток в диполе при $t = 0$: так, скачок тока при $t = 0$ приводит к тому, что поле на фронте терпит разрыв первого рода. Если же токи смещения не учитывать, то особенность поля на фронте оказывается на порядок ниже особенности тока при $t = 0$: скачок тока переходит в поле в скачок первой производной, поле же оказывается непрерывной функцией и на фронте равно нулю. Токи смещения существенно влияют на поведение поля в окрестности фронта.

2. КАЧЕСТВЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Прежде чем переходить к вычислению интеграла (3), имеет смысл я
яснить качественно основные закономерности нестационарных явлен
в рассматриваемом случае. Будем исходить из спектральных представл
ний. В подынтегральном выражении (3) для поля излучения множите
ω обусловлен излучающими свойствами диполя и приводит к тому, что и
ле над идеально отражающей плоскостью пропорционально производи
тока в диполе (диполь обладает дифференцирующими свойствами). Вли
ние же трассы распространения заключается, во-первых, в задержке и
пульса, которая учитывается величиной t', и , во-вторых, в случае трас
с конечной проводимостью — в искажении формы импульса вследств
дисперсии, описываемой функцией ослабления. Функция ослабления
существу является комплексным коэффициентом передачи трассы расп
странения (без учета задержки сигнала, которую мы выделяем отдель

$$K(\omega) = w(\sqrt{sr}).$$

Исходя из амплитудной и фазовой характеристик трассы распространен

$$A(\omega) = |w(\sqrt{sr})|, \qquad \Phi(\omega) = \arg w(\sqrt{sr}),$$

можно оценить время переходных процессов и выяснить, как оно завис
от расстояния, проводимости трассы и как токи смещения влияют
переходные процессы.

При анализе частотных характеристик в функции ослабления целесо
разно перейти от круговой частоты ω к безразмерному параметру $\alpha\omega$,

$$\alpha = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 r}{2\sigma c}}.$$

Тогда численное расстояние можно представить следующим образ

$$sr = \frac{(\alpha\omega)^2}{1 - i\gamma\alpha\omega}, \qquad \gamma = \frac{\varepsilon_m + 1}{\sqrt{60\ \pi\sigma r}}.$$

В пренебрежении токами смещения $\gamma = 0$. Амплитудная и фазовая хара
теристики, соответствующие этому случаю, приведены на рис. 1.

Модуль коэффициента передачи трассы имеет максимум на нулев
частоте, а затем монотонно убывает с увеличением частоты. Полоса про
скания трассы распространения на уровне 0,7 определяется соотношени

$$\Delta\nu \simeq \frac{1{,}15}{\alpha} = 0{,}15\sqrt{\frac{2\sigma c}{\varepsilon_0 r}}.$$

Длительность переходных процессов обратно пропорциональна поло
пропускания [5]:

$$t_{уст} = a_1\sqrt{\frac{\varepsilon_0 r}{2\sigma c}},$$

где a_1 — некоторая постоянная порядка нескольких единиц. Из выраж
ния (6) следует, что длительность переходных процессов обратно проп
циональна $\sqrt{\sigma}$ и возрастает с расстоянием как $\sqrt{r}$.

Выясним, как повлияют на частотные характеристики токи смещени
При их учете величина γ (5) оказывается отличной от нуля и для реальн
почв на расстояниях, превышающих 5—10 *км*, принимает значения мен
ше единицы. Численные расчеты показывают, что в тех случаях, ког
$\gamma < 1$, учет токов смещения приводит к сужению полосы пропускания тра

распространения (рис. 1, $\gamma = 0{,}2$) и, следовательно, к увеличению ительности переходных процессов и уменьшению их амплитуды. Но едует заметить, что влияние токов смещения на нестационарные явления висит от расстояния. С увеличением расстояния γ стремится к нулю, и

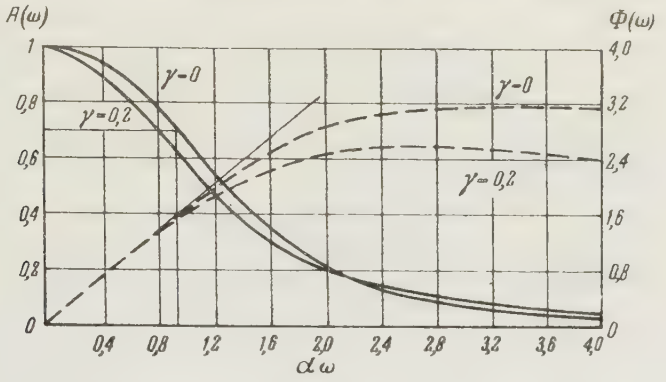


Рис. 1. Амплитудные и фазовые характеристики трассы распространения

оки смещения перестают влиять на длительность переходных процессов. го вполне понятно, поскольку с удалением от источника больший вес риобретают низкие частоты, токи смещения для которых много меньше оков проводимости.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Перейдем теперь к вычислению интеграла (3). В нем целесообразно ерейти к такой переменной интегрирования, чтобы аргумент функции слабления был достаточно прост. Положим

$$u = \sqrt{sr} = \frac{\alpha\omega}{\sqrt{1 - \frac{i\omega}{\zeta}}}, \quad \zeta = \frac{\sigma}{\varepsilon_0(\varepsilon_m + 1)}, \tag{7}$$

огда

$$E(t') = \frac{i\mu\, dh}{4\pi^2 r\alpha^2} \int_l \vartheta(u)\,\vartheta'(u)\,w(u)\,I\left[\frac{\vartheta(u)}{\alpha}\right] e^{-2i\vartheta(u)\,T}\,du, \tag{8}$$

де

$$T = \frac{t'}{2\alpha}; \quad \vartheta(u) = u\left(\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 u^2}{4}} - \frac{i\gamma u}{2}\right), \tag{9}$$

ричем выбрана та ветвь корня $\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 u^2}{4}}$, для которой $\operatorname{Re}\sqrt{1 - \frac{\gamma^2 u^2}{4}} > 0$.

онтур интегрирования l в интеграле (8) показан на рис. 2.

Начнем рассмотрение интеграла (8) со случая, когда ток в диполе писывается единичной функцией включения

$$I_1(t) = I_a \cdot 1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ I_a & t > 0 \end{cases}$$

$$E_1(t') = -\frac{\mu I_a\, dh}{4\pi^2 r\alpha} \int_l \vartheta'(u)\,w(u)\,e^{-2i\vartheta(u)\,T}\,du. \tag{10}$$

При $t' > 0$ контур интегрирования может быть совмещен с вещественной осью. Функция ослабления $w(u)$, входящая в подынтегральное выражение интеграла (10), имеет особенность на бесконечности в нижней полуплоскости. Можно выделить эту особенность, представив функцию $w(u)$ в виде суммы

$$w(u) = v(u) + 2i\sqrt{\pi}ue^{-u^2}, \quad v(u) = 1 + 2ue^{-u^2}\int_u^{i\infty} e^{z^2}\,dz,$$

причем $v(u)$ регулярна в нижней полуплоскости. Интеграл (10) разбивается тогда на две части:

$$E_1(t') = E_{11}(t') + E_{12}(t'),$$

$$E_{11}(t') = -\frac{i\mu I_a\,dh}{2\pi\sqrt{\pi}\alpha r}\int_{-\infty}^{+\infty} u\vartheta'^{+}(u)\,e^{-u^2-2i\vartheta^{+}(u)\,T}\,du,$$

$$E_{12}(t') = -\frac{\mu I_a\,dh}{4\pi^2 r\alpha}\int_{-\infty}^{-\infty} \vartheta'^{+}(u)\,v(u)\,e^{-2i\vartheta^{+}(u)\,T}du, \qquad (1$$

где знак $+$ у функций $\vartheta(u)$ и $\vartheta'(u)$ означает, что на разрезах берутся значения этих функций, соответствующие верхним берегам. Подынтегральное выражение интеграла (1 в нижней полуплоскости п $|u| \to \infty$ быстро убывает, и единственными его особенностями сн зу от контура интегрирования являются точки ветвления. В результате этого интеграл (11) от

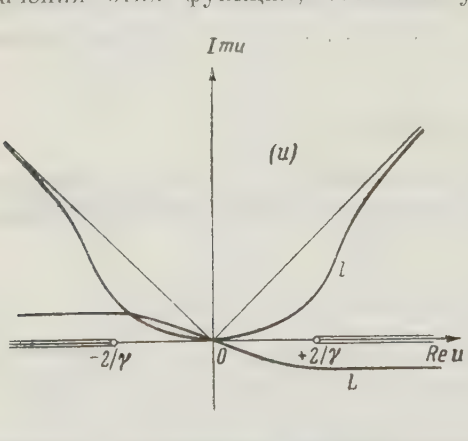


Рис. 2. Плоскость комплексного переменного (u)

зывается возможным свести к интегралам по разрезам, и после несложных преобразований, используя соотношение

$$v(u) - v(-u) = -2i\sqrt{\pi}ue^{-u^2},$$

находим (см. [4])

$$E_{12}(t') = -\frac{i\mu I_a\,dh}{2\pi\sqrt{\pi}\alpha r}\int_{2/\gamma}^{\infty}\{-u\vartheta'^{+}(u)\,e^{-u^2-2i\vartheta^{+}(u)\,T} + u\vartheta'^{-}(u)\,e^{-u^2-2i\vartheta^{-}(u)\,T}\}\,d$$

Объединяя вновь E_{11} и E_{12}, окончательно получаем для поля излучения довольно простое выражение в виде однократного интеграла

$$E_1(t') = -\frac{i\mu I_a\,dh}{2\pi\sqrt{\pi}\alpha r}\int_L u\vartheta'(u)\,e^{-u^2-2i\vartheta(u)\,T}\,du, \qquad (1$$

контур интегрирования которого приведен на рис. 2.

Аналогичные преобразования можно провести и в том случае, ко ток в диполе имеет вид единичной функции включения с синусоида

м или косинусоидальным заполнением

$$I_2(t) = I_a e^{-i\omega_0 t} \cdot 1(t),$$

и этом

$$E_2(t') = E_{2\,\text{ст}}(t') + E_{2\,\text{нест}}(t'),$$

$$E_{2\,\text{ст}}(t') = \frac{i\omega_0 \mu I_a\, dh}{2\pi r}\, w\left(\sqrt{s_0 r}\right) e^{-i\omega_0 t'} \tag{13}$$

стационарная часть поля ($s_0 r$ — численное расстояние на частоте заполнения ω_0),

$$E_{2\,\text{нест}}(t') = -\frac{i\mu I_a\, dh}{2\pi\sqrt{\pi\alpha r}} \int_{\tilde{L}} \frac{u\vartheta(u)\vartheta'(u)}{\vartheta(u) - \alpha\omega_0} e^{-u^2 - 2i\vartheta(u)T}\, du \tag{14}$$

нестационарная часть поля, описывающая переходные процессы.

В интегралах (12) и (14) удобно ввести переменную интегрирования $p = \gamma u / 2$, после чего они принимают вид

$$E_1(t') = -\frac{\mu I_a\, dh}{2\pi r} \frac{4i\zeta^2\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_{\tilde{L}} pu'(p) \exp\left[-2\frac{\zeta}{\beta} f(p)\right] dp, \tag{15}$$

$$E_{2\,\text{нест}}(t') = -\frac{\mu I_a\, dh}{2\pi r} \frac{4i\zeta^2\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_{\tilde{L}} \frac{pu(p)u'(p)}{u(p) - a} \exp\left[-2\frac{\zeta}{\beta} f(p)\right] dp, \tag{16}$$

$$u(p) = p\left(\sqrt{1 - p^2} - ip\right); \quad f(p) = p^2 + i\tau u(p); \quad a = \frac{\omega_0}{2\zeta};$$

$$\tau = \beta t'; \quad \beta = \frac{(\varepsilon_m + 1)c}{r}. \tag{17}$$

Используем для вычисления интегралов (15) и (16) метод стационарной фазы. Большим параметром, необходимым для применения этого метода, является величина $2\frac{\zeta}{\beta}$, которая зависит от расстояния, электрических свойств Земли и уже на небольших расстояниях от диполя становится много больше единицы. В результате находим

$$E_1(t') = -\frac{\mu I_a\, dh}{2\pi r} \zeta F(\tau) \exp\left[-\frac{\zeta}{\beta} f(\tau)\right] \left\{\tau + \frac{\beta}{\zeta} u(\tau)\right\}. \tag{18}$$

$$E_{2\,\text{нест}}(t') = -\frac{\mu I_a\, dh}{2\pi r} F(\tau) \exp\left[-\frac{\zeta}{\beta} f(t)\right] \left\{\xi\tau + \beta u(\tau) \cdot \right.$$

$$\left. + i\omega_0 \varphi(\tau)\left[1 + \psi(\omega_0, \zeta, \tau)\, 2z_0 e^{-z_0^2} \int_{z_0}^{i\infty} e^{z^2}\, dz\right]\right\}, \tag{19}$$

введены обозначения

$$F(\tau) = \frac{2}{(1 + 2\tau)\left(1 + \sqrt{1 + 2\tau}\right)}, \quad u(\tau) = \frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau}}{2\sqrt{1 + 2\tau}},$$

$$f(\tau) = \frac{\tau^2}{1 + \tau + \sqrt{1 + 2\tau}}, \quad \varphi(\tau) = \frac{1}{2}\left[1 + 2\tau + \sqrt{1 + 2\tau}\right], \tag{20}$$

$$\psi(\omega_0, \zeta, \tau) = \left[1 + i\frac{\zeta}{\omega_0}\frac{\tau}{\varphi(\tau)}\right]^{-1}, \quad z_0^2 = s_0 r + i\omega_0 t' - \frac{\zeta}{\beta} f(\tau).$$

Условием применимости полученных выражений (18) и (19) является выполнение неравенства

$$2\frac{\zeta}{\beta} \gg 1. \qquad (2$$

В самом неблагоприятном случае $\varepsilon_m = 5$, $\sigma = 10^{-4}$ *мо/м*; это неравенство имеет место, начиная с расстояний порядка 5 *км*.

Отметим, что если в приведенных выражениях для полей излучения (18) и (19) пренебречь токами смещения, то они совпадут с результатами, полученными Уэйтом [1].

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ДАННЫЕ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Проанализируем поле излучения (18), создаваемое диполем при возбуждении его током в виде единичной функции включения. Представим выражение (18) следующим образом:

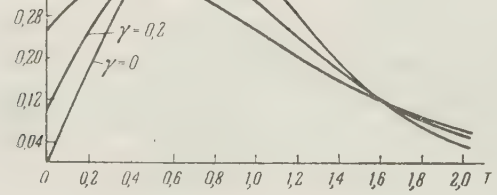


Рис. 3. Графики функции $A(\gamma, T)$

$$E_1(t') = -\frac{\mu I_a d h}{2\pi r \alpha} A(\gamma, T),$$

$$A(\gamma, T) = F(\gamma T)\{T + \frac{1}{2}\gamma u(\gamma T)\} \exp[-\chi(\gamma T)T^2$$

где функции $F(\gamma T)$ и $u(\gamma T)$ определяются формулами (20), величины γ и T даются выражениями (5) и (9) соответственно

$$\chi(x) = \frac{2}{1 + x + \sqrt{1 + 2x}}.$$

Графики функции $A(\gamma, T)$ в зависимости от величины T при различных значениях γ приведены на рис. 3. Если бы проводимость земли была равна бесконечности, то поле излучения имело бы вид дельта-функции, распространяющейся со скоростью света. Вследствие же конечной проводимости и токов смещения в земле при распространении возникают переходные процессы, вызывающие искажения сигнала. Затухание переходных процессов описывается экспоненциальным множителем $\exp[-\chi(\gamma T)T^2]$. В пренебрежении токами смещения функция χ равна единице. Определим длительность переходных процессов как время, за которое экспоненциальный множитель уменьшится в 10 раз. Тогда в случае пренебрежения токами смещения

$$t_{уст} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0 r}{2\sigma c}} \simeq 10^{-2}\sqrt{\frac{r(км)}{\sigma(мо/м)}}\ мксек.$$

Для сухих почв ($\sigma = 10^{-4}$ *мо/м*) и больших расстояний ($r \simeq 100$ *км*) длительность переходных процессов может достигать больших значений порядка 10 *мксек*. Из-за токов смещения в показателе экспоненты появляется функция $\chi(\gamma T)$, которая равна единице при $t' = 0$, а затем с ростом t' монотонно убывает, в результате чего длительность переходных процессов увеличивается.

Из графиков рис. 3 видно, что на небольших расстояниях, когда γ составляет несколько десятых, токи смещения оказывают значительное влияние на форму сигнала и приводят к уменьшению его амплитуды. Кроме того, они определяют поведение поля в окрестности фронта. Если в случае пренебрежения токами смещения начальные условия для поля при возбуждении диполя током в виде единичной функции включения — нулевые, то с учетом токов смещения поле на фронте имеет конечный скачок, величина которого зависит от диэлектрической проницаемости земли, но не зависит

т от ее проводимости и равна

$$E_1(0) = -\frac{\mu I_a\, dhc}{2\pi r^2}(\varepsilon_m + 1).$$

качок поля на фронте обратно пропорционален квадрату расстояния. ронт сигнала образован высокими частотами, для которых характерна кая зависимость напряженности поля от расстояния. Что же касается плитудного значения сигнала, то максимум функции $A(\gamma, T)$ равен приерно 0,4 и очень слабо зависит от расстояния. Следовательно, амплитудное значение поля обратно пропорционально расстоянию в степени 3/2.

Фронт импульса распространяется со скоростью света c, но скорость распространения его максимума меньше скорости света, и по мере увеличения расстояния максимум сигнала все больше и больше запаздывает относительно фронта, а сам импульс расплывается. Время запаздывания максимума сигнала относительно фронта определяется выражением

$$\Delta t = 1{,}4\,\alpha \simeq 0{,}6\cdot 10^{-2}\sqrt{\frac{r\,(км)}{\sigma(мо/м)}}\ мксек.$$

Перейдем теперь к рассмотрению поля излучения диполя при возбуждении его током, имеющим вид единичной функции включения с синусоидальным или косинусоидальным заполнением. Затухание переходных процессов (19) по-прежнему описывается экспоненциальным множителем $\exp\left[-\frac{\zeta}{\beta} f(\tau)\right] = \exp\left[-\chi\left(\gamma T\right) T^2\right]$. Следует отметить, что затухание определяется только свойствами трассы распространения и не зависит от спектра сигнала. Формулы (13) и (19) показывают, что поле является функцией пяти переменных: t', r, σ, ε_m и ω_0. Для того чтобы упростить вычисления по этим формулам, в них целесообразно перейти к безразмерным переменным

$$\tau_1 = \omega_0 t', \quad \varkappa = \frac{(\varepsilon_m + 1)\,\varepsilon_0\omega_0}{\sigma}, \quad \rho = \alpha^2\omega_0^2.$$

Тогда

$$E_2(t') = -\frac{i\omega_0\mu I_a\, dh}{2\pi r}\,|\,w(\sqrt{s_0 r})\,|\,V(\rho, \varkappa, \tau_1),$$
$$V(\rho, \varkappa, \tau_1) = -e^{i\varphi_{доп} - i\tau_1} + W(\rho, \varkappa, \tau_1), \qquad (22)$$

где $w(\sqrt{s_0 r})$ — функция ослабления Зоммерфельда; $\varphi_{доп}$ — ее аргумент или так называемая дополнительная фаза на частоте заполнения ω_0;

$$W(\rho, \varkappa, \tau_1) = \frac{F(x)}{|\,w(\sqrt{s_0 r})\,|}\exp\left[-\chi(x)\,\frac{\tau_1^2}{4\rho}\right]\left\{-i\left[\frac{\tau_1}{2\rho} - \frac{\varkappa}{2\rho}\,u(x)\right] - \right.$$
$$\left. - \varphi(x)\left[1 + \psi(\rho, \varkappa, \tau_1)\,2z_0 e^{-z_0^2}\int_{z_0}^{i\infty} e^{z^2}\,dz\right]\right\}; \qquad (23)$$

$$x = \frac{\varkappa}{2\rho}\,\tau_1; \quad s_0 r = \frac{\rho}{1 - i\varkappa}; \quad \psi(\rho, \varkappa, \tau_1) = \left[1 + i\,\frac{\tau_1}{2\rho}\,K(x)\right]^{-1};$$

$$K(x) = \frac{2}{\sqrt{1 + 2x}\,(1 + \sqrt{1 + 2x})}; \quad z_0^2 = s_0 r + i\tau_1 - \chi(x)\,\frac{\tau_1^2}{4\rho}.$$

Выражение (23) для нестационарной части поля справедливо при выполнении неравенства

$$\frac{\varkappa^2}{4\rho} \ll 1,$$

вытекающего из неравенства (21).

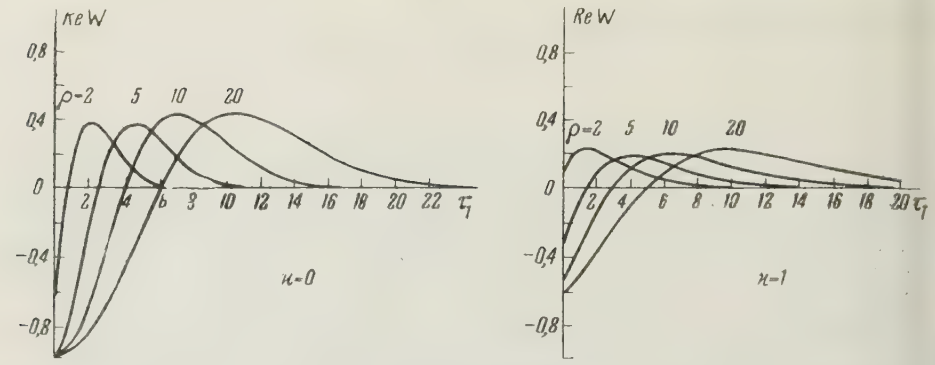


Рис. 4. Графики функции Re W

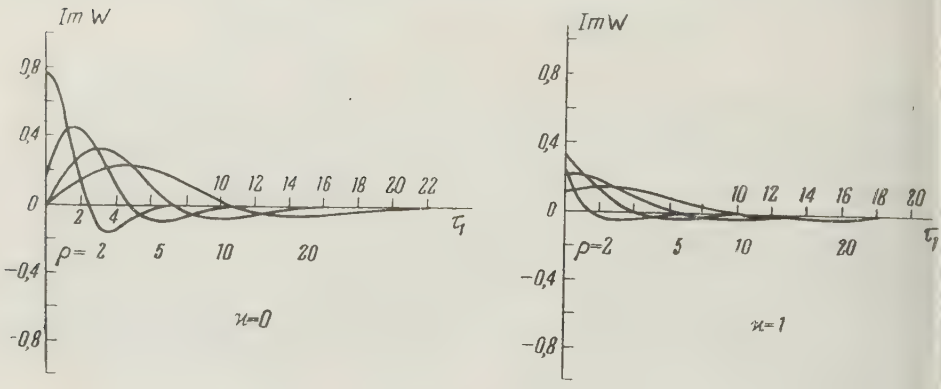


Рис. 5. Графики функции Im W

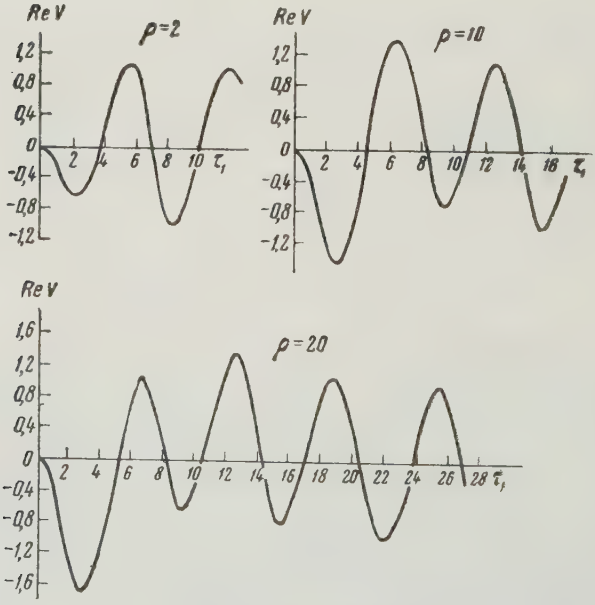


Рис. 6. Графики функции Re V

Реальная часть функции W (23) описывает нестационарную часть ...ля излучения, реальная часть функции V (22) — полное поле при воз... ...ждении диполя током вида

$$I(t) = I_a \sin \omega_0 t \cdot 1(t). \tag{24}$$

...ункции $\mathrm{Im}\,W$ и $\mathrm{Im}\,V$ описывают нестационарную часть и полное поле ...лучения соответственно при токе в диполе, имеющем вид

$$I(t) = I_a \cos \omega_0 t \cdot 1(t).$$

Графики функций $\mathrm{Re}\,W$ и $\mathrm{Im}\,W$ для двух значений $\varkappa$ ($\varkappa = 0$ и $\varkappa = 1$ ...ведены на рис. 4 и 5. Из этих графиков видно, что учет токов смещения ...водит к уменьшению амплитуды нестационарной части поля. Далее ...личина переходных процессов зависит от спектра тока в диполе. Ампли... ...да нестационарной части на больших численных расстояниях при токе ...диполе в виде синуса значительно превышает амплитуду нестационар... ...ой части при токе, имеющем вид косинуса. Больше того, можно пока... ...ть, что в последнем случае по мере роста численного расстояния ампли... ...да переходных процессов стремится к нулю. Это объясняется тем, что ...х больших численных расстояниях переходные процессы обусловливают ...низкочастотной частью спектра, а косинусоидальное возмущение ...раздо беднее низкочастотными составляющими, чем синусоидальное.

Графики функции $\mathrm{Re}\,V$, которой пропорционально полное поле излу... ...ния при возбуждении диполя током вида (24), изображены на рис. 6 ... $= 0$). Мы видим, что переходные процессы при распространении могут ...водить к заметным искажениям формы сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема распространения импульсных сигналов над земной поверх...стью имеет не только теоретический интерес, но и прикладное значение ...ак, например, вопрос об искажениях формы радиосигналов при распро... ...странении играет большую роль в изучении атмосферных разрядов. По... ...ученные результаты могут быть использованы для решения обратной ...ифракционной задачи (определения свойств подстилающей поверхности ...о известным искажениям импульсного сигнала): измеряя время запаз... ...ывания (относительно фронта) максимума сигнала, излучаемого диполем ...ри возбуждении его током в виде единичной функции включения, можно ...о расстоянию, известному из других измерений, определить проводимость ...рассы.

ЛИТЕРАТУРА

J. R. Wait, Canad. J. Phys., 1956, **34**, 27.
J. R. Johler, Geofis. pura e appl., 1957, **37**, 116.
J. R. Johler, J. Res. Nat. Bur. Standards, 1958, **60**, 281.
В. В. Новиков, Распространение радиоимпульса над плоской однородной земной поверхностью, Вестн. Ленингр. ун-та, 1960, вып. 2, № 10.
А. А. Харкевич, Спектры и анализ, ГИТТЛ, 1957.

Ленинградский государственный
университет им. А. А. Жданова
Кафедра радиофизики

Поступила в редакцию
24 III 1960

1961 № 7

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ИОНОСФЕРЫ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ю. Л. Кокурин, А. Н. Сухановский, Ю. И. Алексеев

Приведены результаты одновременных измерений нерегулярной рефракции радиоволн в ионосфере при двух зенитных углах: $z \simeq 0—30°$ и $z \simeq 85°$. Сделан вывод о том, что нерегулярная рефракция обусловлена наличием в ионосфере неоднородностей волнообразного вида. Оценены горизонтальные и вертикальные размеры неоднородностей.

ВВЕДЕНИЕ

В нашей работе [1] показано, что осцилляции рефракции радиоволн, прошедших сквозь всю толщу ионосферы, обусловлены наличием в ионосфере неоднородностей с горизонтальными размерами порядка сотен кило-

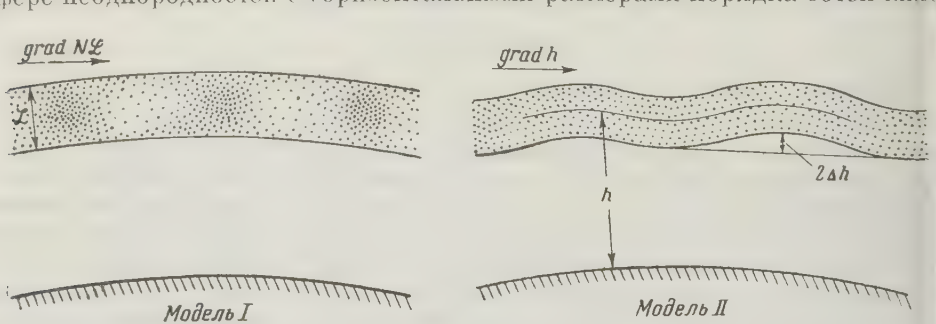
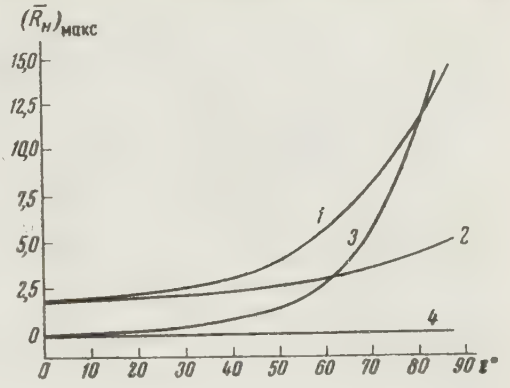


Рис. 1. Две возможные модели неоднородностей ионосферы

метров. По результатам этой работы, в которой проведены измерения не-регулярной рефракции при одном значении зенитного угла $z \simeq 80°$, нельзя сделать заключения о структуре неоднородностей (о их вертикальном раз-резе). Было, однако, показано, что данным полученных измерений могут удовлетворять две различные модели неоднородностей слоя. По одной из них вдоль слоя имеют место квазипериодические изменения оптической толщины слоя (модель *I*, рис. 1,*а*). В соответствии с другой моделью неоднородности имеют волнистую структуру (модель *II*, рис. 1,*б*). По данным об осцилляциях рефракции при $z \simeq 80°$ были оценены параметры неоднородностей для этих двух моделей. В нашей работе [2] проведены приближенные расчеты зависимостей средней амплитуды осцилляций рефракции $\overline{(R_{\text{п}})_{\text{макс}}}$ от зенитного угла z и показано, что эти зависимости существенно различны для указанных двух моделей слоя. В частности, для первой модели амплитуды осцилляций рефракции в зените ($z \simeq 0 — 30°$) составляют 15—20% от соответствующей величины на горизонте ($z \simeq 80°$), тогда как для второй модели амплитуда осцилляций в зените близка к нулю (рис. 2).

Таким образом, в качестве метода исследования модели ионосферных неоднородностей можно предложить изучение хода осцилляций рефракции с зенитным углом, и как первый шаг в этом направлении — измерение



ис. 2. Зависимости нерегулярной ионосферной рефракции от зенитного угла $(\overline{R_н})_{макс} = f(z)$:

1 — вертикальная рефракция для модели *I*; *2* — горизонтальная рефракция для модели *I*; *3* — вертикальная рефракция для модели *II*; *4* — горизонтальная рефракция для модели *II*

амплитуд осцилляций рефракции вблизи зенита, где уже само наличие или отсутствие осцилляций позволит сделать определенные выводы.

В настоящей работе приведены результаты измерений перегулярной ионосферной рефракции одновременно при двух зенитных углах: $z \simeq 0 - 0°$ и $z \simeq 85°$.

1. ИЗМЕРЕНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ВБЛИЗИ ГОРИЗОНТА

При исследовании вертикальной рефракции в качестве источников излучения использовались солнечные радиопятна. Измерения проводились при помощи вертикального морского интерферометра. Методика подобных измерений описана в работе [1]. Основные параметры интерферометра таковы: рабочая частота $f = 207$ *Мгц* ($\lambda = 1{,}45$ *м*); высота антенны над поверхностью моря $H = 286{,}3$ *м*.

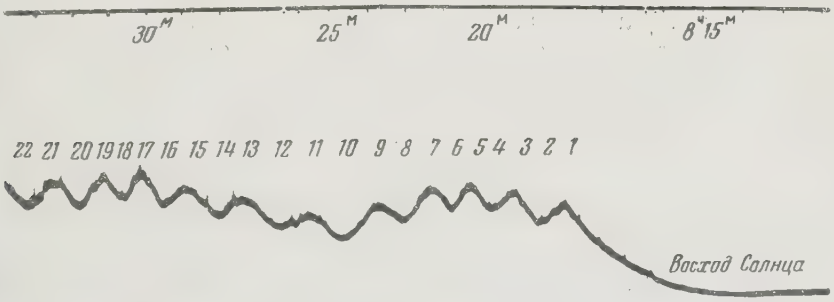


Рис. 3. Образец интерференционной записи восхода Солнца 29 XII 1958 г.

Обзор моря с места установки антенны ограничен тем, что при углах места более 12—13° точка отражения луча переходит с морской поверхности на берег. Поэтому интерференционная диаграмма охватывает интервал зенитных углов $z \simeq 77—90°$. Годовое движение Солнца по небесной сфере ограничивает период наблюдений тем, что в летние месяцы (в отличие от зимних) восход Солнца происходит не из-за моря, а из-за суши.

Таким образом, снятие интерференционных кривых возможно лишь в течение ~ 1 *час* после восхода Солнца или до его захода только в зимние месяцы.

На рис. 3 показан образец записи восхода Солнца 29 XII 1958 г. Для построения по таким записям кривых зависимости вертикальной рефракции от зенитного угла применялся упрощенный метод, не требующий знания координат радиоизлучающих пятен на Солнце. В моменты, соответствующие минимумам интерференционной записи, положения которых z_m рассчитывались по известным формулам диаграммы вертикального интерферометра (см. [1]), определялись направления на источник z'_m. За z_m принимался зенитный угол центра Солнца, движение которого по этому углу аппроксимировалось равномерным со скоростью, равной средней скорости за первый час после восхода (или за последний перед заходом). Получаемые этим путем кривые зависимости $R^{в}(z)$ отличаются от точных наличием плавно меняющегося вдоль оси z члена, который в пределах сеанса наблюдений имеет один экстремум. Это исключает возможность определения регулярной ионосферной рефракции, но практически не искажает ее осцилляций. Последние имеют период, значительно меньший длительности сеанса, и обнаруживаются как отклонения от описанного выше хода, который определяется усреднением снятых кривых по многим сеансам наблюдений.

Изучение спокойного Солнца в целом не дает интерференционной картины, поскольку его угловые размеры $\sim 30'$ значительно превышают угловую ширину лепестка диаграммы интерферометра, равную $\sim 8{,}7$. Поэтому полезными являются лишь наблюдения в периоды наличия на Солнце радиоизлучающих пятен достаточно малых размеров.

Нами проведен цикл наблюдений на широте 44° N (Крым) в периоды с 8 IX 1958 г. по 20 IV 1959 г. во время восхода Солнца; с 24 X 1958 г. по 1 III 1959 г. во время его захода. Всего за эти периоды получено 213 записей восхода и 122 записи захода Солнца. Из них пригодными для обработки оказались 106 восходных записей и 61 заходная. Остальные записи соответствовали случаям отсутствия на Солнце радиоизлучающих пятен. Типичные кривые зависимости $R^{в}$ от z для восходов приведены на рис. 4. Кривые заходов Солнца отличаются от восходных значительно меньшими амплитудами осцилляций и меньшей вероятностью их появления.

Дальнейшей детальной обработке подвергались лишь кривые восходов. По ним были определены основные параметры больших ионосферных неоднородностей. Для этого были измерены периоды и амплитуды осцилляций рефракции. Для каждой волны (периода) осцилляций находились прямые, касающиеся кривой $R^{в}(z)$ в двух точках снизу (или сверху) — в начале и конце периода (см. рис. 4). Расстояние между точками касания принималось равным периоду осцилляций или угловому размеру неоднородности Δz (в предположении, что она неподвижна), а полувысота максимального подъема (или опускания) кривой $R^{в}(z)$ над (под) касательной принималась за амплитуду осцилляций рефракции $(R^{в}_{н})_{макс}$. Угловые размеры неоднородностей были затем пересчитаны в линейные их размеры d в предположении, что высота расположения неоднородностей равна $h_0 = 300$ *км* (см. [1]). Значения величины d колеблются в пределах 100—500 *км*. Наиболее вероятное значение $\overline{d} \simeq 200$—220 *км*. Амплитуды осцилляций рефракции $(R^{в}_{н})_{макс}$, усредненные по каждому сеансу наблюдений, лежат, в основном, в пределах $0{,}5$—$5{,}0'$ и имеют наиболее вероятное значение $\overline{(R^{в}_{н})_{макс}} = 2{,}5$—$3{,}0'$.

Оценим на основании этих данных параметры неоднородностей в соответствии с вышеописанными моделями неоднородного слоя.

Модель *I*. Полагая линейный размер неоднородности равным $\overline{d} = 200$ *км*, эффективную толщину неоднородности $\mathcal{L} = 50$ *км* * и коэффициент преломления $n = 0{,}9983$ ($N = 1{,}8 \cdot 10^6$ *см*$^{-3}$), получим разность геометрической и оптической толщин неоднородности $L \simeq 80$ *м*. На осно-

* О выборе эффективной толщины слоя см. § 3.

ании соотношения (6), полученного в работе [2], вариации этой разности

$$\Delta L = \overline{(R^{в}_{н})_{макс}}\, d\, \frac{\left(1 - \frac{r_0}{r_0 + h_0}\sin z\right)^2}{2\pi} = 2{,}7 - 3{,}5\ м \qquad (1)$$

r_0 — радиус Земли). Отсюда $\Delta L/L = 3{,}3$—$4{,}4\%$.

Таким образом, если нерегулярности рефракции вызываются наличием в F-слое горизонтальных градиентов, то горизонтальные изменения со средним периодом ~200 *км*) оптической толщины больших неоднородностей и полного числа электронов в них составят 3,3—4,4%.

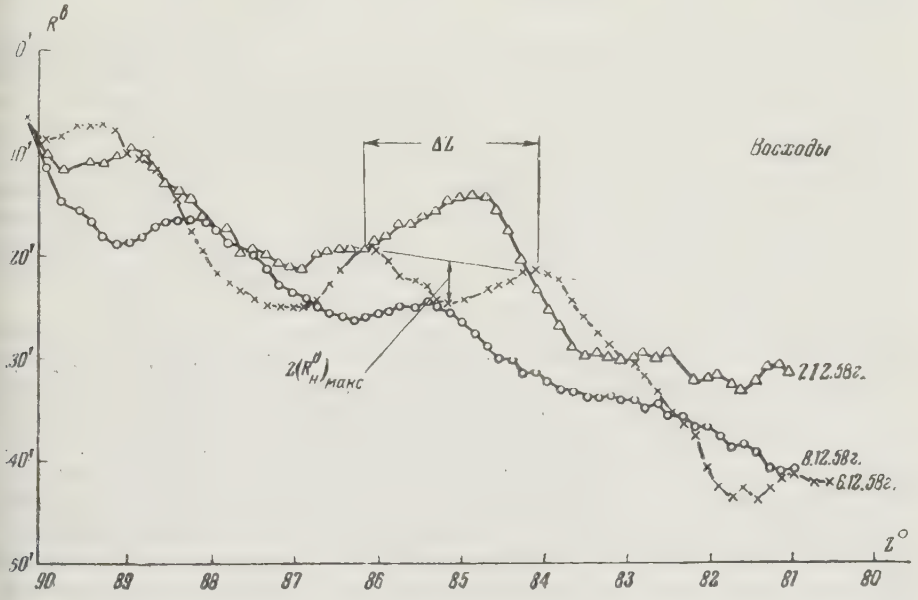


Рис. 4. Образцы кривых нерегулярной вертикальной рефракции $R^{в}_{н}(z)$ для часов восхода Солнца

Модель *II*. При тех же параметрах неоднородностей ($\bar{d} = 200$ *км*, $\ell = 50$ *км*; $n = 0{,}9983$) для волнообразной модели на основании соотношения (10) работы [2] получим

$$\overline{\Delta h} = \frac{\overline{(R^{в}_{н})_{макс}}\,\bar{d}^2 \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_0 + h_0}\sin z\right)^2\right]^{3/2}}{L(2\pi)^2 \frac{r_0}{r_0 + h_0}\sin z} = 0{,}45 - 0{,}54\ \ км, \qquad (2)$$

следовательно, наблюдаемые осцилляции рефракции можно приписать волнообразной структуре ионосферных неоднородностей с периодом $\bar{d} \sim$ ~200 *км* и амплитудой (см. рис. 1,*б*) волны $\overline{\Delta h} \simeq 0{,}5$ *км*.

2. ИЗМЕРЕНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ РЕФРАКЦИИ ВБЛИЗИ ЗЕНИТА

Измерение нерегулярной рефракции вблизи зенита производилось при помощи горизонтального интерферометра. Поскольку такие измерения предприняты впервые и метод обладает рядом специфических особенностей по сравнению с предыдущим, остановимся на этом методе более подробно.

Обнаружение больших ионосферных неоднородностей при помощи вертикального интерферометра осуществляется за счет углового перемещения

источника излучения. Действительно, зенитный угол, охватываемый ... время одного сеанса наблюдений, составляет 10 -15° (от $z = 90$ до $z = 80-75°$), что соответствует линейному расстоянию вдоль слоя 800 ... 1200 *км*. Это означает, что при среднем линейном размере неоднородностей ~ 200 *км* за один сеанс наблюдений регистрируется 4—6 периодов рефракции. Таким образом, вертикальный интерферометр позволяет регистрировать неподвижные неоднородности в ионосфере. Перемещение неоднородностей с обычными для ионосферы скоростями ~ 100 *м/сек* [3—... вызывает лишь кажущиеся изменения их линейных размеров приблизительно на $\pm 30\%$, так как эти скорости малы в сравнении со скоростью движения точки пересечения луча со слоем (~300 *м/сек*) за счет движения источника.

В отличие от этого при наблюдении внеземных источников вблизи зенита при помощи горизонтального интерферометра линейные размеры области ионосферы, ограниченной раствором диаграмм направленности антенн (обычно не более 15—20°), не превышают 100—130 *км*, т. е. меньше среднего масштаба неоднородностей слоя. Таким образом, за время сеанса наблюдений регистрируется менее одного периода осцилляций рефракции, что в подавляющем большинстве случаев исключает измерение амплитуды этих осцилляций. Поэтому обнаружение крупномасштабных неоднородностей ионосферы при помощи горизонтального интерферометра возможно лишь при условии их движения с достаточно большой скоростью.

Известно, что в F-слое ионосферы имеют место дрейфы, скорости которых, измеренные в многочисленных работах (см., например, [3—5]) путем наблюдения за малыми ионосферными неоднородностями, в среднем составляют ~100 *м/сек*. Сведений о движении больших неоднородностей меньше. Согласно работам [6—8] крупномасштабные неоднородности, наблюдаемые методом импульсного зондирования с Земли, движутся со скоростями 80—160 *м/сек*. Однако их тождественность с неоднородностями, ответственными за осцилляции рефракции, не вполне очевидна. Скорости движения больших неоднородностей радиоастрономическим методом были определены только в одной работе [9]; они оказались равными 150—300 *м/сек*.

Для обнаружения ионосферных неоднородностей по их движению необходимо уловить по меньшей мере 2—3 периода осцилляций рефракции. При указанных выше скоростях неоднородностей необходимое для этого время наблюдений составляет 1,0—1,5 *час*. Угловая скорость перемещения источников вблизи зенита на нашей широте (Крым, 44° N) составляет ~15 ° в час. Это означает, что при минимально допустимой длительности сеанса (1 *час*) ширина диаграммы каждой из антенн интерферометра должна быть не меньше 15°. Для измерений мы воспользовались двумя параболическими антеннами, разнесенными в направлении приблизительно восток — запад на расстояние $D = 520$ *м*. Параметры антенн: восточная с прямоугольной апертурой 18 × 22 *м*²; западная — с круговой апертурой диаметром 30 *м*. Таким образом, огибающая интерференционной диаграммы определяется западной антенной. Раствор ее диаграммы определяется соотношением

$$\Theta = \frac{1{,}22\lambda}{d},$$

где d — диаметр антенны. Полагая $\Theta \simeq 15°$, получаем минимальную длину волны $\lambda \simeq 6$ *м*. Поскольку удлинение волны влечет за собой снижение точности снятия кривых рефракции (увеличение периода интерференционной диаграммы), в качестве рабочей была выбрана длина волны $\lambda = 5{,}8$ ...

Для наблюдений использовались четыре космических источника с склонениями в пределах $\delta = 12—58°$. Этот интервал значительно превышает раствор диаграмм антенн. Поэтому для приема сигналов от всех ...

рех источников в фокальных поверхностях антенн было установлено два излучателя типа диполь — отражатель, диаграммы которых направлены на склонения $\delta_1 = 49°$ и $\delta_2 = 17°$ с таким расчетом, чтобы каждый излучатель обеспечивал прием сигнала от двух источников.

Выше мы отмечали, что при измерениях с горизонтальным интерферометром угловые скорости движения источников существенно меньше скорости углового перемещения неоднородностей за счет дрейфа. Поэтому грубо можно считать источник неподвижным и рассматривать нерегулярную рефракцию не как функцию зенитного угла, а как функцию времени.

Источник	Интенсивность на $f = 52$ *Мгц*, *вт.м*$^{-2}$*гц*$^{-1}$.10^{-23}	Координаты: склонение δ	Координаты: прямое восхождение α	Период наблюдения	Общее количество сеансов	Число обработанных записей
Кассиопея-А	32	58°32′	$23^{ч}21^{м}12^{с}$	27 IV 1959 г. — 1 VI 1959 г.	25	17
Лебедь-А	20	40°36′	$19^{ч}58^{м}13^{с}$	19 III 1959 г. — 1 VI 1959 г.	65	50
Телец-А	1,85	22°01′	$05^{ч}31^{м}30^{с}$	12 XII 1958 г. — 1 VI 1959 г.	151	60
Дева-А	2,5	12°41′	$12^{ч}28^{м}06^{с}$	16 XII 1958 г. — 1 VI 1959 г.	145	67

Для построения по интерференционным записям кривых зависимости нерегулярной рефракции $R_н$ от времени положения лепестков диаграммы интерферометра были определены во временны́х единицах с началом отсчета в момент кульминации каждого источника.

Эффект нерегулярной рефракции на интерференционной кривой выражается в отклонении ее лепестков от их расчетных положений. Для упрощения обработки за эти последние мы принимали положения лепестков, определенные путем усреднения по многим сеансам наблюдений данного источника. Тогда выраженная во временны́х единицах величина нерегулярной рефракции в момент времени t_n определится как $\Delta t_n = t_n - \bar{t}_n$, где t_n — момент, соответствующий n-му максимуму записи; $\bar{t}_n$ — усредненное положение n-го максимума интерференционной записи. Угловая величина нерегулярной рефракции определяется простым пересчетом для каждого из источников из временно́й ее величины:

$$(R_н)_n = \Delta t_n \, k_\delta,$$

где k_δ — коэффициент пересчета, зависящий от склонения источника.

Этот способ обработки, как и при определении вертикальной рефракции, не позволяет исследовать регулярную рефракцию, а лишь ее нерегулярную составляющую.

Наблюдения проводились в период с 12 XII 1958 г. по 1 VI 1959 г. Крыму (широта 44° N) по следующим космическим источникам.

Для каждого обработанного сеанса наблюдений построены зависимости $R_н = f(t)$. Типичные кривые показаны на рис. 5. За начало отсчета времени приняты моменты кульминаций источников (указаны для каждой кривой). По оси ординат значения $R_н$ даны в угловых минутах. Характерной особенностью всех кривых является их нерегулярный ход.

Нерегулярности можно разделить на два вида: короткопериодные и длиннопериодные. Нерегулярности первого вида присутствуют практически на всех кривых и обнаруживаются как случайные отклонения значений $R_н$ относительно соседних. Следовательно, период этих отклонений $(\bar{t}_{n+1} - \bar{t}_n)$. Амплитуда их, усредненная по всем записям, составляет приблизительно $\frac{1}{10}$ 1,1 . Эти отклонения не связаны с крупномасштабными ионосферными неоднородностями и, как показал анализ, могут быть вызваны следующими причинами: субъективными ошибками при определении

t_n и t_n (приблизительно $\pm 30''$); искажениями кривой интерференции нези
чительными промышленными и атмосферными помехами (приблизитель
$\pm 30''$); мелкомасштабными неоднородностями ионосферы (в периоды сил
ной возмущенности ионосферы угловые отклонения могут достигать н
скольких угловых минут [10]).

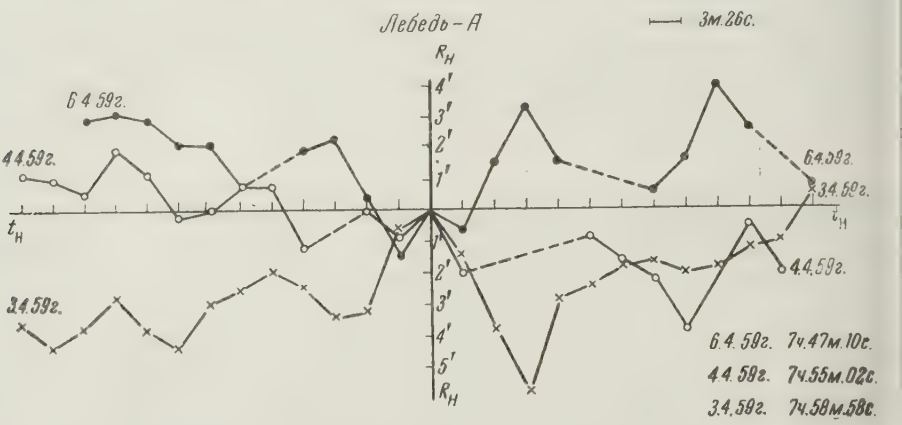


Рис. 5. Образцы кривых нерегулярной рефракции $R_н'(t)$ для $z \simeq 0—30'$

При наличии нерегулярной рефракции за время одного сеанса набл
дается, как правило, несколько периодов осцилляций (от 2 до 5), что по
воляет определить их средние длительность и амплитуду за сеанс. Длител
ность или период осцилляций колеблется в пределах 5—37 *мин* и име
вероятное значение $\sim$15 *мин*. Непосредственно рассчитать по этому зн
чению размеры больших ионосферных неоднородностей невозможно, т
как для этого необходимы данные об их скоростях, измеренных одновр
менно с периодами.

Для оценки размеров используем результаты работ [6—8] ($v = 80$
160 *м/сек*). Тогда размеры неоднородностей в направлении их движен
составят $\bar{d}_v \simeq 70—140$ *км*. Если воспользоваться результатами работы [
($v = 150—300$ *м/сек*), то соответственно $\bar{d}_v \simeq 135—270$ *км*. Таким образо
можно сделать заключение, что размеры наблюдаемых неоднородност
составляют 100—250 *км*.

Амплитуда осцилляций определялась так же, как и при измерении ве
тикальной рефракции (§ 1). Наиболее вероятное значение амплитуды о
цилляций $(R_н)_{макс}$ составляет $\sim$1,0′ с соответствующим нешироким распр
делением около этой величины.

3. СОПОСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ РЕФРАКЦИИ ВБЛИЗИ ЗЕНИТА И У ГОРИЗОНТА

При сопоставлении результатов измерений нерегулярной рефракц
вблизи зенита и у горизонта необходимо учитывать следующие обстоятел
ства. Ввиду вероятной анизометрии ионосферных неоднородностей в гор
зонтальном направлении (см. [11]) можно сравнивать лишь их параметр
(масштаб и др.), измеренные в одном и том же направлении относитель
стран света. Горизонтальный интерферометр с базой в направлении в
сток — запад и вертикальный интерферометр, ориентированный на восх
или заход Солнца, дают возможность измерять осцилляции одной и той ж
угловой координаты источника, соответствующей направлению вдо
ионосферы приблизительно по линии восток — запад. В этом отношен
результаты наших измерений вблизи зенита и у горизонта сопоставим

Вызывает некоторое сомнение тот факт, что области ионосферы, наблюдаемые на двух наших интерферометрах, различны и разнесены в указанном направлении вдоль F-слоя на расстояние 1500—2000 *км*. Это обстоятельство несущественно при статистическом сравнении результатов, однако его следует учитывать при детальном сопоставлении отдельных сеансов наблюдений. В этом последнем случае сравнение производилось двумя способами: а) для одновременных сеансов, б) для сеансов, сдвинутых на время поворота Земли на угол, соответствующий расстоянию вдоль слоя 1500—2000 *км*.

Как показано в § 1, величина нерегулярной рефракции при $z \simeq 85°$ для $\lambda = 1{,}45$ *м* составляет $(\overline{R_н^в})_{макс} \simeq 2{,}5 - 3{,}0'$. Это значение относится к утренним часам суток. Соответствующее этой величине значение $(\overline{R_н^в})_{макс}$ для $\lambda = 5{,}8$ *м* при $z \simeq 85°$, рассчитанное по квадратичной зависимости нерегулярной рефракции от длины волны ($R_н \sim \lambda^2$), равно $(\overline{R_н^в})_{макс} \simeq 40 - 48'$. Далее, пользуясь кривыми рис. 2, получаем для $\lambda = 5{,}8$ *м* при $z \simeq 0 - 30°$: для модели I $(\overline{R_н})_{макс} = 6{,}7 - 8{,}0'$; для модели II $(\overline{R_н})_{макс} \simeq 0$. Для сравнения этих ожидаемых величин с экспериментальной величиной нерегулярной рефракции при $z \simeq 0 - 30°$ на $\lambda = 5{,}8$ *м* последняя была определена также для утренних часов. Она оказалась равной $(\overline{R_н})_{макс} \simeq 0{,}9'$. Эта величина резко отличается от ожидаемой, рассчитанной по модели I, и близка к ожидаемой величине для модели II.

Аналогичное сравнение величин нерегулярной рефракции на горизонте и в зените было сделано для отдельных сеансов наблюдений двумя описанными выше способами. Оказалось, что соотношение величин нерегулярной рефракции на горизонте и в зените в подавляющем большинстве случаев сохранялось таким же, как и для вероятных их значений. В ряде случаев наличию нерегулярной рефракции на горизонте сопутствовало ее отсутствие в зените. На основании изложенного естественно сделать вывод о том, что крупномасштабные неоднородности ионосферы имеют волнообразную структуру (модель II) и что вдоль слоя отсутствуют значительные градиенты полного числа электронов.

Следует подчеркнуть, что расчет кривых рис. 2, на основании которых произведено сопоставление результатов, был проведен в предположении малой толщины неоднородностей ($\mathcal{L} \leqslant 100$ *км*). Приведем некоторые соображения о величине $\mathcal{L}$. Для оценки величины $\overline{\Delta h}$ мы выбрали эффективную толщину неоднородностей $\mathcal{L} = 50$ *км* и эффективную электронную концентрацию $N = 1{,}8 \cdot 10^6$ *см*$^{-3}$. При этих данных полное число электронов в вертикальной колонке неоднородности сечением 1 *см*^{2} $\int_h N dh = N\mathcal{L} = 9 \cdot 10^{12}$. Соответствующая величина $\overline{\Delta h} \simeq 0{,}5$ *км*. Это значение приблизительно согласуется с данными других работ, в которых измерялись периодические изменения высоты уровня отражения сигнала (при зондировании с Земли), связанные с большими ионосферными неоднородностями: по данным [7—8] $\overline{\Delta h} \simeq 0{,}25 - 5{,}0$ *км*; по данным [6,12] величина $\overline{\Delta h}$, рассчитанная по углам наклона уровня отражения (1—2°) и горизонтальному масштабу неоднородностей, составляет 1—2 *км*. Таким образом, полученное нами значение может быть несколько заниженным, и поэтому следует считать $\overline{\Delta h} \geqslant 0{,}5$ *км*. По соотношению (2) $\Delta h \sim 1/L$, где $L = \mathcal{L}\frac{Ne^2}{2\pi mf^2}$ — разность геометрической и оптической толщин неоднородности. Так как величина $N\mathcal{L}$ связана с $\overline{\Delta h}$ обратной зависимостью $N\mathcal{L} \sim 1/\overline{\Delta h}$, то, учитывая приведенную выше оценку $\overline{\Delta h}$, следует считать, что $N\mathcal{L} \leqslant 9 \cdot 10^{12}$. По результатам ракетных исследований величина $N\mathcal{L}$ для всей ионосферы составляет $\sim \geqslant 5 \cdot 10^{13}$: по данным работы [13] $N \simeq 1{,}8 \cdot 10^6$ *см*$^{-3}$ и $\mathcal{L} \geqslant 350$ *км*; по результатам работы [14] $N \simeq 1{,}8 \cdot 10^6$ *см*$^{-3}$ и $\mathcal{L} \simeq 400$ *км*.

Из приведенных данных видно, что величина $N\mathcal{L}$ для неоднородност в пять или более раз ниже, чем для всего слоя. Следует полагать, что в нообразно изогнутой является наиболее плотная часть слоя вблизи м симума понизации, поскольку волнообразные неоднородности наблюда ся путем зондирования с Земли *. В этом случае выбранная нами эфф тивная толщина неоднородностей $\mathcal{L} = 50$ *км* может быть несколько за шена, но, по-видимому, близка к действительной.

Таким образом, полученные в настоящей работе результаты позволя сделать следующие основные выводы. Крупномасштабные ионосфери неоднородности представляют собой образования волнообразного в (рис. 1,*б*, модель *II*) со средним горизонтальным масштабом («периодо $\bar{d} \simeq 200$ *км* и амплитудой волны $\Delta h \geqslant 0{,}5$ *км*. Волнообразно изогнутой ляется лишь незначительная по эффективной толщине часть слоя, сост ляющая $\leqslant 20\%$ его полной эффективной толщины. По-видимому, эта ча расположена вблизи области максимальной электронной концентраци имеет геометрическую толщину $\sim \leqslant 50$ *км*.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Виткевич, Ю. Л. Кокурин, Радиотехника и электроника, 19 2, 7, 826.
2. Ю. Л. Кокурин, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 12, 1985.
3. Ю. Л. Кокурин, Дрейфы и неоднородности в ионосфере, Сб. статей № 1 разделу V программы МГГ, Изд. АН СССР, 1959, стр. 60.
4. A. Hewish, Proc. Roy. Soc., 1952, 214A, 494.
5. J. P. Wild, J. A. Roberts, J. Atmos. and Terr. Phys., 1956, 8, 55.
6. В. Д. Гусев, Л. А. Драчев, С. Ф. Миркотан, Ю. В. Березин М. П. Кияновский, М. В. Виноградова, Т. А. Гайлит, Д АН СССР, 1958, 123, 817.
7. G. N. Munro, Proc. Roy. Soc., 1950, 202, 208.
8. E. N. Bramley, Proc. Roy. Soc., 1953, 220, 39.
9. Б. М. Чихачев, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 9, 1359.
10. В. В. Виткевич, Ю. Л. Кокурин, Радиотехника и электроника, 1 3, 11, 1373.
11. В. Д. Гусев, С. Ф. Миркотан, Л. А. Драчев, Ю. В. Берез М. П. Кияновский, Дрейфы и неоднородности в ионосфере, Сб. ст № 1 по разделу V программы МГГ, Изд. АН СССР, 1959, стр. 7.
12. Л. А. Драчев, Ю. В. Березин, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 1234.
13. К. И. Грингауз, Искусственные спутники Земли, Изд. АН СССР, 1 вып. 1, стр. 62.
14. Я. Л. Альперт, Э. Ф. Чудесенко, Б. С. Шапиро, Предварител итоги научных исследований с помощью первых советских искусственных спу ков Земли и ракет, Сб. статей № 1 по разделу XI программы МГГ, Изд. АН С 1958, стр. 40.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

Поступила в редакцию
4 VI 1960

* Эффективная высота расположения неоднородностей, приближенно опреде ная в [1], составляла ~ 350 *км*.

ТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НАПРАВЛЕННЫХ АНТЕНН НАД ПЛОСКОЙ ЗЕМЛЕЙ С КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Г. Н. Крылов

Рассмотрены способы вычисления составляющих электромагнитного поля вертикального электрического диполя и вертикальной антенны с синусоидальным распределением тока при условии, что на поверхности земли выполняется граничное условие типа поверхностного полного сопротивления. (импеданца). Получены строгое решение для вектора Герца и выражения для составляющих электромагнитного поля диполя и антенны в пространстве. Для точного вычисления составляющих электромагнитного поля нужно вычислить два интеграла, для которых приведены сходящиеся и асимптотические разложения. Указана возможность приближенного вычисления этих интегралов через множитель ослабления Зоммерфельда. Для вычисления составляющих электромагнитного поля антенны достаточно определить электромагнитное поле двух диполей, расположенных на концах антенны и имеющих заданную амплитуду и фазу, и добавить к этому выражению некоторое слагаемое, учитывающее распределение тока вдоль антенны, которое выражается при помощи тригонометрических функций.

В настоящее время широко применяют антенны с направленным вдоль рхности земли излучением, что особенно важно в диапазоне средних инных волн, когда требуется обеспечить оптимальную величину приаемого сигнала на больших расстояниях при помощи прямой волны без жений от ионосферы. Одной из главных причин искажения структуры ктромагнитного поля прямой волны по сравнению с полем аналогичо излучателя в свободном пространстве является конечная проводиь земли.

Учет конечной проводимости земли возможен различными методами, и которых широко применяют приближенные методы решения задачи пользованием граничных условий типа поверхностного полного сопроления. В этом случае вектор Герца должен удовлетворять следующему ничному условию на поверхности земли:

$$\frac{\partial \pi_z}{\partial z} = -ik\delta\pi_z . \qquad (1)$$

Применение граничных условий типа поверхностного полного сопроления позволяет не рассматривать электромагнитное поле в нижней е, а учесть его приближенно путем введения постоянной δ. Этим мето можно рассмотреть как случаи однородной, так и случаи слоистой и, и даже земли с произвольными электрическими свойствами, изменяюися с глубиной, если придать величине δ соответствующие значения. рос о выборе величины δ уже рассмотрен в литературе [1, 2] и мы счиэту величину известной.

Перейдем к получению строгого решения поставленной задачи и выводу чательных выражений, не вводя в дальнейшем никаких дополнительограничений. Принимаем, что вектор Герца представляет собой сумпадающего» поля и поля, «отраженного» от поверхности земли,

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H_0(\lambda\rho) e^{-n|h-z'|} \frac{\lambda d\lambda}{n}; \qquad \pi_z' = \int_{-\infty}^{\infty} H_0(\lambda\rho)\, e^{-nz} R(\lambda)\, \lambda d\lambda; \qquad \pi_z = \pi_z^0 + \pi_z';$$

$$n = \sqrt{\lambda^2 - k^2}; \quad \operatorname{Re} n \geqslant 0; \quad z = z' + h, \qquad (2)$$

где ρ — расстояние от диполя до приемника по поверхности земли; высота диполя над поверхностью земли; z' — высота точки наблю над поверхностью земли; k — волновое число в воздухе.

Для определения неизвестной функции $R(\lambda)$ необходимо воспольз ся граничным условием

$$n[1 - nR(\lambda)] = -ik\delta[1 + nR(\lambda)], \quad R(\lambda) = \frac{n + ik\delta}{n(n - ik\delta)},$$

откуда получаем строгое решение поставленной граничной задачи в

$$\pi_z = \frac{e^{ikR_1}}{R_1} - \frac{e^{ikR}}{R} + 2I; \quad I = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_0(\lambda\rho)\, e^{-nz}}{n - ik\delta}\, \lambda\, d\lambda,$$

где

$$R = \sqrt{\rho^2 + z^2}; \quad R_1 = \sqrt{\rho^2 + (z' - h)^2}.$$

После дифференцирования можно определить составляющие эле магнитного поля вертикального электрического диполя:

$$E_z = k^2(1 + D_z^2)\pi_z; \quad E_\rho = k^2 D_{z\rho}^2 \pi_z; \quad H_\varphi = \frac{ik^2}{\omega\mu} D_\rho \pi_z,$$

где

$$D_z = \frac{d}{d(kz')}; \quad D_\rho = \frac{d}{d(k\rho)}.$$

Для дифференцирования интеграла I по z' и ρ можно воспо ваться следующими соотношениями:

$$D_z I = D_z \frac{e^{ikR}}{R} - ik\delta I; \quad U = D_\rho I,$$

которые получаются после дифференцирования под знаком инте и проведения тождественного преобразования.

Перейдем теперь к определению составляющих электромагни поля вертикальной антенны, расположенной от $h = h_1$ до $h = h_2$ в которой распределен по синусоидальному закону $j = kj_0 \sin\varphi$ $\varphi = kh + b$ (b — некоторая фазовая постоянная). В этом случае в Герца и составляющие электромагнитного поля такой антенны м получить в виде

$$\pi_z^a = \int_{h_1}^{h_2} \pi_z \sin\varphi\, dh;$$

$$E_z^a = k^2(1 + D_z^2)\pi_z^a; \quad E_\rho^a = k^2 D_{z\rho}^2 \pi_z^a; \quad H_\varphi^a = \frac{ik^2}{\omega\mu} D_\rho \pi_z^a.$$

Полученный вектор Герца для вертикальной антенны можно выр только в виде определенных интегралов которые не берутся в элеме ных функциях и не сводятся к ранее введенным интегралам I и U. ко после выполнения дифференцирования при переходе к состав электромагнитного поля можно выразить эти составляющие через эл тарные функции и интегралы I и U. Для этого выполним прежде интегрирование по высоте антенны и переход к составляющим эле магнитного поля у внеинтегральных членов в выражении (3) для ве Герца.

Если при переходе к вертикальной составляющей электрического E_z^a у внеинтегральных членов выполнить дифференцирование под з интеграла и затем дважды проинтегрировать по частям, то интеграл

тся, и получим

$$k(1+D_z^2)\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi\,\frac{e^{ikR_1}}{R_1}dh=-\left[\cos\varphi-\sin\varphi\frac{d}{kdh}\right]\frac{e^{ikR_1}}{R_1}\Bigg|_{h_1}^{h_2},\tag{8}$$

$$k(1+D_z^2)\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi\,\frac{e^{ikR}}{R}dh=-\left[\cos\varphi-\sin\varphi\frac{d}{kdh}\right]\frac{e^{ikR}}{R}\Bigg|_{h_1}^{h_2}.\tag{9}$$

ри переходе к горизонтальной составляющей электрического и маг-
го полей необходимо в указанных интегралах выполнить замену пе-
ных ($R\pm(z'+h)=\mu$ или $R_1\pm(z'-h)=\mu$), после чего параметр
ет входить только в пределы интегрирования и дифференцирование
даст выражение в элементарных функциях:

$$kD_\rho\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi\,\frac{e^{ikR_1}}{R_1}dh=-i\left[\cos\varphi-\sin\varphi\frac{d}{kdh}\right]\frac{e^{ikR_1}}{\rho}\Bigg|_{h_1}^{h_2},\tag{10}$$

$$kD_\rho\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi\,\frac{e^{ikR}}{R}dh=-i\left[\cos\varphi-\sin\varphi\frac{d}{kdh}\right]\frac{e^{ikR}}{\rho}\Bigg|_{h_1}^{h_2}.\tag{11}$$

ерейдем теперь к определению той части составляющих электрома-
го поля, которые соответствуют интегрированию интеграла I по вы-
нтенны, и выполним интегрирование под знаком интеграла. Если пос-
ого выполнить операцию $1+D_z^2$ тоже под знаком интеграла, то при-
искомому представлению для нахождения вертикальной составляю-
лектрического поля антенны:

$$k(1+D_z^2)\int_{h_1}^{h_2}I\,\sin\varphi\,dh=-\left[\cos\varphi-\sin\varphi\frac{d}{kdh}\right]I\Bigg|_{h_1}^{h_2}.\tag{12}$$

ия определения горизонтальной составляющей электрического и маг-
го полей необходимо после интегрирования по высоте антенны пре-
овать подынтегральное выражение и разложить его на простые дро-
затем воспользоваться тождеством

$$kD_\rho\int_{-\infty}^{\infty}\frac{H_0(\lambda\rho)}{\lambda^2}e^{-nz}\,\lambda\,d\lambda=-2iD_z\frac{e^{ikR}}{\rho},\tag{13}$$

а

$$kD_\rho\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi I\,dh=-\delta'\left\{(\cos\varphi+i\delta\sin\varphi)\,U-\right.$$
$$\left.-i\,[\sin\varphi\,(1+i\delta D_z)+\cos\varphi\,(D_z-i\delta)]\,D_z\frac{e^{ikR}}{\rho}\right\}\Bigg|_{h_1}^{h_2}\tag{14}$$

$$kD_{\rho z}^2\int_{h_1}^{h_2}\sin\varphi I\,dh=\delta'\left\{(\cos\varphi+i\delta\sin\varphi)\,i\delta U+\right.$$
$$\left.+i\,[\sin\varphi\,(D_z-i\delta)-\cos\varphi\,(1+i\delta D_z)]\,D_z\frac{e^{ikR}}{\rho}\right\}\Bigg|_{h_1}^{h_2},\tag{15}$$

$=1/1-\delta^2$.

Мы получили все выражения, необходимые для представления составляющих электромагнитного поля диполя и антенны. Для вычисления составляющих электромагнитного поля диполя можно воспользоваться следующими выражениями:

$$E_z = k^2\left\{(1+D_z^2)\frac{e^{ikR_1}}{R_1} - (1-D_z^2+2i\delta D_z)\frac{e^{ikR}}{R} + (1-\delta^2)2I\right\},$$

$$E_\rho = k^2\left\{D_{z\rho}^2\left[\frac{e^{ikR_1}}{R_1} + \frac{e^{ikR}}{R}\right] - 2i\delta U\right\},$$

$$H_\varphi = \frac{ik^2}{\omega\mu}\left\{D_\rho\left[\frac{e^{ikR_1}}{R_1} - \frac{e^{ikR}}{R}\right] + 2U\right\}.$$

Аналогичные выражения получаются и для составляющих электромагнитного поля вертикальной антенны:

$$E_z^a = k^2 j_0\left\{(\cos\varphi + \sin\varphi D_z)\left[\frac{e^{ikR}}{R} - \frac{e^{ikR_1}}{R_1}\right] - (\cos\varphi + i\delta\sin\varphi)2I\right\}\Big|_{h_1}^{h_2},$$

$$E_\rho^a = k^2 j_0\left\{-i(\cos\varphi + \sin\varphi D_z)D_z\frac{e^{ikR_1}}{\rho} + \delta_0'(\cos\varphi + i\delta\sin\varphi)U + \right.$$
$$\left. + i[\sin\varphi(\delta_0 D_z - \delta_0') - \cos\varphi(\delta_0 + \delta_0' D_z)]D_z\frac{e^{ikR}}{\rho}\right\}\Big|_{h_1}^{h_2},$$

$$H_\varphi^a = \frac{ik^2}{\omega\mu} j_0\left\{-i(\cos\varphi + \sin\varphi D_z)\frac{e^{ikR_1}}{\rho} - 2\delta'(\cos\varphi + i\delta\sin\varphi)U + \right.$$
$$\left. + i[\cos\varphi(1 - \delta_0' D_z + 2\delta' D_z^2) + \sin\varphi(\delta_0 + \delta_0' D_z)D_z]\frac{e^{ikR}}{\rho}\right\}\Big|_{h_1}^{h_2},$$

где $\delta_0 = \delta'(1+\delta^2)$; $\delta_0' = 2i\delta\delta'$.

Нетрудно заметить, что составляющие электромагнитного поля антенны можно непосредственно выразить при помощи составляющих электромагнитного поля диполя. Для этого достаточно выразить интегралы I и U в выражениях (16) — (18) через E_z, E_ρ и H_φ и подставить их вместо I и U в выражения (19) — (21). Проделав эти подстановки получаем

$$E_z^a = j_0(A_1 E_z + B_1)\Big|_{h_1}^{h_2},$$
$$E_\rho^a = j_0(A_2 E_\rho + B_2)\Big|_{h_1}^{h_2} = j_0(A_3 H_\varphi + B_3)\Big|_{h_1}^{h_2},$$
$$H_\varphi^a = j_0(A_4 E_\rho + B_4)\Big|_{h_1}^{h_2} = j_0(A_5 H_\varphi + B_5)\Big|_{h}^{h_2},$$

где коэффициенты A_i и B_i выражены через тригонометрические функции.

Таким образом, можно прийти к выводу о том, что для определения составляющих электромагнитного поля вертикальной антенны достаточно рассмотреть излучение двух диполей, расположенных на концах антенны, амплитуды и фазы которых определяются коэффициентами A_i, и добавить слагаемое, соответствующее внеинтегральным членам и выраженное в элементарных функциях.

Автор ранее получил сходящиеся и асимптотические разложения для вычисления интегралов I и U в случае однородной земли [3]. Однако в случае земли с произвольными электрическими свойствами аргумент δ может изменяться в более широких пределах, чем в случае однородной земли, что приводит иногда к появлению дополнительного слагаемого в асимптотическом разложении (явление Стокса). Можно показать, что в случае од

ной земли это дополнительное слагаемое всегда отсутствует. Поэтому настоящей работе полезно привести (без доказательства) сходящиеся симптотические разложения для этих интегралов с учетом введенных сь обозначений.

Для вычисления интегралов I и U при «малых» значениях исходных раметров применим сходящиеся разложения

$$I = \frac{e^{ikR}}{R} + k\sum_{n=0}^{\infty} B_n; \quad U = D_\rho \frac{e^{ikR}}{R} + k\sum_{n=0}^{\infty} C_n, \tag{23}$$

коэффициенты B_n и C_n связаны рекуррентными соотношениями:

$$B_{n+2} = \frac{n\delta^2}{n+2} B_n - \frac{(k\rho\delta^2)^2}{n(n+2)} B_{n-2} + M_n [ikR(n+1) + (kz)^2], \tag{24}$$

$$C_{n+2} = \frac{n\delta^2}{n+2} C_n - \frac{(k\rho\delta)^2}{n(n+2)} C_{n-2} - \frac{2k\rho\delta^4}{n(n+2)} B_{n-2} + \\ + i[(ikR+1)(n+1) + (kz)^2] \frac{\rho}{R} M_n, \tag{25}$$

$$M_n = \frac{i\delta^4 (ik\delta z)^{n-1}}{(n+2)!} e^{ikR - ik\delta z}.$$

Начальные члены этих рекуррентных соотношений можно представить в виде

$$B_0 = i\delta\alpha(kz;\ k\rho)\, e^{-ik\delta z}, \quad C_0 = \left(i - \frac{1}{kR}\right)\frac{z}{\delta\rho} B_1 - \frac{2}{k\rho\delta^2} B_2,$$

$$B_1 = -i\delta^2 e^{ikR - ik\delta z}, \quad C_1 = i\frac{\rho}{R} B_1, \tag{26}$$

$$B_2 = -\frac{i\delta^3}{2}\beta(kz;\ k\rho)\, e^{-ik\delta z}, \quad C_2 = \frac{k\rho\delta^2}{2} B_0 - \frac{\delta k\rho z}{2R} B_1,$$

$$B_3 = -\frac{\delta^2}{6}[2ikR - 2 + (kz)^2] B_1, \quad C_3 = i\frac{\rho}{R} B_3 - \frac{i\delta^2\rho}{3R} B_1.$$

Вычисление коэффициентов α и β рассмотрено в работе [13].

При «больших» значениях исходных параметров необходимо перехо- ить от вычисления интегралов I и U при помощи сходящихся разложений вычислению их по асимптотическим разложениям, однако вид асимптоти- ских разложений существенно зависит от аргумента δ. Исходным выра- ением для получения асимптотического разложения является представле- ие интеграла I в виде

$$I = \frac{e^{ikR}}{R} + ik\delta e^{-ik\delta z} \int_{k(R+\delta z)}^{i\infty} \frac{e^{iU} dU}{\sqrt{U^2 - k^2\rho^2(1-\delta^2)}},$$

асимптотическое разложение (по методу наибыстрейшего спуска) ожно получить, например, путем интегрирования по частям. Контуром аибыстрейшего спуска в этом случае будет прямая, проходящая из очки $y_1 = k(R + \delta z)$ на $i\infty$ параллельно мнимой оси, и вид асимпто- ического разложения зависит от положения точки ветвления относи- ельно этой прямой. При этом возможны два существенно разных случая зависимости от выполнения неравенства $\mathrm{Re}\, k[R + \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}] \gtrless 0$ ис. 1). Удобно при этом провести разрезы на комплексной плоскости еременной U параллельно мнимой оси.

При выполнении неравенства $\mathrm{Re}\, k[R + \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}] > 0$ контур аибыстрейшего спуска пройдет правее разреза, и, интегрируя по

частям, получим для интегралов I и U асимптотические разложения (рис. 1, *а*)

$$I = kI', \quad U = kU', \tag{27}$$

$$I' \sim e^{ikR}\, y_2 \left(\frac{z}{R} - \delta \sum_{n=1}^{\infty} V_n \right), \tag{28}$$

$$U' \sim (i - \delta y_2) \frac{\rho}{R} I' - \frac{\rho z y_2}{kR^3}\, e^{ikR} - \frac{\delta \rho y_2}{R}\, e^{ikR} \sum_{n=1}^{\infty} W_n, \tag{29}$$

где коэффициенты V_n и W_n связаны рекуррентными соотношениями:

$$V_n = [-iy_1 (2n-1) V_{n-1} + (n-1)^2 V_{n-2}]\, y_2^2, \tag{30}$$

$$W_n = [-iy_1 (2n-1) W_{n-1} + (n-1)^2 W_{n-2} - i(2n-1) V_{n-2}]\, y_2^2 - 2\delta y_2 V_n$$

начальные члены соотношений при этом равны

$$V_1 = -iy_2^2 y_1, \quad W_1 = iy_2^2 (2\delta y_2 y_1 - 1),$$
$$V_2 = 3V_1^2 + y_2^2, \quad W_2 = 6V_1 W_1 - 2\delta y_2^3, \qquad y_3 = k(\delta R + z), \; y_2 = y_3^{-1}. \tag{31}$$

Однако при выполнении обратного неравенства $\operatorname{Re} k[R + \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}] < 0$ контур наибыстрейшего спуска пройдет левее разреза

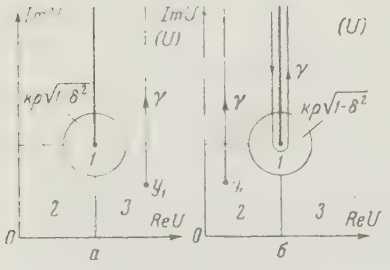


Рис. 1. Положение контура интегрирования в зависимости от величины поверхностного полного сопротивления:

1 — область применимости сходящихся разложений *2* — область применимости асимптотических разложений с выделением дополнительного члена; *3* — область применимости асимптотических разложений без выделения дополнительного члена

и поэтому необходима деформация исходного контура интегрирования, как показано на рис. 1, *б*, что приведет к появлению слагаемого, которое соответствует интегралу по разрезу. Интеграл по этому разрезу легко вычисляется и в точности равен полученной в работе Зоммерфельда поверхностной волне

$$I = kI' - 2k\delta\pi e^{-ik\delta z} H_0 (k\rho\sqrt{1-\delta^2}),$$
$$U = kU' + 2k\delta\pi\sqrt{1-\delta^2}\, e^{-ik\delta z} H_1 (k\rho\sqrt{1-\delta^2}). \tag{32}$$

Может возникнуть вопрос, каким из приведенных асимптотических разложений следует пользоваться при $\operatorname{Re} k(R - \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}) = 0$, поскольку при этом появляется дополнительный член в асимптотическом разложении. Оказывается, что в этом случае справедливы оба асимптотических разложения, так как $\operatorname{Im} k(R + \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}) \gg 1$, т. е. вблизи точки ветвления экспоненциальный сомножитель под знаком интеграла достаточно мал и величина дополнительного члена в асимптотическом разложении порядка погрешности самого асимптотического разложения. Если окажется, что $\operatorname{Im} k(R + \delta z - \rho\sqrt{1-\delta^2}) \sim 1$ и дополнительное слагаемое достаточно велико, что соответствует случаю, когда нижний предел интегрирования находится вблизи точки ветвления, то нельзя

льзоваться асимптотическим разложением, а нужно применять ранее
лученное сходящееся разложение.

Таким образом, при выполнении неравенства $\mathrm{Re}\,k(R+\delta z-\rho\sqrt{1-\delta^2})<0$ в асимптотическом разложении появляется дополнительное слагаемое, соответствующее по виду поверхностной волне Ценка. Фазовая скорость такой волны всегда меньше скорости света, к как выполняется неравенство $\mathrm{Re}\sqrt{1-\delta^2}>1$. Другое важное свойство такой волны заключается в том, что если она и существует, то лько в ограниченной области пространства, поскольку при увеличении раметра z неравенство $\mathrm{Re}\,k(R+\delta z-\rho\sqrt{1-\delta^2})<0$ не будет выполняться, т. е. такая волна «существует» только вблизи поверхности ли. Как известно, выделение члена, соответствующего поверхностной не Ценнека, производится независимо от параметра z и, как показано рядом авторов (см., например, [4]), этот член не удовлетворяет ловию излучения. В нашем случае при подъеме источника или точки блюдения над поверхностью земли необходимость в выделении этого ена пропадает, и, следовательно, его выделение ничего общего с поверхностной волной Ценнека не имеет.

Для вычисления интегралов I и U можно воспользоваться и приведенными выражениями типа множителя ослабления, что рассмотрено работе [5],

$$I=\frac{e^{ikR}}{R}\left[1+2\sqrt{s_0}e^{-s}\int_{\sqrt{s}}^{i\infty}e^{x^2}dx\right];\quad U=\left(i-\frac{1}{kR}\right)\frac{\rho}{R}I, \tag{33}$$

$$s_0=\frac{ik\delta^2R}{2}\left(\frac{R}{\rho}\right)^2;\quad s=s_0\left(1+\frac{z}{\delta R}\right)^2.$$

Однако, пользуясь множителем ослабления, следует иметь в виду, о асимптотическое разложение будет иметь различный вид в зависимости от знака мнимой части s:

$$I\sim\frac{e^{ikR}}{R}\left[1-\sqrt{\frac{s_0}{s}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n-1)!!}{(2s)^n}\right],\quad \mathrm{Im}\sqrt{s}>0 \tag{34}$$

$$I\sim\frac{e^{ikR}}{R}\left[1-\sqrt{\frac{s_0}{s}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n-1)!!}{(2s)^n}+2i\sqrt{\pi s_0}\,e^{-s}\right],\quad \mathrm{Im}\sqrt{s}<0. \tag{35}$$

Точное разложение для этого интеграла от знака мнимой части s не висит; оно приведено в работе [5].

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Г. И. Макарову за интерес к работе и ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

А. Д. Петровский, Е. Л. Фейнберг, О приближенном граничном условии в теории распространения радиоволн вдоль Земли, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 3, 385.

J. R. Wait, Transmission and reflection of electromagnetic waves in the presence of stratified media, J. Res. Nat. Bur. Standards, 1958, **61**, 3, 205.

Г. Н. Крылов, Г. И. Макаров, Структура электромагнитного поля вертикального электрического диполя и вертикальной антенны в пространстве над плоской землей, Вестн. Ленингр. ун-та, 1960, 16, 42.

T. Kahan, G. Eckart, On the existence of a surface wave in dipole radiation over a plane earth, Proc. I. R. E., 1950, **38**, 7, 807.

Г. Н. Крылов, Г. И. Макаров, Функция ослабления электромагнитного поля вертикального диполя и вертикальной антенны, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 4, 684.

Физический факультет Ленинградского государственного университета им. А.А. Жданова

Поступила в редакцию
30 V 1960

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ПРЯМЫХ И ИЗОГНУТЫХ ВОЛНОВОДОВ СЛОЖНОГО СЕЧЕНИЯ В СИСТЕМАХ, ДОПУСКАЮЩИХ РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ

А. Я. Яшкин

Описан метод интегрирования волнового уравнения для сложной ступенчатой области, в которой ступени образованы частями координатных поверхностей некоторой ортогональной системы, допускающей разделение переменных. Показано, что для N-ступенчатой области интегрирование волнового уравнения приводится к решению системы $N-1$ однородных интегральных уравнений. В качестве примера описанный метод применен к ступенчатым волноводам в круговой цилиндрической системе координат. Для прямых и изогнутых волноводов в этой системе координат получены в первом приближении конечные характеристические и дисперсионные системы уравнений.

ВВЕДЕНИЕ

Во всех задачах о волноводах сложного сечения основные трудности связаны с необходимостью перехода от формального решения к такому его виду, который позволит проводить численные расчеты. В наиболее простых случаях, когда удается сложную область представить в виде двух простых областей, задача решается сравнительно просто [1, 2, 3]. Автором был предложен метод расчета прямых волноводов сложного сечения в прямоугольной системе координат [4,5], основанный на представлении сложного сечения в виде совокупности N простых (прямоугольных) областей. Обобщение этого метода дает возможность подобного расчета в любой ортогональной системе, допускающей разделение переменных. Интересуясь в дальнейшем расчетом критической частоты и постоянной распространения, заметим, что определение указанных параметров связано с вычислением собственных чисел волновых уравнений, решаемых при определенных граничных условиях на сложной области.

Согласно методу возмущений [6], незначительные деформации области интегрирования волнового уравнения приводят к незначительным изменениям собственного числа уравнения. Основываясь на этом, всегда можно сложную область привести малыми деформациями к ступенчатой форме, заметно не изменив при этом значения собственного числа и, следовательно, критической волны и постоянной распространения. В качестве ступеней можно выбрать отрезки координатных поверхностей, что значительно облегчит переход от общих выражений к конкретным, позволяющим проводить численные расчеты. Таким образом, расчет волновода сложной формы сводится к расчету волновода ступенчатой формы.

При изучении прямых волноводов естественно считать ось волновода совпадающей с одной из координатных осей, которая, следовательно, должна быть прямой. Отсюда вытекает необходимость выбора из различных криволинейных координат q_1, q_2, q_3 обобщенно-цилиндрических координат с декартовой осью $q_1 = z$. В этой же системе легко поддаются расчету и изогнутые волноводы. Метрические коэффициенты для обобщенно-цилиндрических координат таковы:

$$h_1 = 1,\ h_2 = h_2(q_2, q_3),\ h_3 = h_3(q_2, q_3), \qquad (1$$

что они автоматически обеспечивают выполнение условий расщепления решения уравнений Максвелла на *ТЕ*- и *ТМ*-типы относительно декартовой оси q_1 [7].

Выражая составляющие поля через электрическую Π_E^* и магнитную Π_H^* потенциальные функции [8] и считая поля гармоническими во времени, придем к тому, что каждая из этих функций должна удовлетворять трехмерному волновому уравнению Гельмгольца (при соответствующих граничных условиях [8])

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial q_1^2} + \frac{1}{h_2 h_3}\left[\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_3}{h_2}\frac{\partial \Pi^*}{\partial q_2}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_2}{h_3}\frac{\partial \Pi^*}{\partial q_3}\right)\right] = \gamma_0^2 \varepsilon\mu\Pi^* = 0, \tag{2}$$

где γ_0 — постоянная распространения волны в открытом пространстве; ε, μ — электрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей волновод.

1. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СТУПЕНЧАТОЙ ОБЛАСТИ В ОБОБЩЕННО-ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

1. Общая часть. Трехмерное уравнение (2) при подстановке $\Pi^* = \Pi(q_2, q_3) Z(q_1)$ распадается на два уравнения

$$\frac{d^2 Z}{dq_1} + \gamma^2 Z = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{h_2 h_3}\left[\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_3}{h_2}\frac{\partial \Pi}{\partial q_2}\right) + \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_2}{h_3}\frac{\partial \Pi}{\partial q_3}\right)\right] + k^2 \Pi = 0, \tag{4}$$

где

$$k^2 = \gamma_0^2 \varepsilon\mu - \gamma^2 \tag{5}$$

— собственное число двухмерного волнового уравнения (4); γ^2 — постоянная разделения. Условия разделимости уравнения (4) можно сформулировать по аналогии с [9] в виде

$$\frac{h_2 h_3}{h_i^2} = T_i f_2(q_2) f_3(q_3); \quad i = 2, 3, \tag{6}$$

где f_2, f_3 — функции, зависящие только от одной переменной; T_i — функция, которая не зависит от координат q_i, но может зависеть от второй координаты. Хотя условие (6) не является наиболее общим, оно охватывает все практически важные системы с хорошо изученными функциями. Поскольку нашей задачей является создание удобного метода численного расчета, пользоваться системами координат, для которых функции мало или совсем не изучены, нецелесообразно. Определяя из (6) отношения h_3/h_2, h_2/h_3, выражая произведение $h_2 h_3$ как полусумму

$$h_2 h_3 = \frac{h_2^2 T_2 f_2 f_3 + h_3^2 T_3 f_2 f_3}{2} = \frac{f_2 f_3}{2}(h_2^2 T_2 + h_3^2 T_3)] \tag{7}$$

и принимая далее $\Pi(q_2, q_3) = X(q_2) Y(q_3)$, преобразуем уравнение (4) к следующему виду:

$$\frac{1}{T_3 f_2 X}\frac{d}{dq_2}\left(f_2 \frac{dX}{dq_2}\right) + \frac{1}{T_2 f_3 Y}\frac{d}{dq_3}\left(f_3 \frac{dY}{dq_3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{h_2^2}{T_3} + \frac{h_3^2}{T_2}\right) k^2 = 0. \tag{8}$$

Для всех практически важных систем выполняется условие

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h_2^2}{T_3} - \frac{h_3^2}{T_2}\right) = g_2(q_2) - g_3(q_3). \tag{9}$$

При этом условии уравнение (8) (если ввести постоянную разделения μ распадается на два. Приписывая к ним уравнение (3), получим

систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений, на которые распадается трехмерное волновое уравнение:

$$\frac{d^2Z}{dq_1} + \gamma^2 Z = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{T_3 f_2}\frac{d}{dq_2}\left(f_2\frac{dX}{dq_2}\right) + (g_2 k^2 - \mu)\,X = 0, \tag{10}$$

$$\frac{1}{T_2 f_3}\frac{d}{dq_3}\left(f_3\frac{dY}{dq_3}\right) + (\mu - g_3 k^2)\,Y = 0. \tag{11}$$

Общее решение уравнения (3) имеет вид

$$Z(q_1) = C_1 e^{-j\gamma q_1} + C_2 e^{+j\gamma q_1}, \tag{12}$$

где C_1, C_2 — постоянные интегрирования. В уравнениях (10), (11) $k = k_m$ имеет дискретные значения, так как оно является собственным числом волнового уравнения (4); согласно теореме Штурма — Лиувилля собственные числа составляют бесконечную последовательность

$$k_1,\ k_2, \ldots, k_m, \ldots,$$

которым отвечают собственные функции

$$\Pi_{(1)},\ \Pi_{(2)}, \ldots, \Pi_{(m)}, \ldots,$$

образующие полную систему. С другой стороны, параметр μ в уравнениях (10), (11) является собственным числом этих уравнений и, следовательно, также образует бесконечную последовательность значений

$$\mu_1,\ \mu_2, \ldots, \mu_n, \ldots,$$

которым отвечают собственные функции

$$X_{m1},\ X_{m2}, \ldots, X_{mn}, \ldots \text{(для уравнения (10))},$$
$$Y_{m1},\ Y_{m2}, \ldots, Y_{mn}, \ldots \text{(для уравнения (11))}.$$

Нам важно то обстоятельство, что функции X_{mn} (а также Y_{mn}) при фиксированном m образуют полную ортогональную систему, так что любую функцию $F_2(q_2)$ или $F_3(q_3)$, непрерывную до второй производной в интервале определения $X_{mn}(Y_{mn})$, можно разложить в этом интервале в ряд по собственным функциям $X_{mn}(Y_{mn})$. Так как уравнения (10), (11) являются линейными дифференциальными уравнениями второго порядка, то в общем случае собственные функции X_{mi}, Y_{mi} представляют собой линейные комбинации двух независимых решений, т. е.

$$X_{mi} = X_{mi}^{(1)} + B_{mi}X_{mi}^{(2)};\quad Y_{mi} = Y_{mi}^{(1)} + C_{mi}Y_{mi}^{(2)}.$$

2. **Прямые волноводы ступенчатого сечения.** Рассуждения, приведенные ниже, справедливы для волноводов с любым числом ступеней N, но рис. 1 (или рис. 2), показывающий для наглядности сечение волновода, имеет по необходимости конечное число ступеней ($N = 4$). Ступени, как отмечалось выше, образованы частями координатных поверхностей $q_2 = \text{const}$, $q_3 = \text{const}$. Считая волну распространяющейся в сторону положительных q_1, необходимо в (12) положить $C_2 = 0$. При этом γ получает смысл постоянной распространения вдоль оси волновода и может быть определена из соотношения (5), если известна величина k.

В критическом случае $\gamma = 0$ имеем

$$\gamma_0^2 = \varepsilon\mu = k^2,$$

отсюда критическая волна

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Задача расчета критической волны сводится, таким образом, к нахождению собственного числа двухмерного уравнения (4), заданного на ступенчатой области. Рассмотрим область, изображенную на рис. 1. Разобьем эту сложную область на ряд простых областей, ограниченных координатными поверхностями. Граничные условия в каждой области определены конкретно на поверхностях $q_2 = b_0$, b_i как на металлических стенках с абсолютной проводимостью, на поверхностях же $q_3 = \text{const}$ (за исключением крайних областей $i = 1$; $i = N$) граничные условия еще не определены, и мы этим в дальнейшем воспользуемся.

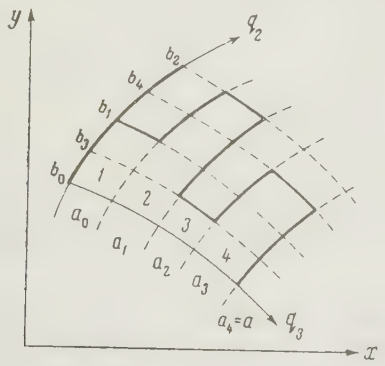


Рис. 1

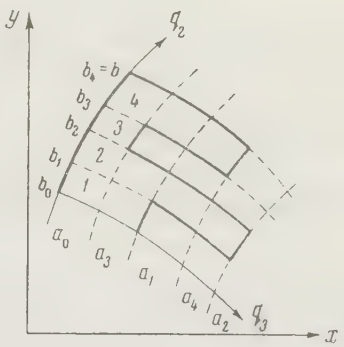


Рис. 2

Решение волнового уравнения (2) для ступенчатой области рис. 1 представим кусочно для каждой «простой» области, потребовав, чтобы оно удовлетворяло граничным условиям на ступенчатом контуре и было непрерывно на границах раздела простых областей.

Частное решение волнового уравнения (2) для простой области i-го номера имеет вид

$$\Pi^*_{imn} = A_{imn} X_{imn} Y_{imn} e^{-j\gamma q_1}. \tag{13}$$

Применяя на стенках волновода $q_2 = b_0$, b_i граничные условия для X_{imn} и считая k_m некоторым параметром, найдем дискретный ряд значений собственного числа μ_n уравнения (10). Эти значения μ_n должны быть собственными числами и уравнения (11). Но в определении собственных функций Y_{imn} имеется некоторый произвол, так как граничные условия на $q_3 = \text{const}$ еще не заданы. Воспользовавшись этим, будем считать собственную функцию Y_{imn} зависящей не только от координаты q_3, но и от некоторого параметра δ_i, который вместе с величиной k_m определится из условий непрерывности полей на границах раздела простых областей. Заметим, что δ_i для первой и последней областей могут быть определены из условий на стенках $q_3 = a_0$, a_N. Таким образом, частное решение для i-й области следует представить в следующем виде:

$$\Pi^*_{imn} = A_{imn} Y_{imn}(q_3,\ \delta_i)\, X_{imn}(q_2)\, e^{-j\gamma q_1}. \tag{14}$$

Потенциальную функцию, отвечающую собственному значению k_m (одинаковому для всех областей), представим в виде бесконечной суммы

$$\Pi^*_{im} = \sum_n^{\infty} A_{imn}\, Y_{imn}(q_3,\ \delta_i)\, X_{imn}(q_2)\, e^{-j\gamma q_1}, \tag{15}$$

каждый член которой изображает волну, бегущую в сторону положительных q_1; фазовые скорости всех частных волн одинаковы (потому

что одинаковы k_m), но различаются числом полуволн, уложившихся на отрезке $b_i - b_0$, и распределением поля по координате q_3.

Потребуем теперь, чтобы функции Π^*_{im} обеспечивали непрерывность всех составляющих полей на каждой линии раздела простых областей ($q_3 = a_1, a_2, \ldots, a_{N-1}$). Нетрудно видеть (см. Приложение), что для TE-волн (а мы ограничимся рассмотрением только волн этого типа) непрерывность составляющих поля на границе раздела i-й и $i+1$-й областей ($q_3 = a_i$) обеспечивается при выполнении следующих условий:

$$\Pi^*_{im} = \Pi^*_{i+1,\,m}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial \Pi^*_{im}}{\partial q_3} = \frac{\partial \Pi^*_{i+1,\,m}}{\partial q_3}, \tag{17}$$

которые приводят к двум уравнениям

$$\sum_n^\infty A_{imn} Y_{imn}(a_i,\ \delta_i) X_{imn}(q_2) = \sum_n^\infty A_{i+1,mn} Y_{i+1,mn}(a_i,\ \delta_{i+1}) X_{i+1,mn}(q_2), \tag{18}$$

$$\sum_n^\infty A_{imn} Y'_{imn}(a_i,\ \delta_i) X_{imn}(q_2) = \sum_n^\infty A_{i+1,mn} Y'_{i+1,mn}(a_i,\ \delta_{i+1}) X_{i+1,mn}(q_2) =$$
$$= \Psi_i(q_2) \sim E_{q_2}, \tag{19}$$

где штрих у Y обозначает дифференцирование по q_3. Как видим, уравнения (18) и (19) уже не содержат члена, определяющего зависимость поля от координаты q_1. Это оказалось возможным потому, что у каждой частной волны такая зависимость выражалась множителем, одинаковым для всех волн.

Левую и правую части уравнения (19) мы приравняли некоторой не определенной пока функции $\Psi_i(q_2)$. Пропорциональность Ψ_i составляющей поля E_{q_2} вытекает из связи Π^*_{im} с составляющими поля. Но в силу этой зависимости функция $\Psi_i(q_2)$ должна обращаться в нуль на проводящем отрезке $b_{i+1} - b_i$, что мы учтем в дальнейшем.

Считая функцию $\Psi_i(q_2)$ непрерывной до второй производной, можем рассматривать уравнение (19) как разложение $\Psi_i(q_2)$ в ряд по собственным функциям X_{imn} в интервале b_0, b_i и по собственным функциям $X_{i+1,mn}$ в интервале b_0, b_{i+1}. Указанные интервалы являются теми интервалами, на которых определены функции X_{imn}, $X_{i+1,mn}$ соответственно. Так как функции X образуют полные системы, разложение по ним некоторой непрерывной функции Ψ_i вполне возможно. Из этих разложений (предполагая $b_{i+1} > b_i$) следует

$$A_{imn} = \frac{1}{Y'_{imn}(a_i,\ \delta_i)} \int_{b_0}^{b_i} \Psi_i(\xi) X_{imn}(\xi)\, d\xi, \tag{20}$$

$$A_{i+1,mn} = \frac{1}{Y'_{i+1,mn}(a_i,\ \delta_{i+1})} \int_{b_0}^{b_{i+1}} \Psi_i(\xi) X_{i+1,mn}(\xi)\, d\xi =$$

$$= \frac{1}{Y'_{i+1,mn}(a_i,\ \delta_{i+1})} \int_{b_0}^{b_i} \Psi_i(\xi) X_{i+1,mn}(\xi)\, d\xi. \tag{21}$$

Сокращение интервала интегрирования в уравнении (21) вызвано тем, что $\Psi_i(\xi)$ равна нулю на всем отрезке $b_{i+1} - b_i$. Если считать $b_{i+1} < b_i$,

о сокращение интервала интегрирования произойдет в уравнении (20). дальнейшем изложении будем указывать для верхнего предела интералов две величины; при расчете нужно оставлять меньшую из них.

Подставляя найденные значения коэффициентов в уравнение (18), ридем к однородному интегральному уравнению относительно функии Ψ_i

$$\int_{b_0}^{b_i\,(b_{i+1})} \Psi_i(\xi)\, P_i(q_2, \xi)\, d\xi = 0 \tag{22}$$

симметричным ядром

$$P_i(q_2, \xi) = \sum_n^{\infty} \frac{Y_{imn}(a_i, \delta_i)}{Y'_{imn}(a_i, \delta_i)} X_{imn}(q_2)\, X_{imn}(\xi) - \\ - \sum_n^{\infty} \frac{Y_{i+1,\,mn}(a_i, \delta_{i+1})}{Y'_{i+1,\,mn}(a_i, \delta_{i+1})} X_{i+1,\,mn}(q_2)\, X_{i+1,\,mn}(\xi).$$

Выражение $Y_{i+1,\,mn} / Y'_{i+1,\,mn} = \mathrm{ct}_{i+1,\,mn}(a_i, \delta_{i+1})$ следует назвать бол ьшим обобщенным котангенсом. В прямоугольной системе это выражение переходит в обычный котангенс, в круговой цилиндрической истеме — в радиальный, в сферической системе — в сферический котаненс [11] и т. д.

Если ступенчатое сечение разбивается на N простых областей, выражение (22) обозначает систему $N-1$ интегральных уравнений. Эта истема содержит $N-1$ неизвестных: $k_m, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1}$, входящих в дра уравнений. Так как в системе (22) ни по одному из неизвестных е производится интегрирование или дифференцирование, каждое интеральное уравнение системы можно решить независимо от других уравлений. В результате получится система $N-1$ алгебраических уравнеий с $N-1$ неизвестными, указанными выше.

Для решения интегральных уравнений (22) можно воспользоваться етодом Бубнова — Галеркина. По этому методу неизвестная функция $\Psi_i(\xi)$ аппроксимируется линейной комбинацией ν-го числа функций φ_{ij}, бразующих при $\nu \to \infty$ полную систему и удовлетворяющих краевым словиям для E_{q2}-составляющей поля,

$$\Psi_i(\xi) = \beta_{i1}\varphi_{i1}(\xi) + \ldots + \beta_{i\nu}\varphi_{i\nu}(\xi). \tag{23}$$

оэффициенты β_{ij} этой суммы определяются из системы однородных равнений

$$\sum_{j=1}^{\nu} M_{ij\mu}\beta_{ij} = 0;\ \mu = 1, 2, \ldots, \nu, \tag{24}$$

где

$$M_{ij\mu} = M_{j\mu i} = \int_{b_0}^{b_i\,(b_{i+1})} \int_{b_0}^{b_i\,(b_{i+1})} \varphi_{i\mu}(\xi)\, P_i(q_2, \xi)\, \varphi_{ij}(q_2)\, dq_2\, d\xi. \tag{25}$$

Записывая условие нетривиального решения системы (24), получим

$$\begin{vmatrix} M_{i11}M_{i12}\ldots M_{i1\nu} \\ M_{i21}M_{i22}\ldots M_{i2\nu} \\ \ldots\ldots\ldots \\ M_{i\nu1}M_{i\nu2}\ldots M_{i\nu\nu} \end{vmatrix} = 0;\ i = 1, 2, \ldots, N-1. \tag{26}$$

Выражение (26) представляет собой конечную расчетную систем связывающую размеры ступенчатой области с собственным числом k (и неизвестными $\delta_2, \ldots, \delta_{N-1}$). Так как в конкретных системах координат функции X, Y известны, расчет (26) оказывается возможным. При практическом расчете целесообразно выбирать в качестве аппроксимирующих функций такие, которые уже при небольшом их числе достаточно полно воспроизводят функцию $\Psi_i(\xi)$ и позволяют вычислять интегралы (26). Можно в качестве таких функций выбрать систему собственных функций X_{imn} (или $X_{i+1,mn}$, если $b_{i+1} < b_i$). Такое представление удобно тем, что, в силу ортогональности X_{imn}, $X_{i+1,mn}$ все интегралы в (25), для которых $n \neq s$, обращаются в нуль, и конечные выражения приобретают наиболее простую форму.

После того как будут найдены из уравнений (26) неизвестные k, δ_i, нетрудно по системе (24) вычислить коэффициенты β_{ij} и по (21) функции Ψ_i; далее по соотношениям (20), (21) найти коэффициенты A_{imn}, $A_{i+1,mn}$, зная которые можно определить собственные функции Π_{im} для каждой простой области. Итак, задача о собственных значениях и собственных функциях волнового уравнения, заданного на ступенчатой области (рис. 1), оказывается решенной.

Задача для области, показанной на рис. 2, решается аналогично разобранной выше, так как функции Y, по которым в этом случае идет разложение, так же как и X, образуют полную ортогональную систему.

3. Изогнутые волноводы ступенчатого сечения. Если считать, что в рассматриваемой нами обобщенно-цилиндрической системе координат волна распространяется вдоль криволинейной координаты q_2, то придем к задаче об изогнутом волноводе, причем в общем случае изгиб волновода неравномерный (т. е. с переменной кривизной). Разбивая ступенчатое сечение на простые области, можно записать для каждой области общее решение трехмерного волнового уравнения (2), как и прежде, в виде бесконечной суммы (выражение (15)). Но теперь каждый член этой суммы представляет частную волну, имеющую свой закон распространения по координате q_2. Таким образом, вышеописанный метод расчета ступенчатых волноводов, основанный на представлении поля внутри волновода в виде бесконечного числа распространяющихся по общему закону частных волн, к общему случаю изогнутого волновода применить нельзя. Исключение представляет равномерный изгиб, рассматриваемый в круговой цилиндрической системе координат, о чем сказано ниже.

2. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Применение изложенного выше метода расчета сложных волноводов в декартовой системе координат применительно к поперечным и продольным волнам [8] можно найти в работах [4, 10]. Остановимся здесь на иллюстрации применения метода в круговой цилиндрической системе координат.

В цилиндрической системе $q_1 = z$, $q_2 = r$, $q_3 = \varphi$ уравнения (3), (10), (11), учитывая значения коэффициентов Ламе и обозначая $\mu = p^2$, принимают вид

$$\frac{d^2Z}{dz^2} + \gamma^2 Z = 0, \tag{1}$$

$$\frac{d^2X}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dX}{dr} + \left(k^2 - \frac{p^2}{r^2}\right)X = 0, \tag{2}$$

$$\frac{d^2Y}{d\varphi^2} + p^2 Y = 0. \tag{3}$$

шения для каждого уравнения этой системы известны, поэтому потенциальная функция $\Pi^*_{mnp}(z, r, \varphi)$ имеет вид

$$\Pi^*(z, r, \varphi) = A[J_p(kr) + BN_p(kr)][D_1 e^{-jp\varphi} + D_2 e^{+jp\varphi}] \times [C_1 e^{-j\gamma z} + C_2 e^{+j\gamma z}], \quad (29)$$

$$k^2 = \gamma_0^2 \varepsilon\mu - \gamma^2.$$

1. Прямые волноводы ступенчатого сечения. Принимая, что волна распространяется в сторону положительных z, необходимо в уравнении (29) положить $C_2 = 0$. Разобьем сечение волновода (рис. 3) на $N = 4$ простых области в виде сегментов и представим потенциальную функцию для каждой области в виде бесконечной суммы, любой член которой представляет решение волнового уравнения в плоскости r, φ, отвечающее одному и тому же значению k, но различным p:

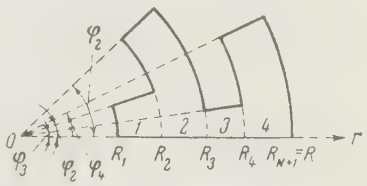


Рис. 3

$$\Pi_i^*(z, r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pi_{in}^*(z, r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{in}[J_{p_{in}}(kr) + B_{p_{in}} N_{p_{in}}(kr)][B_1 \sin p_{in}\varphi + B_2 \cos p_{in}\varphi] e^{-j\gamma z}. \quad (30)$$

Ограничиваясь рассмотрением волны типа H, применим к Π_{in}^* следующие граничные условия на абсолютно проводящих стенках:

$$\left(\frac{\partial \Pi_{in}^*}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0,\ \varphi_i} = 0; \quad \left(\frac{\partial \Pi_{im}^*}{\partial r}\right)_{r=R_1,\ R} = 0.$$

Это дает для констант значения

$$B_1 = 0; \quad p_{in} = \frac{n\pi}{\varphi_i}; \quad n = 0, 1, 2, \ldots; \quad B_{p_{1n}} = -\frac{J'_{p_{1n}}(kR_1)}{N'_{p_{1n}}(kR_1)};$$

$$B_{p_{Nn}} = -\frac{J'_{p_{Nn}}(kR)}{N'_{p_{Nn}}(kR)}. \quad (31)$$

Можно обозначить коэффициенты $B_{p_{in}}$ при любом i через отношение

$$B_{p_{in}} = -\frac{J'_{p_{in}}(k\delta_i)}{N'_{p_{in}}(k\delta_i)},$$

где согласно (31), имеем $\delta_1 = R_1$, $\delta_N = R_{N+1} = R$; остальные δ_i определяются из условий непрерывности на линиях $r = R_2, R_3, \ldots, R_N$. Подставляя найденные значения постоянных в выражение потенциальной функции (30), получим

$$\Pi_i^*(z, r, \varphi) = A_{i0} Z_{p_{i0}}(kr) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} Z_{p_{in}}(kr) \cos p_{in}\varphi e^{-j\gamma z}, \quad (32)$$

$$Z_{p_{in}}(kr) = J_{p_{in}}(kr) + B_{p_{in}} N_{p_{in}}(kr), \quad (33)$$

где $N_{p_{in}}$ — функции Бесселя и Неймана порядка p_{in}.

Применяя к Π_i^*, Π_{i+1}^* условия, обеспечивающие непрерывность составляющих полей на границе $r = R_{i+1}$:

$$\Pi_i^* = \Pi_{i+1}^* \frac{\partial \Pi_i^*}{\partial r} \frac{\partial \Pi_{i+1}^*}{\partial r}, \tag{3}$$

получим два уравнения

$$A_{i0} Z_{p_{i0}}(kR_{i+1}) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{in} Z_{p_{in}}(kR_{i+1}) \cos p_{in}\varphi =$$

$$= A_{i+1,\,0} Z_{p_{i+1,0}}(kR_{i+1}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{i+1,\,n} Z_{p_{i+1,\,n}}(kR_{i+1}) \cos p_{i+1,\,n}\varphi, \tag{3}$$

$$A_{i0} Z'_{p_{i0}}(kR_{i+1}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} Z'_{p_{in}}(kR_{i+1}) \cos p_{in}\varphi = \tag{3}$$

$$= A_{i+1,\,0} Z'_{p_{i+1,0}}(kR_{i+1}) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{i+1,\,n} Z'_{p_{i+1,\,n}}(kR_{i+1}) \cos p_{i+1,\,n}\varphi = F_i(\varphi) \sim E$$

Определяя из (36) коэффициенты A_{in}, $A_{i+1,\,n}$ и подставляя их в (35) придем к интегральному уравнению

$$\int_0^{\varphi_i(\varphi_{i+1})} F_i(\xi)\,[Q_i(\xi, \varphi) + Q_{i0}]\,d\xi = 0, \tag{3}$$

в котором в качестве верхнего предела нужно из двух значений оставить меньшее. Ядро уравнения (37) имеет вид

$$Q_i(\xi, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,\mathrm{ct}_{p_{in}}(kR_{i+1}, k\delta_i)}{\varphi_i} \cos p_{in}\xi \cos p_{in}\varphi -$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,\mathrm{ct}_{p_{i+1,\,n}}(kR_{i+1}, k\delta_{i+1})}{\varphi_{i+1}} \cos p_{i+1,\,n}\xi \cos p_{i+1,\,n}\varphi,$$

$$Q_{i0} = \frac{\mathrm{ct}_{p_{i0}}(kR_{i+1}, k\delta_i)}{\varphi_i} - \frac{\mathrm{ct}_{p_{i+1,\,0}}(kR_{i+1}, k\delta_{i+1})}{\varphi_{i+1}},$$

где

$$\mathrm{ct}_{p_{jn}}(kR_{i+1}, k\delta_j) = \frac{Z_{p_{jn}}(kR_{i+1})}{Z'_{p_{jn}}(kR_{i+1})} =$$

$$= \frac{J_{p_{jn}}(kR_{i+1})\,N'_{p_{jn}}(k\delta_j) - N_{p_{jn}}(kR_{i+1})\,J'_{p_{jn}}(k\delta_j)}{J'_{p_{jn}}(kR_{i+1})\,N'_{p_{jn}}(k\delta_j) - N'_{p_{jn}}(kR_{i+1})\,J'_{p_{jn}}(k\delta_j)}, \tag{38}$$

мы назовем, по аналогии с [11], большим радиальным котангенсом индекса p_{in}.

Применяя к решению уравнения (37) метод Бубнова—Галеркина получим систему $N-1$ уравнений, связывающую размеры ступенчатого сечения с неизвестными $k_m = k$, δ_2, δ_3, ..., δ_{N-1},

$$\begin{vmatrix} G_{i11} & G_{i12} \ldots & G_{i1\nu} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ i_{\nu 1} & G_{i\nu 2} \ldots & G_{i\nu\nu} \end{vmatrix} = 0;\ i = 1, 2, \ldots, N-1, \tag{39}$$

$$G_{ij\sigma} = \int_0^{\varphi_i(\varphi_{i+1})} \int_0^{\varphi_i(\varphi_{i+1})} \psi_j [Q_i(\xi, \varphi) + Q_{i0}] \psi_\sigma \, d\xi \, d\varphi; \; j = 1, 2, \ldots, \nu;$$

$$\sigma = 1, 2, \ldots, \nu;$$

ψ_σ — аппроксимирующие функции.

В первом приближении ($\psi_1 = 1$) расчетная система (39) будет состоять из уравнений двух видов в соответствии с двумя возможностями ($\varphi_{i+1} > \varphi_i$, $\varphi_{i+1} < \varphi_i$):

при $\varphi_{i+1} > \varphi_i$

$$\mathrm{ct}_{p_{i0}}(kR_{i+1}, k\delta_i) = \frac{\varphi_i}{\varphi_{i+1}} \left\{ \mathrm{ct}_{p_{i+1,0}}(kR_{i+1}, k\delta_{i+1}) + \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{ct}_{p_{i+1,n}}(kR_{i+1}, k\delta_{i+1}) \left(\frac{\sin p_{i+1,n}\varphi_i}{p_{i+1,n}\varphi_i} \right)^2 \right\}, \qquad (40)$$

при $\varphi_{i+1} < \varphi_i$

$$\mathrm{ct}_{p_{i+1,0}}(kR_{i+1}, k\delta_{i+1}) = \frac{\varphi_{i+1}}{\varphi_i} \left\{ \mathrm{ct}_{p_{i0}}(kR_{i+1}, k\delta_i) + \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{ct}_{p_{in}}(kR_{i+1}, k\delta_i) \left(\frac{\sin p_{in}\varphi_{i+1}}{p_{in}\varphi_{i+1}} \right)^2 \right\}; \; i = 1, 2, \ldots, N-1; \qquad (41)$$

Система уравнений (40), (41) является характеристической, так как она связывает размеры сечения с критической волной ($k = 2\pi/\lambda_{кр}$).

Нетрудно показать, пользуясь асимптотическими выражениями для функции Бесселя и Неймана при больших значениях индекса, что радиальные котангенсы в формулах (40), (41) достаточно быстро убывают, так что члены ряда уменьшаются с ростом n не медленнее, чем $1/n^2$. Это обстоятельство имеет большое значение при численных расчетах.

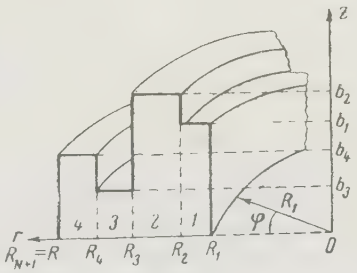


Рис. 4

2. Изогнутые волноводы. Пусть сечение изогнутого волновода имеет вид, изображенный на рис. 4. Пусть излучение осуществлен в плоскости H (волна электрического типа $E_z \neq 0$, $H_z = 0$), волна в волноводе распространяется в сторону положительных φ ($D_2 = 0$, см. уравнение (29)). Разобьем ступенчатое сечение на $N = 4$ простых области и представим для каждой области (с учетом граничных условий на стенках волновода) потенциальную функцию в виде

$$\Pi_i^* = A_{i0} Z_p(k_0 r) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} \cos s_{in} z \, Z_p(\varkappa_{in} r) \, e^{-jp\varphi}; \; i = 1, 2, \ldots, N, \qquad (42)$$

$$Z_p(\varkappa_{in} r) = J_p(\varkappa_{in} r) + B_{in} N_p(\varkappa_{in} r);$$

p — постоянная распространения волны внутри волновода на дуге радиуса r;

$$s_{in} = \frac{n\pi}{b_i}; \; n = 1, 2, \ldots; \; \varkappa_{in} = \sqrt{k_0^2 - s_{in}^2} \quad (k_0^2 = \gamma_0^2 \varepsilon\mu); \qquad (43)$$

$$B_{in} = -\frac{J_p(\varkappa_{in}\delta_i)}{N_p(\varkappa_{in}\delta_i)}, \qquad (44)$$

причем из граничных условий для первой и последней областей следует $\delta_1 = R_1$; $\delta_N = R_{N+1}$. Все остальные δ_i определятся из условия непрерывности на линиях $r = R_2, R_3, \ldots, R_N$. Применяя к Π_i^*, Π_{i+1}^* условия, обеспечивающие непрерывность составляющих полей на линии $r = R_{i+1}$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2\right)\Pi_i^* = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2\right)\Pi_{i+1}^* = \Phi_i(z) \sim E_z, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Pi_i^*}{\partial r} \quad \frac{\partial \Pi_{i+1}^*}{\partial r}, \tag{4}$$

получим два уравнения, из которых обычным образом придем к интегральному уравнению

$$\int_0^{b_i (b_{i+1})} \Phi_i(\xi)\,[P_i(\xi, z) + P_{i0}]\,d\xi = 0, \tag{47}$$

в котором в качестве верхнего предела нужно оставить меньшую из двух указанных величин. Ядро интегрального уравнения (47) имеет вид

$$P_i(\xi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,\mathrm{ct}_p(\varkappa_{in}R_{i+1}, \varkappa_{in}\delta_i)}{b_i \varkappa_{in}} \cos s_{in}\xi \cos s_{in}z -$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,\mathrm{ct}_p(\varkappa_{i+1,\,n}R_{i+1}\varkappa_{i+1,\,n}, n\delta_{i+1})}{b_{i+1}\varkappa_{i+1,\,n}} \cos s_{i+1,\,n}\xi \cos r_{i+1,n}z,$$

$$P_{i0} = \frac{\mathrm{ct}_p(k_0R_{i+1}, k_0\delta_i)}{k_0 b_i} - \frac{\mathrm{ct}_p(k_0R_{i+1}, k_0\delta_{i+1})}{k_0 b_{i+1}},$$

где

$$\mathrm{ct}_p(x, y) = \frac{Z_p'(x, y)}{Z_p(x, y)} \frac{J_p'(x)N_p(y) - N_p'(x)J_p(y)}{J_p(x)N_p(y) - N_p(x)J_p(y)}$$

— малый радиальный котангенс индекса p.

Применяя к решению интегрального уравнения (47) метод Бубнова — Галеркина и ограничиваясь первым приближением, получим расчетную систему ($i = 1, 2, \ldots, N-1$), связывающую размеры сечения волновода с неизвестными $k_0, \delta_2, \ldots, \delta_{N-1}$ (рассматривается как параметр). Эта система в соответствии с двумя возможностями ($b_i > b_{i+1}$, $b_i < b_{i+1}$) состоит из уравнений двух видов:

при $b_i > b_{i+1}$

$$\mathrm{ct}_p(k_0R_{i+1}, k_0\delta_{i+1}) =$$

$$= \frac{b_{i+1}}{b_i}\left\{\mathrm{ct}_p(k_0R_{i+1}, k_0\delta_i) - 2k_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{ct}_p(\varkappa_{in}R_{i+1}, \varkappa_{in}\delta_i)}{\varkappa_{in}} \left(\frac{\sin s_{in}b_{i+1}}{s_{in}b_{i+1}}\right)^2\right\}, \tag{48}$$

при $b_i < b_{i+1}$

$$\mathrm{ct}_p(k_0, R_{i+1}, k_0\delta_i) =$$

$$= \frac{b_i}{b_{i+1}}\left\{\mathrm{ct}_p(k_0R_{i+1}, k_0\delta_{i+1}) - 2k_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{ct}_p(\varkappa_{i+1,\,n}R_{i+1}\varkappa_{i+1,\,n}, n\delta_{i+1})}{\varkappa_{i+1,\,n}} \left(\frac{\sin s_{i+1,\,n}b_i}{s_{i+1,\,n}b_i}\right)^2\right\} \tag{49}$$

Определяя из расчетной системы (48), (49) число k_0 при различных значениях параметра p, можно построить графическую зависимость $p = f(k_0)$, по которой, зная рабочую волну $\lambda = 2\pi/k_0$, легко определить постоянную

спространения внутри волновода. Таким образом, систему уравнений 3), (49) следует назвать дисперсионной, так как она определяет зависиость постоянной распространения в функции рабочей частоты (при данй форме сечения волновода).

Характеристическая система, т. е. система, служащая для расчета итической волны, получается из (48), (49) при $p = 0$.

Нетрудно показать, пользуясь асимптотическими формулами для циндрических функций, что члены сумм в выражениях (48), (49) убывают возрастанием номера не медленнее, чем $1/n^2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанный выше метод расчета сложных волноводов в обобщенно-циндрических координатах можно применить также и к расчету резонатов сложной формы. Отметим, что равномерно изогнутые волноводы и ожные резонаторы можно рассчитать указанным методом не только в общенно-цилиндрических координатах, но и в других ортогональных истемах, допускающих разделение переменных (например, в сферических ординатах).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В ортогональных координатах составляющие поля поперечно-электрических н связаны с магнитной потенциальной функцией Π^* следующими соотношениями:

$$E_1 = 0, \quad E_2 = -\frac{j\gamma_0\mu}{h_3}\frac{\partial\Pi^*}{\partial q_3}, \quad E_3 = \frac{j\gamma_0\mu}{h_2}\frac{\partial\Pi^*}{\partial q_2},$$
$$H_1 = \frac{\partial^2\Pi^*}{\partial q_1^2} + \gamma_0^2\varepsilon\mu\Pi^*, \quad H_2 = \frac{1}{h_2}\frac{\partial^2\Pi^*}{\partial q_1\partial q_2}, \quad H_3 = \frac{1}{h_3}\frac{\partial^2\Pi^*}{\partial q_1\partial q_3}. \tag{I}$$

Непрерывность полей на границе $q_3 = a_i$ раздела двух простых областей обеспечивается при выполнении следующих двух условий:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \gamma_0^2\varepsilon\mu\right)\Pi_i^* = \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \gamma_0^2\varepsilon\mu\right)\Pi_{i+1}^*, \tag{II}$$

$$\frac{\partial\Pi_i^*}{\partial q_3} = \frac{\partial\Pi_{i+1}^*}{\partial q_3}, \tag{III}$$

ем нетрудно убедиться. В самом деле, условие (II) обеспечивает равенство H_{1i}-, $_{i+1}$-составляющих; условие (III) обеспечивает равенство E_{2i}-, $E_{2,\,i+1}$-составляюих. Равенство на границе раздела других составляющих поля вытекает из усло- (II). Переписывая его в форме

$$\frac{\partial^2}{\partial q_1^2}(\Pi_i^* - \Pi_{i+1}^*) + \gamma_0^2\varepsilon\mu(\Pi_i^* - \Pi_{i+1}^*) = 0, \tag{IV}$$

им, что интеграл получившегося уравнения

$$\Pi_i^* - \Pi_{i+1}^* = A\cos\gamma_0\sqrt{\varepsilon\mu}q_1 + B\sin\gamma_0\sqrt{\varepsilon\mu}q_1 \tag{V}$$

вляет такую связь между функциями Π_i^*, Π_{i+1}^* (A, B — постоянные интегрирова-), которая обусловливает равенство производных по q_2 и смешанных по q_1, q_2 q_1, q_3, т. е. равенство составляющих (соответственно) $E_{3i} = E_{3,\,i+1}$, $H_{2i} = H_{2,\,i+1}$, $= H_{3,\,i+1}$. Условия непрерывности полей в виде (II), (III) имеют наиболее ую форму, годную при изучении прямых и изогнутых волноводов в любой ортоальной системе, допускающей разделение переменных. Однако для прямых новодов этим условиям можно придать более простую форму. Учитывая, что $= e^{-j\gamma q_1}\Pi_i(q_2, q_3)$, а $k^2 = \gamma_0^2\varepsilon\mu - \gamma^2$ для прямых волноводов одинаково для всех астей, представим равенства (II), (III) в виде

$$\Pi_i = \Pi_{i+1}, \tag{VI}$$

$$\frac{\partial\Pi_i}{\partial q_3} = \frac{\partial\Pi_{i+1}}{\partial q_3}. \tag{VII}$$

Из выражения (I) находим

$$\Pi_i = \frac{H_{1i}}{k^2} e^{j\gamma q_1}, \quad \Pi_{i+1} = \frac{H_{1,\,i+1}}{k^2} e^{j\gamma q_1},$$

где H_{1i}, $H_{1,\,i+1}$ — осевые составляющие поля.

Подставляя найденные значения функций Π_i, Π_{i+1} в (VI), (VII), получим окончательный вид условий непрерывности для прямых волноводов (и для магнитных волн)

$$H_{1i} = H_{1,\,i+1}, \tag{VI}$$

$$\frac{\partial H_{1i}}{\partial q_3} = \frac{\partial H_{1,\,i+1}}{\partial q_3}. \tag{I}$$

Условия в форме (VIII), (IX) использованы автором в работе [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Mayer, Resonant frequencies of the nosed-in cavity, J. Appl. Phys., 1946, 12, 1046.
2. Л. Н. Дерюгин, Расчет критической частоты *П*- и *Н*-волноводов, Радиотехника, 1948, **3**, 6, 49.
3. Н. Н. Малов, Приближенный расчет критической волны *Т*-образного волновода, Уч. зап. Моск. гор. пед. ин-та им. В. И. Ленина, 1954, 88, 33.
4. А. Я. Яшкин, Новый метод приближенного расчета волноводов со сложной формой поперечного сечения, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 6, 831.
5. А. Я. Яшкин, Об одном методе расчета волноводов треугольного и трапецевидного сечения, Радиотехника, 1958, **13**, 10, 3.
6. А. Г. Гуревич, Полые резонаторы и волноводы, Изд. Советское радио, 19
7. Г. В. Кисунько, Электродинамика полых систем, Изд. ВКАС, 1949.
8. Б. А. Введенский, А. Г. Аренберг, Радиоволноводы, ГТИ, 19
9. Д. А. Стрэттон, Теория электромагнетизма, перев. с англ., ГТИ, 1948.
10. А. Я. Яшкин, О продольных волнах в прямых волноводах ступенчатого сечения, Изв. вузов МВО СССР (Радиотехника), 1961, 2.
11. Справочник по волноводам, Изд. Советское радио, 1952.

Поступила в редакцию
19 IV 1960

О КОЭФФИЦИЕНТЕ СВЯЗИ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ И ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМОЙ В ПРИБОРЕ СВЧ С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В ПОПЕРЕЧНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Л. Н. Лошаков

Дано пояснение физической картины работы волноводной модели электронного прибора СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении, дополняющее теорию, изложенную в предыдущей статье автора [1].

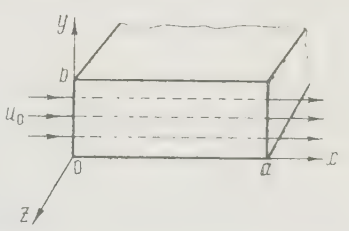
В статье [1] описаны результаты расчета процесса взаимодействия электронного потока с полем электромагнитной волны в волноводной модели электронного прибора СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении (ось движения электронов в направлении, перпендикулярном потоку мощности в волноводе).

В связи с новизной вопроса и предварительным характером указанного расчета интересно более детально рассмотреть задачу и, в особенности, сопоставить введенный в [1] коэффициент связи с известным коэффициентом связи обычной лампы бегущей волны с взаимодействием в продольном направлении.

В дальнейшем изучаемый прибор будем называть лампой с поперечным взаимодействием.

В работе [1] для коэффициента связи между электронным потоком и волной K_c в лампе с поперечным взаимодействием получено выражение

$$K_c = \frac{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}}{\frac{m^2\pi^2}{a^2}}, \qquad (1)$$



где $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ — фазовая постоянная среды (ε, μ — параметры среды, ω — круговая частота) и $m\pi/a$ — фазовая постоянная невозмущенной пучком волны в замедляющей системе, бегущей в направлении возможного движения электронов (вдоль оси x, см. рисунок).

Учитывая, что рабочей волной в волноводной модели лампы с поперечным взаимодействием является волна типа LM_{mn}, у которой отсутствует составляющая магнитного поля в направлении движения электронов (H_{0x}), можем описать поле в волноводе в отсутствие электронного пучка при помощи известных выражений [2]

$$E_{0x} = A\cos\frac{m\pi}{a}\,x\sin\frac{n\pi}{b}\,y\,e^{j(\omega t-\beta_0 z)}, \qquad (2)$$

$$E_{0y} = -\frac{\frac{m\pi}{a}\frac{n\pi}{b}}{k^2-\frac{m^2\pi^2}{a^2}}A\sin\frac{m\pi}{a}\,x\cos\frac{n\pi}{b}\,y\,e^{j(\omega t-\beta_0 z)}, \qquad (3)$$

$$E_{0z} = \frac{j\beta_0\frac{m\pi}{a}}{k^2-\frac{m^2\pi^2}{a^2}}A\sin\frac{m\pi}{a}\,x\sin\frac{n\pi}{b}\,y\,e^{j(\omega t-\beta_0 z)}, \qquad (4)$$

$$H_{0y} = \frac{\omega\varepsilon\beta_0}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} A \cos\frac{m\pi}{a}\, x \sin\frac{n\pi}{b}\, y\, e^{j(\omega t - \beta_0 z)},$$

$$H_{0z} = -j \frac{\omega\varepsilon \frac{n\pi}{b}}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} A \cos\frac{m\pi}{a}\, x \cos\frac{n\pi}{b}\, y\, e^{j(\omega t - \beta_0 z)},$$

$m = 1, 2, 3, \ldots; \; n = 1, 2, 3, \ldots .$

В формулах (2) — (6) применены обозначения: a, b — поперечн размеры волновода; β_0 — фазовая постоянная вдоль его продольной ((z), т. е. в направлении потока мощности. Фазовая постоянная β_0 связа с фазовыми постоянными вдоль осей x и y известным соотношением

$$\beta_0^2 = k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}.$$

Согласно концепции Бриллюэна волноводная волна LM_{mn} образуется результате суперпозиции однородных поперечных волн, распространя щихся по четырем пересекающимся направлениям.

Поперечная волна, распространяющаяся в сторону возрастания ко динат x, y, z, которая может взаимодействовать с электронным потоко направленным по оси x, содержит составляющие полей, определяем формулами

$$E_{01x} = j\frac{A}{4} e^{j\omega t - jk(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)},$$

$$E_{01y} = -j \frac{\frac{m\pi}{a}\frac{n\pi}{b}}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} \frac{A}{4} e^{j\omega t - jk(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)},$$

$$E_{01z} = -j \frac{\beta_0 \frac{m\pi}{a}}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} \frac{A}{4} e^{j\omega t - jk(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)},$$

$$H_{01y} = j \frac{\omega\varepsilon\beta_0}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} \frac{A}{4} e^{j\omega t - jk(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)},$$

$$H_{01z} = -j \frac{\omega\varepsilon \frac{n\pi}{b}}{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}} \frac{A}{4} e^{j\omega t - jk(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)},$$

причем направляющие косинусы вектора распространения равны

$$\cos\alpha = \frac{m\pi}{ak}; \quad \cos\beta = \frac{n\pi}{bk}; \quad \cos\gamma = \frac{\sqrt{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}}}{k} = \frac{\beta_0}{k}.$$

Для рассматриваемой поперечной волны отношение электрическо поля E_{01} к магнитному полю H_{01} равно волновому сопротивлению сре

$$\frac{|E_{01}|}{|H_{01}|} = \frac{\sqrt{|E_{01x}|^2 + |E_{01y}|^2 + |E_{01z}|^2}}{\sqrt{|H_{01y}|^2 + |H_{01z}|^2}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

величина вектора Умова—Пойнтинга равна

$$\Pi_{01} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,|E_{01}|^2. \tag{15}$$

кроме того, угол α_1, образуемый вектором $\vec{E}_{01}$ с осью x, определяется ражением

$$\cos^2\alpha_1 = \frac{|E_{01x}|^2}{|E_{01}|^2} = \sin^2\alpha. \tag{16}$$

а основании приведенных формул (1), (7), (13), (15) и (16) для коэффициента связи лампы с поперечным взаимодействием можно получить скомое выражение

$$K_c = \frac{k^2}{\frac{m^2\pi^2}{a^2}}\sin^2\alpha = \frac{\omega\varepsilon\,|E_{01}|^2\cos^2\alpha_1}{2\,\frac{m\pi}{a}\,\Pi_{01}\cos\alpha}, \tag{17}$$

ричем $m\pi/a = k\cos\alpha$.

Формула (17) позволяет описать физическую картину работы лампы и становить аналогию между лампой с поперечным взаимодействием и лампой бегущей волны.

Из формулы (17) следует, что усиление поля в лампе с поперечным заимодействием можно рассматривать как следствие взаимодействия электронного потока с парциальной (бриллюэновской) волной, распространяющейся под некоторым углом к направлению движения электронов.

При помощи расчета, подобного изложенному выше, можно легко показать, что для коэффициента связи рассмотренной ранее [3] волноводной одели обычной лампы бегущей волны с взаимодействием в продольном аправлении (в направлении потока мощности в волноводе) справедливо ыражение

$$K_{c\,\text{ЛБВ}} = \frac{k^2 - \beta_0^2}{\beta_0^2} = \frac{\omega\varepsilon\,|E_{01}|^2\cos^2\gamma_1}{2\beta_0\Pi_{01}\cos\gamma}. \tag{18}$$

При выводе формулы (18) сохранены принятые выше обозначения и через γ обозначен угол между направлением вектора электрического поля $\vec{E}_{01}$) бриллюэновской волны и осью z.

Сопоставление выражений (17) и (18) показывает общность механизма заимодействия в лампе с поперечным взаимодействием и лампе бегущей олны.

Изложенный в настоящей статье результат можно также рассматривать ак обобщение выражения для K_c на случай взаимодействия электронного пучка и бегущей волны, движущихся по несовпадающим направлениям.

В заключение отметим, что в случае волноводной модели лампы с поперечным взаимодействием принятое в статье [1] значение коэффициента епрессии поля объемного заряда Γ, равное единице, можно обосновать овпадением волновых уравнений для полного поля E_x, вихревой части того поля $E_x^{\text{в}}$ и переменной составляющей плотности тока i_1. Укажем акже, что приведенные в статье [1] значения $\eta_{\text{опт}}$ получены при $MK_c = \text{const}$.

ЛИТЕРАТУРА

. Л. Н. Лошаков, К теории электронного прибора СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 9, 1448.
. Б. А. Введенский, А. Г. Аренберг, Радиоволноводы, ч. I, ОГИЗ, 1946, стр. 60—61.
. Л. Н. Лошаков, Приближенный расчет постоянных распространения в линиях передачи при наличии электронного пучка, ЖТФ, 1956, 26, 4, 809.

Поступила в редакцию
17 X 1960

О ДВИЖЕНИИ ПЛАЗМЫ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ*

А. К. Мусин

Рассмотрены некоторые специальные случаи движения плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях в стационарном и нестационарном режимах с учетом вязкостей. Получены удобные для анализа и расчетов формулы и построены графики зависимости скорости движения от величины внешнего магнитного поля. Обсуждено явление «индукционного насыщения» скорости движения в сильном магнитном поле.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросам движения плазмы во внешних полях в последние годы уде ляется большое внимание в связи с различными проблемами теоретиче ской и технической физики [1]. В частности, неоднократно обсуждалас возможность использования «холодной» ($T \simeq 10$ °K) движущейся плазм для создания термоэлектронных преобразователей энергии, магнитоги родинамических генераторов, приборов микроволновой техники — ген раторов, фазовращающих и фазосдвигающих устройств [2].

Рассмотрим движение вязкой проводящей среды в магнитном поле пр наличии плоского токового слоя, созданного внешним электрическим по лем, и выясним некоторые особенности ее движения в стационарном нестационарном случаях. Будем предполагать при этом, что физически свойства движущейся среды остаются постоянными во все время движе ния и выполняются условия применимости уравнений магнитной гидро динамики **.

Уравнения импульсов и магнитной индукции запишем в симметрично форме:

$$\vec{u}_t + w_\alpha \vec{u}_{x_\alpha} + \vec{e}_\alpha \Phi_{x_\alpha} = (a\vec{u} + b\vec{w})_{x_\alpha x_\alpha}, \qquad (1$$

$$\vec{w}_t + u_\alpha \vec{w}_{x_\alpha} + \vec{e}_\alpha \Phi_{x_\alpha} = (a\vec{w} + b\vec{u})_{x_\alpha x_\alpha},$$

где введены обозначения [3]:

$$\vec{u} = \vec{v} + \frac{\vec{H}}{\sqrt{4\pi\rho}}; \qquad \Phi = \frac{p}{\rho} + (\vec{u} - \vec{w})^2/8;$$

$$\vec{w} = \vec{v} - \frac{\vec{H}}{\sqrt{4\pi\rho}}; \qquad 2a = \nu + \nu_m; \qquad 2b = \nu - \nu_m; \qquad (2$$

---

* Часть результатов этой работы доложена на 2-й Всесоюзной конференции по теоретической и прикладной магнитной гидродинамике (Рига, июнь 1960 г.).

** Как известно, условием применимости гидродинамического приближения является требование $\lambda \ll R$, т. е. длина среднего свободного пролета частиц должна быть во много раз меньше характерного размера задачи R. Для плазмы в сильном магнитном поле имеется вторая характерная длина r_L — ларморов радиус. При $r_L \ll R$ магнитогидродинамические уравнения справедливы, если частоты изменения внешних полей значительно меньше характерных частот (плазменной $\omega_0 = \sqrt{4\pi e_0^2 n/M}$ и ларморовой $\omega_L = e_0 H/Mc_0$).

$\vec{e}_\alpha$ — единичные векторы по осям x_α; $\alpha = 1, 2, 3$; остальные обозначения в уравнениях (1) и (2) — обычные *. Физический смысл функций $\vec{u}(t, x_\alpha)$ и $\vec{w}(t, x_\alpha)$ состоит в том, что в системе координат, связанной с движущейся средой, вводятся в рассмотрение две магнитогидродинамические волны, распространяющиеся в противоположные стороны с равными по модулю скоростями $\vec{v}_A = \pm \vec{H}/\sqrt{4\pi\rho}$. Так как возмущения в проводящей среде с постоянными физическими свойствами распространяются со скоростями, не превышающими $2\vec{v}_A$, эти волны не взаимодействуют друг с другом. В стационарном случае это приводит к тому, что задача интеграции совместной системы уравнений сводится к интеграции нескольких независимых уравнений. В нестационарном случае при некоторых частных предположениях задача также облегчается.

1. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ ТОКОВЫМ СЛОЕМ

Пусть вязкий проводящий газ движется вдоль оси x_1 между непроводящими плоскостями $x_3 = \pm R$; внешнее однородное магнитное поле направлено по оси x_3; направление внешнего электрического поля совпадает с осью x_2, так что в направлении x_2 течет постоянный ток в токовом слое с линейной плотностью тока $\vec{j}_0$. Силовые линии поперечного магнитного поля увлекаются движением проводящего газа, и в результате появляется продольное магнитное поле $\vec{H}_1 \parallel x_1$. При этом все величины, за возможным исключением полного давления $p^* = \rho\Phi = p + (H_2^2 + H_1^2)/8\pi$, не зависят от x_1, и выполняются условия

$$\begin{gathered} u_2 = w_2 = 0,\ u_3 = -w_3 = H_3/\sqrt{4\pi\rho}, \\ u_1 = u_1(x_3),\ w_1 = w_1(x_3),\ w_3 = w_3(x_3),\ u_3 = u_3(x_3),\ \Phi_{x_1} = \Phi_{x_1}(x_1). \end{gathered} \tag{3}$$

Из уравнения неразрывности $(\rho v_\alpha)_{x_\alpha} = 0$, уравнения состояния для совершенного газа $p = R\rho T$ и условия соленоидальности магнитного поля $H_{\alpha x_\alpha} = 0$ находим

$$\rho = \text{const},\ \Phi_{x_1} = \text{const},\ u_3 = \text{const},\ w_3 = \text{const}. \tag{4}$$

Из общих уравнений (1) и условий (3) для поставленной задачи получаем

$$\begin{aligned} \alpha u_{1x_3x_3} + H_3 u_{1x_3} &= \Phi_{x_1}\beta, \\ \alpha w_{1x_3x_3} - H_3 w_{1x_3} &= \Phi_{x_1}\beta. \end{aligned} \tag{5}$$

Для удобства записи здесь использованы обозначения, несколько отличающиеся от (2):

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 + H_1\sqrt{\nu_m/4\pi\rho\nu};\ \alpha = \sqrt{4\pi\rho\nu\nu_m}; \\ w_1 &= v_1 - H_1\sqrt{\nu_m/4\pi\rho\nu};\ \beta = \sqrt{4\pi\rho\nu_m/\nu}. \end{aligned} \tag{6}$$

В силу непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля в отсутствие поверхностных токов и из-за прилипания вязкого газа к граничным поверхностям имеем

$$u_1|_{x_3=R} = -u_1|_{x_3=-R} = -w_1|_{x_3=R} = w_1|_{x_3=-R} = \frac{2\pi j_0\sqrt{4\pi\rho\nu}}{c_0\sqrt{\nu_m}}. \tag{7}$$

---

* Здесь и в дальнейшем для сокращения записи производные обозначаются соответствующими индексами и по повторяющимся индексам ведется суммирование (например, $u_\alpha \vec{w}_{x_\alpha} = \sum_{\alpha=1}^{3} u_\alpha (\partial\vec{w}/\partial x_\alpha)$).

Приспособив решение системы (5) к условиям (7) и перейдя к величинам $v_1(x_3)$ и $H_1(x_3)$, получим

$$v_1(x_3) = \sqrt{\frac{4\pi\nu_m}{\rho\nu}}\left(\frac{j_0}{c_0} - \frac{2Rp^*_{x_1}}{H_3}\right)\frac{\operatorname{sh} L(R+x_3)\operatorname{sh} L(R-x_3)}{\operatorname{sh} L_1},$$

$$H_1(x_3) = \frac{2j_0\pi}{c_0}\left(1 - \frac{\operatorname{sh} L(R-x_3)\operatorname{ch} L(R+x_3)}{\operatorname{sh} L_1}\right) - \frac{4\pi p^*_{x_1}}{H_3}\left(1 - \frac{\operatorname{sh} L(R-x_3)\operatorname{ch} L(R+x_3)}{\operatorname{sh} L_1} - \frac{x_3}{R}\right). \quad (8)$$

Здесь $L = H_3/4\sqrt{\pi\nu_m\nu\rho}$; $L_1 = H_3R/2\sqrt{\pi\nu_m\rho\nu}$.

Рассмотрим два специальных случая: (p) — внешнее электрическое поле $\vec{E}_2 = 0$, $p^*_{x_1} \neq 0$; (m) — давление газа всюду постоянно, т. е. $p^*_{x_1} = 0$, но $\vec{E}_2 \neq 0$.

В случае (p) полный ток в направлении оси x_2 оказывается равным нулю, и первые члены в (8) пропадают. В этом случае движение газа обусловлено градиентом полного давления $p^*_{x_1}$, и выражения для скорости $v_1^{(p)}(x_3)$ и магнитного поля $H_1^{(p)}(x_3)$, получающиеся из (8), являются решением задачи [4].

В случае (m) полное давление $p^* = p + (H_3^2 + H_1^2)/8\pi = \text{const}$, в (8) исчезают последние члены, и для скорости $v_1^{(m)}(x_3)$ и магнитного поля $H_1^{(m)}(x_3)$ имеем

$$v_1^{(m)}(x_3) = \sqrt{\frac{\pi\nu_m}{\rho\nu}}\frac{j_0}{c_0 \operatorname{sh} L_1}\left(\operatorname{ch} L_1 - \operatorname{ch} L_1\frac{x_3}{R}\right),$$

$$H_1^{(m)}(x_3) = \frac{2\pi j_0}{c_0}\left(1 - \frac{\operatorname{sh} L(R-x_3)\operatorname{ch} L(R+x_3)}{\operatorname{sh} L_1}\right). \quad (9)$$

В этом случае движение газа целиком определяется плотностью тока в токовом слое. Для скорости движения газа в плоскости $x_3 = 0$ $(v_{10}^{(m)})$ средней по сечению скорости $\bar{v}_1^{(m)}$ соответственно получаем

$$v_{10}^{(m)} = \sqrt{\frac{\pi\nu_m}{\rho\nu}}\frac{j_0}{c_0}\operatorname{th}\frac{L_1}{2}, \quad \bar{v}_1^{(m)} = \frac{2\pi\nu_m j_0}{c_0 H_3 R}(L_1 \operatorname{cth} L_1 - 1). \quad (10)$$

Критерием степени влияния внешнего магнитного поля на движение газа является число $L_1 = H_3R/\sqrt{4\pi\nu_m\nu\rho}$. При $L_1 \ll 1$ (слабые магнитные поля и тяжелые вязкие газы с низкой проводимостью) скорости движения в случаях (m) и (p) имеют вид

$$v_1^{(m)} \simeq \frac{H_3 j_0 R}{4\nu\rho c_0}\left(1 - \frac{x_3^2}{R^2}\right), \quad \bar{v}_1^{(m)} \simeq \frac{j_0 H_3 R}{6\rho\nu c_0} = \frac{3}{2}v_{10}^{(m)},$$

$$v_1^{(p)} \simeq \frac{R^2 p^*_{x_1}}{2\rho\nu}\left(\frac{x_3^2}{R^2} - 1\right), \quad \bar{v}_1^{(p)} \simeq -\frac{R^2 p^*_{x_1}}{3\rho\nu} = \frac{3}{2}v_{10}^{(p)}. \quad (11)$$

Здесь динамическая вязкость преобладает над индукционным торможением, и профили скоростей, как и в немагнитной гидродинамике, параболические. Величина $v_1^{(m)}$ пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля H_3, а $v_1^{(p)}$ от магнитного поля не зависит. При $L_1 \gg$ (большие магнитные поля и легкие сильно ионизованные газы) для

$v_1^{(m)}$ и $v_1^{(p)}$ имеем

$$v_1^{(m)} \simeq j_0 \sqrt{\frac{\overline{\pi\nu}_m}{\rho\nu c_0^2}} \left\{1 - \exp\left[L_1\left(\frac{|x_3|}{R} - 1\right)\right]\right\}, \quad \bar{v}_1^{(m)} \simeq \frac{2\pi\nu_m j_0 (L_1 - 1)}{c_0 R H_3} \simeq v_{10}^{(m)},$$

$$v_1^{(p)} \simeq -\frac{R p_{x_1}^*}{H_3} \sqrt{\frac{\overline{4\pi\nu}_m}{\rho\nu}} \left\{1 - \exp\left[L_1\left(\frac{|x_3|}{R} - 1\right)\right]\right\}, \quad \bar{v}_1^{(p)} \simeq -\frac{4\pi\nu_m p_{x_1}^* (L_1 - 1)}{H_3^2} \simeq v_{10}^{(p)}, \tag{12}$$

т. е. $v_1^{(p)}$ уменьшается с ростом внешнего магнитного поля $\vec{H}_3$, а $v_1^{(m)}$ перестает зависеть от $\vec{H}_3$ и достигает насыщения. В этом случае вязкость не играет существенной роли, за исключением тонкого слоя у

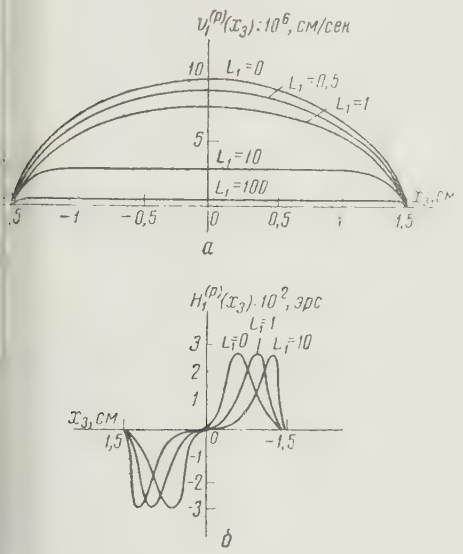


Рис. 1

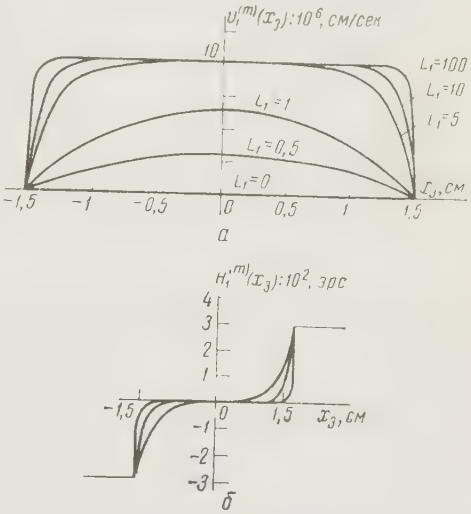


Рис. 2

тенок, и профиль скоростей сильно сглаживается вследствие индукционного торможения. Вместо обычного параболического профиля скоростей осуществляется профиль с почти плоской центральной частью и резким уменьшением скорости вблизи граничных поверхностей. Это связано с тем, что электромагнитная сила $\vec{f}_H$ взаимодействия индукционных токов с внешним магнитным полем оказывается пропорциональной величине $\bar{v}_1 - v_1$ и при $v_1 < \bar{v}_1$ $\vec{f}_H > 0$, а при $v_1 > \bar{v}_1$ $\vec{f}_H < 0$. Поэтому сила $\vec{f}_H$ ускоряет частицы газа, движущиеся со скоростью $v_1 < \bar{v}_1$, и замедляет те частицы, для которых $v_1 > \bar{v}_1$. На рис. 1 и 2 изображены функции $\vec{v}_1(x_3)$ и $\vec{H}_1(x_3)$ для случаев (m) и (p).

2. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОВЫМ СЛОЕМ

Пусть теперь параллельно оси x_2 действует переменное электрическое поле $\vec{E}(t)$ так, что в рассматриваемом пространстве протекает переменный ток в плоском токовом слое с величиной тока на единицу длины в направлении оси x_1

$$\vec{j}(t) = \vec{j}_0 \exp i(\omega t + \varphi). \tag{13}$$

По-прежнему магнитное поле направлено по оси x_3; движение происходит вдоль оси x_1 и ограничено плоскостями $x_3 = \pm R$.

Проектируя уравнения (1) на ось x_1, получаем основную параболическую систему уравнений для нестационарной задачи:

$$u_{1t} + w_3 u_{1x_3} + \Phi_{x_1} = a u_{1x_3x_3} + b w_{1x_3x_3},$$
$$w_{1t} + u_3 w_{1x_3} + \Phi_{x_1} = a w_{1x_3x_3} + b u_{1x_3x_3}. \qquad (1$$

Пусть при $t \leqslant 0$ электрическое поле отсутствует и движение происходит только под действием постоянного градиента давления $\partial p^*/\partial x_1 = \text{const} \neq 0$, т. е.

$$u_1(t, x_3)|_{t=0} = \tilde{u}_1(x_3), \quad w_1(t, x_3)|_{t=0} = \tilde{w}_1(x_3). \qquad (1$$

Здесь $\tilde{u}_1(x_3)$ и $\tilde{w}_1(x_3)$ являются стационарным решением системы (1 в случае отсутствия токового слоя и получаются из формул (8) при $j_0 = 0$. В качестве граничных условий аналогично (7) запишем

$$u_1(t, x_3)|_{x_3=R} = -u_1(t, x_3)|_{x_3=-R} = -w_1(t, x_3)|_{x_3=R} =$$
$$= w_1(t, x_3)|_{x_3=-R} = \frac{h_0(t)}{\sqrt{4\pi\rho}}, \qquad (16$$

где $h_0(t) = (2\pi/c_0) j_0 \exp i(\omega t + \varphi)$. При помощи операторного равенства [7]

$$s^n u - \{u^{(n)}(\lambda)\} = \sum_{m=1}^{n} s^{m-1} \{u^{(n-m)}(0)\}; \quad m = 1, \ldots, n, \qquad (17$$

где s — оператор дифференцирования по переменной λ, уравнения (1 можно свести к алгебраической системе

$$u(k + w_3 s - as^2) + wbs^2 = \Phi_1(s, k),$$
$$ubs^2 + w(k + u_3 s - as^2) = \Phi_2(s, k),$$
$$\Phi_1(s, k) = -\frac{\Phi_{x_1}}{sk} + u_0 + u^0(w_3 - as) - au^0_{x_3} - w^0 bs - bw^0_{x_3}, \qquad (1$$
$$\Phi_2(s, k) = -\frac{\Phi_{x_1}}{sk} + w_0 + w^0(u_3 - as) - aw^0_{x_3} - bsu^0 - bu^0_{x_3}.$$

Здесь k и s — операторы дифференцирования соответственно по переменным t и x_3; величины u_0 и w_0 означают начальные операторные значения функций $u_1(t, x_3)$ и $w_1(t, x_3)$ по переменной t, а величины u^0, w^0, $u^0_{x_3}$, $w^0_{x_3}$ играют роль начальных операторных значений соответствующих функций по переменной x_3. При определении этих величин, помимо условий (16), которые после однократного применения формулы (1 примут вид

$$u(x_3)|_{x_3=R} = -u(x_3)|_{x_3=-R} = -w(x_3)|_{x_3=R} = w(x_3)|_{x_3=-R} = \frac{h(k)}{\sqrt{4\pi\rho}}, \qquad (1$$

где $h(k) = 2\pi j_0 \exp i\left(\varphi + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{k}\right) / c_0 (\omega^2 + k^2)^{1/2}$, удобно ввести для упрощения вычислений дополнительные соотношения, вытекающие в силу известных теорем анализа из симметрии задачи и условий (19):

$$(u_{x_3} + w_{x_3})|_{x_3=0} = (u - w)|_{x_3=0} = 0. \qquad (2$$

Представив решение системы (18) в виде дробно-рациональной функции относительно оператора s и разложив решение (18) на простые дроби при помощи формул [5]

$$\frac{s-p}{(s-p)^2 - b^2} = \{e^{px_3} \operatorname{ch} bx_3\}, \quad \frac{1}{s-p} = \{e^{px_3}\} \qquad (2$$

получим решение системы (14), выраженное через операторные функции $u(x_3) = \{u_1(t, x_3)\}$ и $w(x_3) = \{w_1(t, x_3)\}$. Приспособив это решение

условиям (19) и (20), после простых преобразований получим выражения для операторных функций $v(x_3, k)$ и $H(x_3, k)$:

$$v(x_3, k) = M_2 + M_1 \operatorname{ch} 2Lx_3 + (p_1 G_3 \operatorname{ch} p_1 x_3 - p_3 G_1 \operatorname{ch} p_3 x_3)/A p_1 p_3 B(k),$$

$$H(x_3, k) = \{[(k - \nu p_1^2) G_3 \operatorname{sh} p_1 x_3 - (k - \nu p_3^2) G_1 \operatorname{sh} p_3 x_3]/A^2 p_1 p_3 B(k)\} +$$

$$+ (v_A^2/\lambda \sqrt{4\pi\rho}) \left[M_3 + M_1 \left(k - \frac{v_A^2}{\nu_m} \right) \right] \operatorname{sh} 2Lx_3 + (M_4 + kM_2)(x_3/A). \quad (22)$$

Здесь приняты обозначения:

$$G_i(k) = A p_i (b_0 + h(k)) \operatorname{ch} R p_i + (k - \nu p_i^2)(M_2 + M_1 \operatorname{ch} L_1) \operatorname{sh} R p_i; \; i = 1, 3;$$

$$p_{1,3}(k) = (\sqrt{2ak + v_A^2 + 2|k|\lambda} \pm \sqrt{2ak + v_A^2 - 2|k|\lambda})/\lambda;$$

$$b_0(k) = (v_A^2/\lambda \sqrt{4\pi\rho}) \left[M_3 + M_1 \left(k - \frac{v_A^2}{\nu_m} \right) \right] \operatorname{sh} L_1 - [R(M_4 + kM_2)/A];$$

$$B(k) = [(k - \nu p_1^2) \operatorname{sh} R p_1 \operatorname{ch} R p_3 / A p_1] - (k - \nu p_3^2) \operatorname{sh} R p_3 \operatorname{ch} R p_1 / A p_3;$$

$$M_1 = p^*_{x_1} \left[(L/\lambda^2 \rho) + \alpha_3 \left(k - \frac{v_A^2}{\nu_m} \right) / \lambda^2 \right] / [(2L)^4 + \alpha_1 (2L)^2 + \alpha_2];$$

$$M_2 = (-p^*_{x_1} \alpha_3 \operatorname{ch} L_1)/\alpha_2; \; M_3 = -p^*_{x_1} \alpha_3; \; M_4 = (p^*_{x_1 0}/\rho k) + p^*_{x_1} \alpha_3 \operatorname{ch} L_1;$$

$$\alpha_1 = -(2ak + v_A^2)/\lambda^2; \; \alpha_2 = (k/\lambda)^2; \; \alpha_3 = 2R \sqrt{\pi \nu_m}/H_3 \sqrt{\rho\nu} \operatorname{sh} L_1;$$

$$A = H_3/4\pi\rho; \; \lambda^2 = \nu\nu_m; \; v_A^2 = H_3^2/4\pi\rho; \; 2a = \nu + \nu_m.$$

От представления решения в форме операторных функций $v(x_3,k)$, $H(x_3, k)$ можно теперь перейти к решению в символах классического анализа в форме начальных функций $v_1(t,x_3)$, $H_1(t, x_3)$, воспользовавшись формулами типа (21). Однако в общем случае получаемые формулы довольно сложны, и при анализе лучше всего непосредственно пользоваться более прозрачным операторным решением (22). В зависимости от характера активных движущих сил и от условий движения из общего решения (22) можно выделить некоторые специальные случаи. Ниже мы рассмотрим движение при двух частных предположениях. Остальные случаи могут быть рассмотрены аналогично.

а) Пусть внешнее электрическое поле равно нулю, токового слоя нет. В момент $t = 0$ возникает постоянный и однородный градиент давления p_{x_0}, равный нулю при $t < 0$ ($p^*_{x_1} = 0$). В этом случае активные электромагнитные силы отсутствуют, и движение происходит только под действием гидродинамических сил давления *. В этих условиях

$$M_1 = M_2 = M_3 = 0, \; M_4 = p^*_{x_1 0}/\rho k, \; b_0(k) = -R p^*_{x_1 0}/A\rho k, \; h(k) = 0, \; G_i = A p_i b_0 \operatorname{ch} R p_i, \; i = 1, 3.$$

Выражения (22) упрощаются и приводятся к виду

$$v(x_3, k) = N_1(k)\, p_1 p_3 (\operatorname{ch} p_3 R \operatorname{ch} p_1 x_3 - \operatorname{ch} R p_1 \operatorname{ch} p_3 x_3)/D_1(k), \quad (23)$$

$$H(x_3, k) = (N_2(k)/D_1(k)) \left[p_3 (k - \nu p_1^2) \operatorname{ch} R p_3 \operatorname{sh} p_1 x_3 - p_1 (k - \nu p_3^2) \operatorname{ch} R p_1 \operatorname{sh} p_3 x_3 - D_1(k) \frac{x_3}{R} \right],$$

где

$$D_1(k) = p_3 (k - \nu p_1^2) \operatorname{sh} R p_1 \operatorname{ch} R p_3 - p_1 (k - \nu p_3^2) \operatorname{sh} p_3 R \operatorname{ch} R p_1;$$

$$N_1(k) = -R p^*_{x_1 0}/\rho k; \qquad N_2(k) = -4\pi R p^*_{x_1 0}/k H_3.$$

* Такая задача рассматривалась в [6] и, с учетом индукционных токов в граничных поверхностях, в [7].

Формулы (23) являются операторным решением поставленной задач
В рассматриваемом случае роль внешнего магнитного поля сводится к и
ведению индукционных токов в движущейся проводящей среде, и в резул
тате индукционного торможения скорость движения во внешнем магнитно
поле ниже, чем в отсутствие магнитного поля; с ростом магнитного по
она уменьшается. Магнитное поле при этом выравнивает профиль скорос
аналогично тому, как это имеет место при стационарном движении (с
рис. 1).

б) Пусть теперь градиент полного давления равен нулю и в (19) q
В этом случае движение происходит только под действием электромагни
ных сил взаимодействия внешнего магнитного поля с токовым слоем, обу
ловленным внешним переменным электрическим полем. При этом M_i
$= b_0 = 0$ $(j = 1, 2, 3, 4)$, $G_i = Ap_i h(k)\mathrm{ch}Rp_i$ $(i = 1,3)$, $h(k) = 2\pi j_0$
$\omega/c_0(k^2 + \omega^2)^{1/2}$, и из общего решения (22) получаем операторное р
шение поставленной задачи в виде

$$v(x_3) = F_1 p_1 p_3 (\mathrm{ch}\, Rp_1 \,\mathrm{ch}\, p_3 x_3 - \mathrm{ch}\, Rp_3 \,\mathrm{ch}\, p_1 x_3)/D_2(k); \qquad (2$$

$$H(x_3) = F_2 [p_1 (k - \nu p_3^2) \,\mathrm{ch}\, Rp_1 \,\mathrm{sh}\, p_3 x_3 - p_3 (k - \nu p_1^2) \,\mathrm{ch}\, Rp_3 \,\mathrm{sh}\, p_1 x_3]/D_2(k),$$

где

$$D_2(k) = D_1(k)(k^2 + \omega^2); \quad F_1 = j_0 \omega H_3/2c_0\rho; \quad F_2 = 2\pi j_0 \omega/c_0.$$

От операторных функций $v(x_3)$ и $H(x_3)$ при помощи известных теоре
контурного интегрирования (см., например, [8]) перейдем к начальны
функциям $v_1(t, x_3)$ и $H_1(t, x_3)$:

$$v_1(t, x_3) = \left\{\frac{F_1 \exp(kt)\, p_1 p_3}{\partial D_2/\partial k} (\mathrm{ch}\, p_1 R \,\mathrm{ch}\, p_3 x_3 - \mathrm{ch}\, p_3 R \,\mathrm{ch}\, p_1 x_3)\right\}_{k=k_i},$$

$$H_1(t, x_3) = \left\{\frac{F_2 \exp(kt)}{\partial D_2/\partial k} [p_1 (k - \nu p_3^2) \,\mathrm{ch}\, p_1 R \,\mathrm{sh}\, p_3 x_3 - \right. \qquad (2$$

$$\left. - p_3 (k - \nu p_1^2) \,\mathrm{ch}\, p_3 R \,\mathrm{sh}\, p_1 x_3]\right\}_{k=k_i}.$$

Здесь k_i — корни уравнения $D_2(k) = 0$; по i ведется суммирование.

Формулы (25), дающие точное решение поставленной задачи, довольн
сложны. При некоторых предположениях относительно параметров тече
ния их можно упростить. Пусть, например, выполняется неравенст
$\nu\nu \ll c_0^2/4\pi\mu$, т. е. вязкость и проводимость среды не слишком велики и ма
нитная вязкость значительно больше кинематической. Тогда, после соо
ветствующих упрощений, выделив вещественную часть, формулу для ск
рости движения на оси течения $v_{10}(t)$ можно представить в аналитическо
виде:

$$v_{10}(t) = G \frac{[\gamma_1 \mathrm{sh}\gamma_2 + \gamma_2 \sin(R\gamma_2/\sqrt{2}\lambda)] \sin\omega t + [\gamma_1 \sin(R\gamma_2/\lambda\sqrt{2}) - \gamma_2 \mathrm{sh}\gamma_1] \cos\omega t}{\mathrm{ch}\gamma_1 + \cos(R\gamma_2/\lambda\sqrt{2})}, \qquad (2$$

где

$$\gamma_{1,2} = [(H_3^4 + (4\pi\rho\omega\nu_m)^2)^{1/2} \pm H_3^2]^{1/2}/\sqrt{4\pi\rho};$$

$$G = j_0 H_3 \sqrt{2\nu_m/\nu}\,/4\rho c_0 (v_A^4 + (\omega\nu_m)^2)^{1/2}.$$

Формула (26) удобна для расчетов и сохраняет достаточную общност
будучи справедливой при любых значениях магнитного поля и плотност
среды, при которых еще применимы уравнения магнитной гидродинамик

Дальнейшее упрощение возможно, если потребовать, чтобы $(\omega\nu_m/v_A^2)^2 \ll$
и пренебречь в (26) величиной $(\omega\nu_m/v_A^2)^2$ по сравнению с единицей. Это мож

о сделать при достаточно большом внешнем магнитном поле и малых лотностях среды. Тогда для максимальной скорости на оси течения, достигаемой в момент времени $t \simeq \varphi\omega = \pi\omega/2$, получаем удобную для анализа расчета простую формулу, справедливую при достаточно больших внешних магнитных полях:

$$v_0 = \frac{j_0\sqrt{\pi\nu_m}\,(\mathrm{sh}2\delta_1\cos\delta_2 + \sin\delta_2\sin2\delta_3)}{2c_0\sqrt{\rho\nu}\,(\mathrm{sh}^2\delta_1\sin^2\delta_3 + \mathrm{ch}^2\delta_1\cos^2\delta_3)}, \qquad (27)$$

де

$$\delta_1 = Rv_A/2\lambda; \qquad \delta_2 = \omega\nu_m/2v_A^2; \qquad \delta_3 = R\omega\nu_m/4\lambda v_A.$$

На рис. 3 показаны кривые, рассчитанные по формуле (27) для одного значения плотности тока в токовом слое $j_0 = 430$ *а/см* и различных плотностей среды ρ (ρ играет здесь роль параметра). Поведение этих кривых

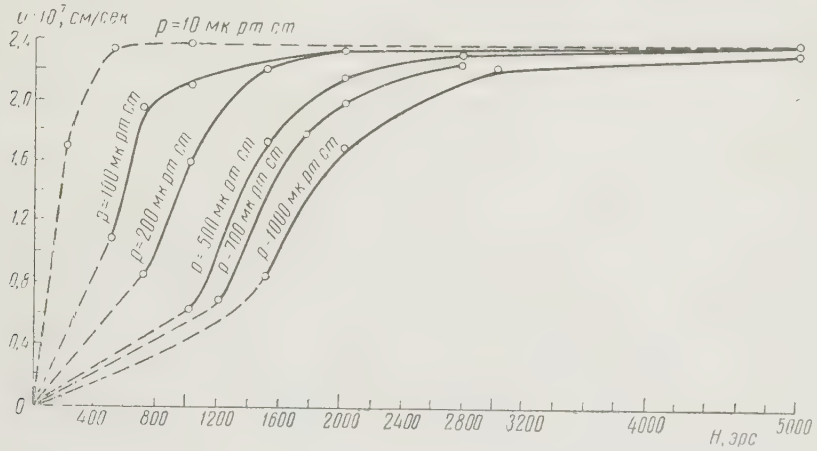


Рис. 3

егко понять, если в (27) пренебречь величиной $\omega\nu_m/v_A^2$ по сравнению с единицей, что можно сделать при столь больших магнитных полях, что выполняется неравенство $\omega\nu_m/v_A^2 \ll 1$. Тогда из (27) получаем для максимальной скорости

$$v_0 = \frac{j_0\sqrt{\pi\nu_m}[\exp(RH_3/2\lambda\sqrt{\pi\rho}) - 1]}{c_0\sqrt{\rho\nu}[\exp(RH_3/2\lambda\sqrt{\pi\rho}) + 1]} = \frac{j_0\sqrt{\pi\nu_m}}{c_0\sqrt{\rho\nu}}\,\mathrm{th}\,\frac{RH_3}{4\lambda\sqrt{\pi\rho}}. \qquad (28)$$

Отсюда видно, что скорость движения с ростом внешнего магнитного поля симптотически стремится к некоторому предельному значению

$$v_{\lim} = j_0\sqrt{\pi\nu_m}/c_0\sqrt{\rho\nu}, \qquad (29)$$

т. е. при больших магнитных полях скорость движения перестает зависеть от магнитного поля — наступает своего рода «насыщение». Насыщение наступает при тем меньших магнитных полях, чем меньше плотность среды. Физический смысл этого явления состоит в том, что с ростом магнитного поля его ускоряющее действие постепенно уравновешивается индукционным торможением в результате взаимодействия внешнего магнитного поля с возрастающими индукционными токами.

При достаточно малых плотностях и медленных изменениях электрического тока $j(t)$ скорость движения перестает зависеть также и от плотности среды. Это объясняется тем, что в этих условиях инерционные члены

малы, и сопротивление движению определяется вязкой диссипацией. Предельная скорость $v_{пр}$ зависит лишь от амплитуды j_0 протекающего через среду электрического тока, проводимости среды σ, динамической вязкости газа $\rho\nu$ и не зависит от плотности среды ρ.

При тех плотностях среды, когда еще не исчезает зависимость скорости движения от плотности, эта зависимость довольно сложна, но приближенно скорость движения изменяется пропорционально $\rho^{-1/2}$. Увеличение линейной плотности тока в токовом слое при прочих равных условиях увеличивает скорость движения.

Из формулы (28) и рис. 3 видно, что предельная скорость достигается тем позже (т. е. при более сильных магнитных полях), чем больше плотность среды ρ. Отсюда ясно, что увеличение магнитного поля сверх значений, при которых наступает насыщение, хотя и не позволяет увеличить скорость движения при неизменном j_0, однако дает возможность привести в движение бо́льшую массу.

Для экспериментальной проверки результатов теории движение плазмы, ускоренной в скрещенных электрическом и магнитном полях, было исследовано экспериментально [9]. Установлено, что скорость движения плазмы растет с увеличением напряженности магнитного поля лишь до известного предела. Другие результаты эксперимента также находятся в качественном согласии с выводами теории [9].

ВЫВОДЫ

1. В отсутствие внешнего электрического поля средняя скорость движения плазмы растет с уменьшением внешнего магнитного поля $|\vec{H}|$ и достигает максимума при $\vec{H} = 0$.

2. При наличии токового слоя, созданного внешним электрическим полем, скорость движения плазмы возрастает с увеличением внешнего магнитного поля и асимптотически стремится к некоторому предельному значению, определяемому линейной плотностью тока j в токовом слое, проводимостью σ и динамической вязкостью плазмы ν (явление индукционного насыщения).

3. При медленных изменениях внешнего электрического поля предельное значение скорости не зависит от плотности плазмы ρ и достигается при тем бо́льших магнитных полях, чем больше ρ.

4. При высоких значениях напряженности магнитного поля скорость, равную предельной, можно сообщить большей массе газа. Основные выводы теории подтверждаются экспериментом.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В. Л. Грановскому за руководство и ценные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Труды 2-й Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1958), Москва, 1959; Труды 2-й Всесоюзной конференции по теоретической и прикладной магнитной гидродинамике (Рига, 1960), Рига, 1961.
2. Зарубежная радиоэлектроника, 1960, 3, 4 (Материалы сессии Института радиоинженеров (Бостон, США), 1959); J. L. Neuringer, J. Fluid Mechanics, 1960, 7, 287.
3. W. M. Elsasser, Phys. Rev., 1950, **79**, 183.
4. J. Hartmann, Def. Kgl. Danske Vidensk. Selskaß, 1937, **15**, 6.
5. Я. Микусинский, Операторное исчисление, ИЛ, 1956.
6. С. А. Регирер, Инженерно-физ. ж., 1959, 8, 43.
7. И. Б. Чекмарев, ЖТФ, 1960, **3**, 338.
8. А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, ГТИ, 1950.
9. Л. С. Ломоносова, В. И. Сербин, Г. Г. Тимофеева, А. К. Мусин, В. Л. Грановский, Исследование движения плазмы, ускоренной в скрещенных электрическом и магнитном полях, Тр. 2-й Всесоюзной конференции по теоретической и прикладной магнитной гидродинамике (Рига, 1960), Рига, 1961.

Поступила в редакцию
15 VIII 1960

ВЛИЯНИЕ ПАРАЗИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДИОДА НА РАБОТУ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ

М. Д. Карасев

Выведены общие уравнения для двухконтурного параметрического усилителя с учетом всех паразитных параметров, в том числе паразитной индуктивности. При малых потерях диода и малой глубине модуляции пульсирующей емкости проведен анализ коэффициента усиления и коэффициента шумов. Показано, что кроме потерь, вносимых диодом на рабочих частотах, образуется дополнительная связь, которая при резонансе на паразитных параметрах диода может сильно изменить режим усилителя.

ВВЕДЕНИЕ

При расчете параметрических усилителей, в которых используется нелинейная реактивность, обычно считается, что реактивный элемент не обладает паразитными параметрами [1, 2, 3]; в крайнем случае учитываются только его потери [4]. В то же время реальный нелинейный реактивный элемент имеет сложную структуру, которую не всегда можно заменить чистой емкостью или индуктивностью.

Используемые в настоящее время диоды изготовляются в арматуре стандартного патрона смесительного диода СВЧ (рис. 1, *а*). Для частот не выше 10^4 *Мгц* конструкцию рис. 1, *а* можно представить в виде эквивалентной схемы с сосредоточенными параметрами, как это сделано на рис. 1, *б* [5]. При подведении к диоду достаточной мощности накачки, значительно превышающей сигнал, можно считать систему линейной с пульсирующей емкостью. Это допущение лежит в основе всех последующих расчетов. Будем считать, что емкость C меняется во времени синусоидально, с частотой накачки ω_0, т. е.

$$C = C_0(1 + m\cos\omega_0 t) \equiv C_0 + \frac{\Delta C}{2}(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}), \qquad (1)$$

где C_0 — среднее значение емкости; m — глубина модуляции; $\Delta C = mC_0$ — амплитуда пульсаций емкости $p-n$-перехода.

Обычно известны $C_{макс}$ — начальная емкость параметрического диода при нулевом смещении и $C_{мин}$ — емкость при наибольшем допустимом обратном смещении.

В этом случае параметры, входящие в (1), будут выражаться так:

$$\left.\begin{aligned} C_0 &= \frac{C_{макс} + C_{мин}}{2}, \\ \Delta C &= \frac{C_{макс} - C_{мин}}{2}, \\ m &= \frac{C_{макс} - C_{мин}}{C_{макс} + C_{мин}}. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

В эквивалентной схеме (рис. 1, *б*) индуктивность $L = 3\cdot10^{-3}$ *мкгн* на частоте 10^4 *Мгц* имеет индуктивное сопротивление $\omega L \simeq 190$ *ом*, а при среднем значении емкости $C_0 = 0{,}2$ *пф* емкостное сопротивление $p-n$-перехода на той же частоте 10^4 *Мгц* будет $(1/\omega C_0) \simeq 80$ *ом*. Отсюда ясно, что

паразитной индуктивностью нельзя пренебрегать на этих частотах, ибо ее сопротивление имеет тот же порядок величин, что и сопротивление емкости перехода.

В линейных электрических схемах с постоянными коэффициентами цепочку из последовательно включенных емкости C и сопротивления (рис. 2, *а*) можно заменить параллельно включенными емкостью C_1 и проводимостью g (рис. 2, *б*). При синусоидальном воздействии в той и другой схемах комплексное сопротивление будет одним и тем же, если

$$g = \frac{R}{R^2 + (1/\omega C)^2},$$

$$\omega C_1 = \frac{1/\omega C}{R^2 + (1/\omega C)^2}.$$

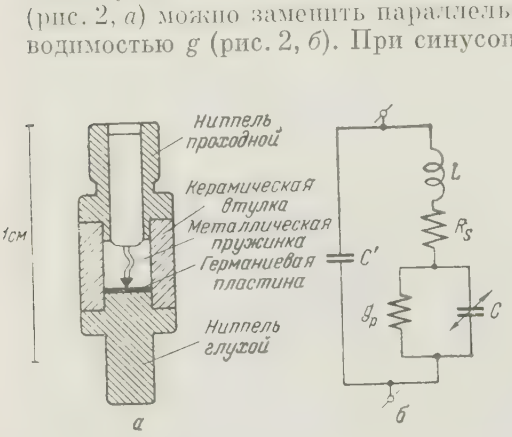


Рис. 1

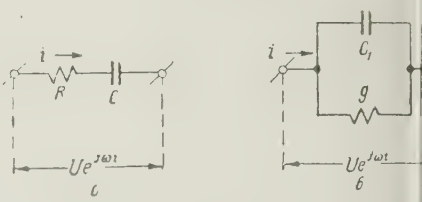


Рис. 2

Если же линейная цепь содержит меняющийся во времени элемент, указанное замещение в общем случае сделать нельзя, ибо характер процессов в схемах, представленных на рис. 2, *а*, *б*, имеет качественные отличия даже при чисто синусоидальном воздействии. Действительно, в схеме рис. 2, *б* под действием гармонического напряжения $Ue^{j\omega t}$ течет ток

$$i = Ie^{j\omega t} + I_+ e^{j(\omega+\omega_0)t} + I_- e^{j(\omega-\omega_0)t},$$

содержащий всего лишь три гармонических составляющих: частоты подводимого напряжения ω и двух его комбинационных частот $\omega \pm \omega_0$ с частотой пульсаций емкости, если она меняется по закону (1). Амплитуды составляющих тока будут соответственно равны

$$I = (g + j\omega C_0)U, \quad I_+ = j(\omega + \omega_0)\frac{1}{2}\Delta CU,$$

$$I_- = j(\omega - \omega_0)\frac{1}{2}\Delta CU.$$

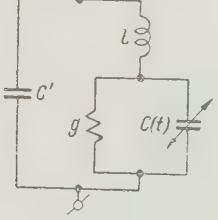


Рис. 3

То же самое напряжение $Ue^{j\omega t}$ вызовет в цепочке рис. 2, *а* бесконечное число гармонических составляющих с комбинационными частотами, содержащими в себе гармоники частоты ω_0. Только при достаточно малых потерях и при достаточно малой глубине модуляции, удовлетворяющих неравенствам

$$\left.\begin{aligned} R_s &\ll \frac{1}{\omega C_0}, \\ g_p &\ll \omega C_0, \\ m &\ll 1, \end{aligned}\right\}$$

можно приближенно представлять последовательную цепочку параллельной схемой замещения, аналогично тому, как это делается в линейных цепях с постоянными элементами. При выполнении неравенств эквивалентную схему, представленную на рис. 1, *б*, можно приближенно заменить схемой, показанной на рис. 3, где

$$g = g_p + R_s(\omega C_0)^2.$$

Часто пренебрегают проводимостью g_p в схеме рис. 1, *б* на высоких частотах, если на диод подано достаточно большое обратное смещение. Потери диода при этом учитывают лишь последовательным сопротивлением базы R_s. По-видимому, такое пренебрежение g_p не совсем правомерно. На высоких частотах сопротивление базы R_s и емкость p — n-перехода мало меняются с частотой, в то же время, как следует из эксперимента, потери p — n-перехода значительно меняются с частотой, и чтобы их аппроксимировать только сопротивлением R_s, приходится полагать R_s меняющимся с частотой. Но на высоких частотах к потерям в проводимости базы прибавляются потери в диэлектрике полупроводника. Эти потери меняются с частотой и локализованы они там, где наиболее интенсивно переменное поле, т. е. в диэлектрике обедненного слоя p — n-перехода. Следовательно, они должны отображаться проводимостью, зависящей от частоты и шунтирующей емкость перехода. Это имеет значение для расчетов, если не выполняются неравенства (5), а также при определении численных величин по формуле (6) с учетом (5), где g_p зависит от частоты.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим эквивалентную схему (рис. 4) двухконтурного параметрического усилителя, у которого элементом связи служит полупроводниковый диод с паразитными параметрами, учтенными в соответствии с рис. 1, *б*. В этой схеме g_c означает проводимость источника гармонического сигнала

$$i_c = I_c e^{j\omega_1 t}. \tag{7}$$

Эквивалентная активная проводимость $g_{к1}$ учитывает потери, а L_1, C_1 — реактивную проводимость входного контура. Соответствующую роль

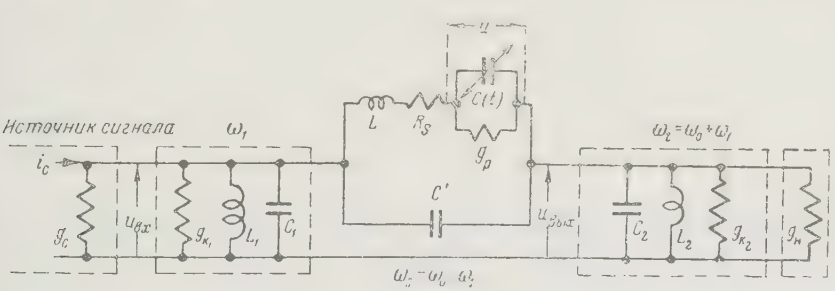


Рис. 4

играют $g_{к2}$, L_2 и C_2 в выходном контуре. Проводимость $g_н$ означает нагрузку. Емкость $C(t)$ меняется во времени в соответствии с выражением (1).

Будем считать, что входной контур обладает конечной проводимостью только для токов частоты, близкой к ω_1; для токов всех остальных частот, в том числе ω_0, ω_2, ω_3, он представляет короткое замыкание. Тогда при сигнале (7) напряжение $u_{вх}$ будет гармоническим:

$$u_{вх} = U_{вх} e^{j\omega_1 t}. \tag{8}$$

Если аналогично выходной контур резонирует только на частоте ω_2, то $u_{вых}$ тоже будет гармоническим:

$$u_{вых} = U_{вых} e^{j\omega_2 t}. \tag{9}$$

На индуктивности L и сопротивлении R_s создается падение напряжения токами всех частот, которые получатся в результате наличия пульсирующей емкости. Таким образом, даже в предположении идеальной фильтрации контуров мы получаем на емкости $C(t)$ сложный спектр комбинаци-

онных частот. Введем еще одно упрощение. Будем считать, что на частоте $2\omega_0$, $3\omega_0$ и выше индуктивное сопротивление L настолько велико, а емкостное сопротивление C_0 мало, что напряжения и токи этих частот, а также и связанные с ними энергии пренебрежимо малы. Тогда, полагая к тому же

$$\omega_0 \gg \omega_1, \tag{1}$$

можно ограничиться учетом токов только трех частот: ω_1, $\omega_2 = \omega_0 + \omega_1$ и $\omega_3 = \omega_0 - \omega_1$. Напряжение u на емкости $C(t)$ p — n-перехода можно аппроксимировать суммой только трех составляющих:

$$u = U_1 e^{j\omega_1 t} + U_2 e^{j\omega_2 t} + U_3 e^{j\omega_3 t}. \tag{1}$$

Далее мы рассматриваем схему усилителя с суммарной выходной частотой. Но полученные ниже уравнения можно просто преобразовать в уравнения для схемы с разностной частотой второго контура.

Для установившегося режима методом полного сопротивления, изложенным в [6], можно получить систему из трех уравнений

$$\left.\begin{aligned} &Y_1 U_1 + j\omega_1 \frac{\Delta C}{2} U_2 + j\omega_1 \frac{\Delta C}{2} U_3^* = I, \\ &j\omega_2 \frac{\Delta C}{2} U_1 + Y_2 U_2 + 0 = 0, \\ &-j\omega_3 \frac{\Delta C}{2} U_1 + 0 + Y_3^* U_3^* = 0. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

В уравнениях (12) приняты следующие обозначения в соответствии с рис. 4, а также выражениями (7) и (9):

$$Y_1 = g_p(\omega_1) + j\omega_1 C_0 + \frac{1}{R_s(\omega_1) + \omega_1 L + \dfrac{1}{g_C + g_{K1} + j\left[\omega_1 (C_1 + C') - \dfrac{1}{\omega_1 L_1}\right]}},$$

$$Y_2 = g_p(\omega_2) + j\omega_2 C_0 + \frac{1}{R_s(\omega_2) + j\omega_2 L + \dfrac{1}{g_B + g_{K2} + j\left[\omega_2 (C_2 + C') - \dfrac{1}{\omega_2 L_2}\right]}},$$

$$Y_3 = g_p(\omega_3) + j\omega_3 C_0 + \frac{1}{R_s(\omega_3) + j\omega_3 L},$$

$$I = \frac{1}{1 + [R_s(\omega_1) + j\omega_1 L]\left\{g_C + g_{K1} + j\left[\omega_1 (C_1 + C') - \dfrac{1}{\omega_1 L_1}\right]\right\}} I_C.$$

В уравнениях (12) учитывается возможность разной величины потерь диода на различных частотах тем, что величины параллельной проводимости g_p и последовательного сопротивления R_s считаются зависящими от частоты.

По аналогии с обычным ламповым усилителем параметрический усилитель можно отобразить по малому сигналу эквивалентными схемами, удобными для расчетов. Основное отличие в случае параметрического усилителя заключается в том, что необходимо пользоваться обязательно несколькими эквивалентными схемами, ибо на каждой из частот будет своя схема.

На рис. 5 показаны три эквивалентных схемы рассматриваемого параметрического усилителя: на входной частоте ω_1 (рис. 5, *а*), на выходной частоте ω_2 (рис. 5, *б*) и на разностной частоте паразитной связи ω_3 (рис. 5, *в*).

В эквивалентной схеме рис. 5, *а* проводимости Y_{12} и Y_{13} представляют собой комплексные проводимости, наведенные через параметрический

связь соответственно из выходного контура и контура разностной частоты на паразитных параметрах. Они выражаются следующими соотношениями:

$$Y_{12} = \frac{\omega_1\omega_2\left(\frac{\Delta C}{2}\right)^2}{Y_2}, \tag{13}$$

$$Y_{13} = -\frac{\omega_1\omega_3\left(\frac{\Delta C}{2}\right)^2}{Y_3^*}. \tag{14}$$

По эквивалентной схеме рис. 5, *а* легко найти входное сопротивление усилителя $Z_{вх}$, оно равно

$$Z_{вх} = \frac{R_s(\omega_1) + j\omega_1 L + \dots}{1 + [R_s(\omega_1) + j\omega_1 L]\left\{g_c + g_{к1} + j\left[\omega_1(C_1 + C') - \frac{1}{\omega_1 L_1}\right]\right\}} \to \dots$$

$$\dots \to \frac{\frac{1}{Y_{1\,экв}\left\{1 + [R_s(\omega_1) + j\omega_1 L]\left\{g_c + g_{к1} + j\left[\omega_1(C_1 + C') - \frac{1}{\omega_1 L_1}\right]\right\}\right\}}}{1 + [R_s(\omega_1) + j\omega_1 L]\left\{g_c + g_{к1} + j\left[\omega_1(C_1 + C') - \frac{1}{\omega_1 L_1}\right]\right\}}, \tag{15}$$

где $$Y_{1\,экв} = Y_1 + Y_{12} + Y_{13}.$$

В эквивалентной схеме рис. 5, *б* входной ток I_2 равен

$$I_2 = -j\omega_3 \frac{\Delta C}{2} U_1. \tag{16}$$

Выходное напряжение $U_{вых}$ равно

$$U_{вых} = \frac{I_2}{Y_2} \frac{1}{1 + [R_s(\omega_2) + j\omega_2 L]\left\{g_п + g_{к2} + j\left[\omega_2(C_2 + C') - \frac{1}{\omega_2 L_2}\right]\right\}}. \tag{17}$$

В эквивалентной схеме рис. 5, *в* входной ток I_3^* равен

$$I_3^* = -j\omega_3 \frac{\Delta C}{2} U_1. \tag{18}$$

Коэффициент усиления по мощности собственно усилителя определяется отношением выходной мощности $P_{вых}$ на частоте ω_2 ко входной

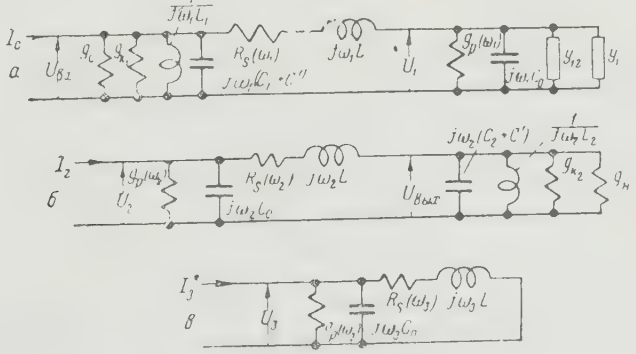


Рис. 5

мощности $P_{вх}$ на частоте сигнала ω_1. Коэффициент отдачи во входной цепи равен отношению $\frac{P_{вх}}{|I_c|^2/4g_c}$. Результирующий коэффициент усиле-

ния G в соответствии с (15) и (18) будет равен

$$G = \frac{P_{\text{вых}}}{|I_c|^2/4g_c} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{4g_c g_{\text{н}} \omega_1 \omega_2 \left(\frac{\Delta C}{2}\right)^2}{|Y_{1\,\text{экв}}|^2 |Y_2|^2 \left|1 + [R_s(\omega_2) + j\omega_2 L]\left\{g_{\text{н}} + g_{\text{к2}} + j\left[\omega_2(C_2 + C') - \frac{1}{\omega_2 L_2}\right]\right\}\right|^2}. \quad (19)$$

Если ввести генераторы тепловых шумов, обусловленные проводимостями g_c, g_p, $g_{\text{к1}}$, $g_{\text{к2}}$ и сопротивлением R_s, то можно найти тем же путем и коэффициент шумов рассматриваемого усилителя.

2. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Рассмотрим в качестве примера усилитель, частота сигнала которого равна $\nu_1 = \omega_1/2\pi = 10^3$ *Мгц*, а частота накачки $\nu_0 = \omega_0/2\pi = 10^4$ *Мгц*. Будем считать, что выполняются неравенства (5). Пренебрежем к тому же проводимостями $g_{\text{к1}}$ и $g_{\text{к2}}$, считая ненагруженные резонаторы усилителя достаточно добротными. Индуктивное сопротивление диода на частоте сигнала ($\omega_1 L \simeq 20$ *ом*) мало по сравнению с его средним емкостным сопротивлением ($1/\omega_1 C_0 \simeq 800$ *ом*, поэтому в эквивалентной схеме рис. 5, *а* L можно не учитывать.

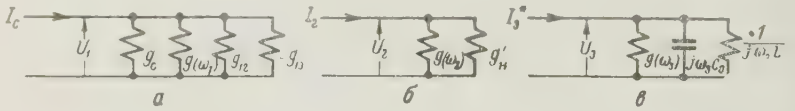


Рис. 6

Сопротивление R_s преобразуется к параллельной проводимости по формуле (6). При введенных допущениях весь расчет усилителя сильно упростится.

Входной и выходной контуры обеспечивают две степени свободы для настройки усилителя. Подбором реактивности входного контура обеспечим

$$\operatorname{Im} Y_{1\,\text{экв}} = \operatorname{Im}(Y_1 + Y_{12} + Y_{13}) = 0. \quad (20)$$

Тогда эквивалентная схема рис. 5, *а* перейдет в схему рис. 6, *а*, где

$$g(\omega_1) = g_p(\omega_1) + R_s(\omega_1)(\omega_1 C_0)^2; \quad (21)$$

$$g_{12} = \operatorname{Re} Y_{12}, \quad (22)$$

$$-g_{13} = \operatorname{Re} Y_{13}. \quad (23)$$

Подбором реактивности выходного контура обеспечим

$$\operatorname{Im} Y_2 = 0. \quad (24)$$

При этом эквивалентная схема рис. 5, *б* упростится до схемы рис. 6, *б*, где

$$g(\omega_2) = g_p(\omega_2) + R_s(\omega_2)(\omega_2 C_0)^2, \quad (25)$$

а $g'_{\text{н}}$ — трансформированная проводимость нагрузки. Поскольку теперь при выполнении (24)

$$Y_2 = g(\omega_2) + g'_{\text{н}},$$

в соответствии с (13)

$$g_{12} = \frac{\omega_1\omega_2(\Delta C/2)^2}{g(\omega_2) + g'_{\text{н}}}. \qquad (22')$$

нтур на разностной частоте ω_3 будет в общем случае обладать ком-жсной проводимостью (рис. 6, *в*). Поэтому в соответствии с (14)

$$-g_{13} = \frac{\omega_1\omega_3(\Delta C/2)^2}{|Y_3|^2}\, g(\omega_3). \qquad (26)$$

и этом

$$g(\omega_3) = g_p(\omega_3) + R_s(\omega_3)(\omega_3 C_0)^2. \qquad (27)$$

одя следующие обозначения:

$$x = \operatorname{tg}\delta_{\text{п}}\sqrt{\frac{g(\omega_1)\,g(\omega_2)}{\omega_1\omega_2(\Delta C/2)^2}}, \qquad (28)$$

$$\xi_1 = \frac{g_{\text{с}}}{g(\omega_1)}, \qquad \xi_2 = \frac{g'_{\text{н}}}{g(\omega_2)}, \qquad \eta = \frac{g(\omega_1) - g_{13}}{g(\omega_1)}, \qquad (29)$$

тучим, в соответствии с (19), такое выражение для коэффициента ления:

$$G = \frac{\omega_2}{\omega_1}\,\frac{4\xi_1\xi_2}{x^2\left[(\xi_1 + \eta)(\xi_2 + 1) + \frac{1}{x^2}\right]^2}. \qquad (30)$$

Величина $x = \operatorname{tg}\delta_{\text{п}}$, определяемая (28), может быть названа параметрическим тангенсом угла потерь пульсирующего конденсатора диода. В отсутствие паразитной связи на разностной частоте $= 1$) и при полном согласовании $\left(\xi_1 = \xi_2 = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$ только соотношение частот ω_2/ω_1 и x определяют коэффициент усиления

$$G = \frac{\omega_2}{\omega_1}\,\frac{1}{(x + \sqrt{1 + x^2})^2}. \qquad (31)$$

отношение (31) совпадает с выражением наибольшего коэффициента ления при учете потерь диода в [4].

Тепловые шумы усилителя рассчитываются аналогичным образом. правых частях уравнений (12) выписываются токи шумов, генерируемые проводимостями $g_{\text{с}}$ и $g(\omega_1)$ на частоте ω_1; $g(\omega_2)$ на частоте ω_2 $g(\omega_3)$ на частоте ω_3 и затем решаются эти уравнения с учетом введенных допущений. Входным шумом считается только шум проводимости на частоте ω_1 при стандартной температуре T_0. Все остальные шумовые токи при температуре диода T на частотах ω_1, ω_2, ω_3 создаются усилителе. Полученный таким путем коэффициент шумов F имеет ражение

$$F = 1 + \left[\frac{1}{\xi_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{(\xi_1 + \eta)^2}{\xi_1}x^2 + \frac{\omega_1}{\omega_3}\frac{1-\eta}{\xi_1}\right]\frac{T}{T_0}, \qquad (32)$$

е T — температура диода; $T_0 = 290°$ К.

Для конкретных значений параметров диода

$$C_{\text{макс}} = 0{,}25\ n\phi,$$
$$C_{\text{мин}} = 0{,}11\ n\phi, \qquad R_s = 10\ ом, \quad g_p = 0, \quad L = 3\cdot 10^{-3}\ мкгн$$

нашем примере на основании выражений (2), (6) и (28) $x = 0{,}2$. Если учитывать параметрической связи на резонансной частоте за счет разитных параметров диода, то в соответствии с формулами (31) и (32)

получим (при $T = T_0$)

$$\left.\begin{aligned} C &= \frac{\omega_2}{\omega_1} 0{,}67 = 7{,}4\,(8{,}7\ дб), \\ F &= 1{,}22\,(0{,}86\ дб). \end{aligned}\right\}$$

За счет параметрической связи на разностной частоте ($\eta < 1$) во вх ную цепь будет вноситься отрицательное сопротивление. Но до пор, пока $\eta < 0$, коэффициент усиления G остается меньше ω_2/ω_1. Е же $\eta < 0$, то коэффициент усиления может стать больше ω_2/ω_1; этом невозможно полностью согласовать усилитель с генератором нала и нагрузкой.

Если нет резонанса на разностной частоте в схеме рис. 6, *в*,

$$|Y_3| \geqslant g(\omega_3)$$

и можно пренебречь очень малым отрицательным сопротивлением, в симым во входную цепь за счет связи на резонансной частоте. Но резонансе, когда

$$|Y_3| \simeq g(\omega_3),$$

g_{13} становится сравнимой с $g(\omega_1) + g_{12}$ и результирующая проводимо во входной цепи

$$Y_{1\,экв} = g_c + g(\omega_1) + g_{12} - g_{13}$$

может стать сколь угодно малой величиной. Следовательно, при резона паразитных параметров диода на разностной частоте усилитель мо приобрести большой коэффициент усиления (больше ω_2/ω_1) и даже п рять устойчивость, несмотря на то, что в схеме усилителя не пр смотрен специальный резонатор на этой частоте.

Изменением смещения на диоде можно менять в наибольших преде C_0 и тем самым регулировать коэффициент усиления. Положим для о деленности, что согласование входа и выхода осуществлено в отсутс регенеративной связи на разностной частоте. Затем за счет подхода к р нансу на паразитных параметрах мы увеличиваем коэффициент усиле уменьшением γ_1, не меняя ξ_1 и ξ_2. В этом случае можно определить по величину коэффициента шумов, соответствующую заданному коэффицие усиления, поскольку ξ_1, ξ_2 остаются определенными. В рассматривае примере будем иметь

при $G = 10^2\,(20\ дб)$ $\quad F = 1{,}36\,(1{,}32\ дб)$,
при $G = 10^3\,(30\ дб)$ $\quad F = 1{,}41\,(1{,}48\ дб)$.

Сравнение выражений (34) и (35) дает основание считать, что х регенерация и увеличивает шумы усилителя, но это увеличение не чительно по сравнению с выигрышем в коэффициенте усилителя. Об коэффициент шумов

$$F_{общ} = F + \frac{F_1 - 1}{G}$$

установки, содержащей последующие ступени усиления с большим к фициентом шумов F_1, при регенерации уменьшится.

А. А. Брандт и И. В. Иванов провели следующий эксперимент. В дв контурном параметрическом усилителе с суммарной выходной часто схематически изображенном на рис. 7, измерялся коэффициент усиле при разных смещениях диода и мощностях накачки. Измеритель вых был настроен на суммарную частоту и подключался к смесительной ка через запредельный волновод, который вносил затухание не менее 8

на частоте накачки и разностной частоте, но в то же время свободно пропускал волну суммарной частоты. В эксперименте удавалось получить устойчивый коэффициент усиления, превышающий ω_2/ω_1, и даже возбуждение усилителя подходящим подбором смещения и мощности накачки для некоторых экземпляров германиевых диодов.

Проведенный анализ влияния паразитных параметров полупроводникового диода на работу параметрического усилителя показывает, что кро-

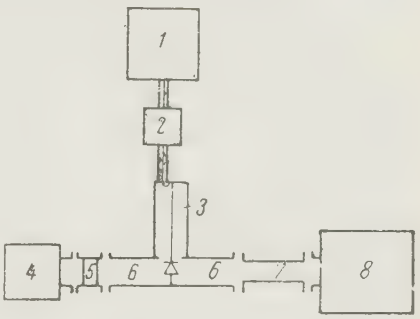


Рис. 7.

1 — генератор сигнала $\lambda = 30$ *см*; *2* — входной аттенюатор; *3* — входной резонатор; *4* — генератор накачки $\lambda = 3{,}4$ *см*; *5* — однонаправленный вентиль; *6* — смесительная камера; *7* — запредельный волновод; *8* — резонансный измеритель мощности $\lambda = 3{,}1$ *см*

ле внесения потерь на рабочих частотах паразитные параметры могут еще образовать дополнительные резонансные контуры для частот, на присутствие которых параметрический усилитель не рассчитывался. Это может привести к сильному изменению режима его работы. Однако можно спе-

Таблица 1

	Вариант	
	Двухчастотный	Трехчастотный
G, *дб*	$12{,}4 \pm 0{,}5$	~ 20
F, *дб*	$\sim 0{,}9$	$\sim 1{,}0$

Таблица 2

	Вариант	
	Двухчастотный	Трехчастотный
G, *дб*	12,4	20
F, *дб*	0,6	0,9

циально ввести дополнительный контур, образовав трехконтурный параметрический усилитель. Используя, например, в двухконтурном параметрическом усилителе с суммарной выходной частотой третий, дополнительный, резонатор на разностной частоте, можно увеличить коэффициент усиления до нужной величины за счет регенерации. Общие соотношения (12) полностью применимы к расчету трехконтурного усилителя. При этом появляется еще одна, третья, независимая степень свободы в его настройке.

В работе [7] описан такой трехконтурный усилитель, у которого входная частота равна 410 *Мгц*, а выходная 9227 *Мгц*. Результаты экспериментальных измерений, полученные в [7], приведены в табл. 1.

Полагая, что в двухчастотном варианте коэффициент усиления 12,4 *дб* получен при полном согласовании входа и выхода, можно определить из (31) параметрический тангенс угла потерь x диода: для усилителя, описанного в работе [7], он оказывается равным 0,14. Кстати, на этих частотах ($\nu_1 = 0{,}4 \cdot 10^3$ *Мгц*, $\nu^2 = 9{,}23 \cdot 10^4$ *Мгц*) диод нашего примера обладает таким же значением x. Проведя расчет коэффициента шумов для указанного значения $x = \operatorname{tg} \delta_n = 0{,}14$, получим следующие результаты (табл. 2). Сравнивая табл. 1 и 2, видим, что получается хорошее согласование расчета с экспериментом.

Как было указано в § 1, можно аналогичным способом провести расчет влияния паразитных параметров в двухконтурном регенерированном

усилителе с разностной частотой. В этом случае паразитная связь может наступить в первую очередь на суммарной частоте и будет сильно сказываться при резонансе паразитных параметров, соответствующем этой частоте. Влияние ее, наоборот, ведет к уменьшению коэффициента усиления и, соответственно, к увеличению стабильности усилителя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен анализ влияния паразитных параметров диода на работу двухконтурного параметрического усилителя при малом сигнале.

Установлено, что за счет паразитных параметров кроме потерь, вносимых диодом на рабочих частотах, образуется дополнительная обратная связь. При резонансе на паразитных параметрах эта обратная связь может сильно изменить режим усилителя и, в частности, даже привести к потере устойчивости усилителя с суммарной выходной частотой.

При малых потерях диода и малом коэффициенте модуляции пульсирующей емкости найдены выражения коэффициента усиления и коэффициента шумов усилителя с суммарной выходной частотой и дополнительной регенерированной связью по разностной частоте. Проведено сравнение расчета с результатами эксперимента, установлено качественное и количественное согласование.

Автор выражает большую благодарность В. В. Мигулину за ценную дискуссию всех вопросов, рассмотренных в статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. E. Rowe, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 5, 850.
2. S. Bloom, K. Chang, RCA Rev., 1957, **18**, 4, 578.
3. H. Heffner, G. Wade, J. Appl. Phys., 1958, **29**, 9, 1321.
4. D. Leenov, Bell System Techn. J., 1958, **37**, 4, 989.
5. Н. Е. Скворцова, Радиотехника и электроника, 1957, **2**, 3, 296.
6. М. Д. Карасев, Успехи физ. наук, 1959, LXIX, 2, 217.
7. E. M. T. Jones, J. S. Honda, IRE WESCON Convention Record, part I, 195

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова
Кафедра теории колебаний

Поступила в редакцию
5 I 1960

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ФЕРРИТОВОМ ОБРАЗЦЕ ПРИ РЕГЕНЕРАЦИИ. Ч. II. УСЛОВИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

А. Л. Микаэлян, А. А. Васильев

На основе метода, изложенного в работе [1], исследовано взаимодействие высших типов собственных колебаний в регенерированном ферритовом образце на сверхвысоких частотах. Приведена общая формула для вычисления порога генерации.

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ 3,0,1—3,$\bar{1}$,0

В работе [1] показано, что воздействие на феррит высокочастотных магнитных полей, между частотами которых установлено соотношение

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_p, \tag{1}$$

приводит к взаимодействию собственных «магнитостатических» колебаний образце. При этом индексы взаимодействующих колебаний определяются по следующим формулам:

$$n_2 = n_1, \quad m_2 = -(m_1 + 1). \tag{2}$$

Это положение было проиллюстрировано рассмотрением указанного заимодействия между простейшими магнитостатическими колебаниями ,0,1—2,$\bar{1}$,0.

Перейдем теперь к исследованию взаимодействия потенциалов с более ысокими индексами — пары 3,0,1—3,1,0. Как указывалось в [1], возуждение этой пары приведет к тому, что на частотах ω_1 и ω_2 будет существовать следующий спектр потенциалов:

$$\omega_1\colon\ 3,0,1;\ \ 1,0,0;$$

$$\omega_2\colon\ 3,1,0;\ \ 1,\bar{1},0.$$

Учитывая, что основные потенциалы имеют структуру в форме [2]:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A_1 \cdot 30\, z\left[-\frac{x^2+y^2}{2} + \frac{1}{3}\mu_1 z^2 + \frac{a^2(1-\mu_1)}{5}\right],\\ \psi_2 &= A_2 \cdot 20\,(x-jy)\left[-\frac{x^2+y^2}{4} + \mu_2 z^2 + \frac{a^2(1-\mu_2)}{5}\right],\end{aligned} \tag{3}$$

определим φ_1 и φ_2 в следующем виде:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{40}{3}(\tau_1 + \tau_2^*)\,\mu_2^* z^3 A_2^*,\\ \varphi_2 &= -15\,(\tau_2 + \tau_1^*)(x-jy)\,z^2 A_1^*.\end{aligned} \tag{4}$$

При этом принято во внимание, что потенциалы 1, 1, 0 и 1, 0, 0 не лияют на φ_1 и φ_2. Полные потенциалы внутри и вне феррита оказы-

ваются теперь определенными таким образом:

$$\Psi_1^i = E_1 z + 30 z A_1 \left[-\frac{x^2+y^2}{2} + \frac{1}{3}\mu_1 z^2 + \frac{a^2(1-\mu_1)}{5} \right] + \frac{40}{3}(\tau_1 + \tau^*)\mu_2^* A_2^* z^3,$$

$$\Psi_1^e = D_1 \frac{1}{r^4} P_3^0(\cos\theta) + F_1 \frac{1}{r^2} P_1^0(\cos\theta),$$

$$\Psi_2^i = E_2 (x - jy) + 20 (x - jy) A_2 \left[-\frac{x^2+y^2}{4} + \mu_2 z^2 + \frac{a^2(1-\mu_2)}{5} \right] - 15 (\tau_1^* + \tau_2) A_1^* (x - jy) z^2,$$

$$\Psi_2^e = D_2 \frac{1}{r^4} P_3'(\cos\theta) e^{-j\varphi} + F_2 \frac{1}{r^2} P_1'(\cos\theta) e^{-j\varphi}.$$

В приведенных выражениях E_1, E_2 и F_1, F_2 — соответственно внутренние и внешние амплитуды потенциалов 1, 0, 0 и 1, $\bar{1}$, 0.

Из условий непрерывности потенциалов и нормальных составляющих индукций на частотах ω_1 и ω_2 получаем следующую систему уравнений:

$$1)\ \left[\mu_1 + \frac{3}{4} + 0{,}3(\tau_2^{*2} - \tau_1^2)\right] A_1 = \left[0{,}2\tau_2^* - 0{,}8\tau_1\mu_2^* - \frac{4}{15}(\tau_1 + \tau_2^*)\mu_2^*\right] A_2^*,$$

$$2)\ [4\mu_2^* k_2^* - 4\mu_2^{*2} + k_2^* - 27\mu_2^* - 4 + 8\tau_2^*\mu_2^*(\tau_1 + \tau_2^*)] A_2^* - [21\tau_2^* + 12\tau_1 - 6\tau_2^*\mu_1^* + 3(\mu_2^* - k_2^*)(\tau_1 + \tau_2^*)] A_1,$$

$$3)\ \frac{1}{a^2}[(\mu_2^* - k_2^* + 2) E_2^* - \tau_2^* E_1] + [16 + 104\mu_2^* + 16\mu_2^*(\mu_2^* - k_2^*) + 8(\mu_2^* - k_2^*) - 40\mu_2^*\tau_2^*(\tau_1 + \tau_2^*)] A_2^* - [90\tau_2^* - 54\tau_1 + 24\mu_1\tau_2^* - 15(\mu_2^* - k_2^*)(\tau_1 + \tau_2^*)] A_1 = 0,$$

$$4)\ \frac{1}{a^2}[3E_1 - 2\tau_2^* E_2^*] + [30\tau_1(\tau_1 + \tau_2^*) - 60\mu_1 - 45] A_1 + [12 - 8\mu_2^*\tau_2^* - 36\mu_2^*\tau_1] A_2^* = 0.$$

В случае отсутствия поля накачки ($m_0 = 0$) система (6) распадается на независимые уравнения, характеризующие резонансные колебания в феррите [2]:

$$1)\ \mu_1 = -\frac{3}{4},$$

$$2)\ k_2^* - 27\mu_2^* - 4\mu_2^* + 4\mu_2^* k_2^* - 4 = 0,$$

$$3)\ \mu_2^* - k_2^* + 2 = 0.$$

Уравнение 4) системы (6) в отсутствие поля накачки не дает характеристического уравнения, так как потенциал 1, 0, 0 не является резонансным.

Как видим, воздействие поля накачки и здесь проявляется в том, что независимые колебания становятся связанными между собой, причем в рассматриваемом случае на каждой из рабочих частот ω_1 и ω_2 возникает спектр колебаний, состоящий из двух потенциалов. При этом дополнительные потенциалы, обусловленные воздействием поля накачки, могут быть нерезонансными. Как показывают уравнения 1) и 2) системы (6), основные потенциалы 3,0,1—3,$\bar{1}$,0 не связаны с дополнительными (1,0,0 и 1,$\bar{1}$,0) и независимо от последних могут взаимодействовать между собой. Исключая из уравнений 1) и 2) амплитуды A_1 и A_2, получим

$$\left[\mu_1 + \frac{1}{4} + 0{,}3(\tau_2^{*2} - \tau_1^2)\right]\left[4\mu_2^* k_2^* - 4\mu_2^{*2} + k_2^* - 27\mu_2^* - 4 + 8\tau_2^*\mu_2^*(\tau_1 + \tau_2^*)\right] = \left[0{,}8\tau_1\mu_2^* - 0{.}2\tau_2^* + \frac{4}{15}\mu_2^*(\tau_1 + \tau_2^*)\right][21\tau_2^* + 12\tau_1 - 6\tau_2^*\mu_1^* + 3(\mu_2^* - k_2^*)(\tau_1 + \tau_2^*)].$$

Критическое значение глубины модуляции ферритовой среды, соответствующей полной компенсации потерь, определяется из (8) и имеет вид

$$m_0 = \frac{2\sqrt{\mu_1''[\mu_2'' + 0{,}1(\mu_2'' - k_2'')(4\mu_2 + 1)^2]}}{2\mu_2(\mu_1 - k_1 - 1) + (0{,}8\mu_2 - 0{,}3)(\mu_2 - k_2 - 1)}. \qquad (9)$$

На рис. 1 представлен график, показывающий зависимость рабочих частот, частоты накачки и внешнего порогового поля накачки от величи

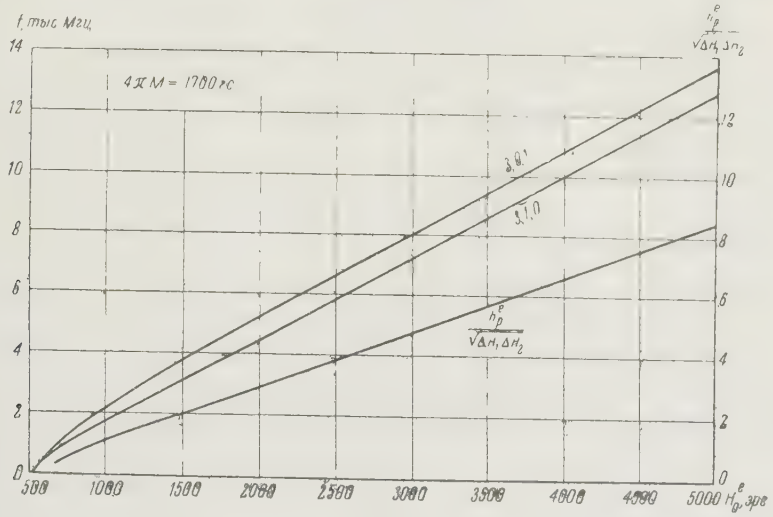


Рис. 1

я постоянного магнитного поля. График для малых значений магнитного оля приведен на рис. 2. Как видим, здесь, так же как для потенциалов 0,1—2,1,0, возможен случай резонансной накачки, характерный резким ижением порога. Внутреннее агнитное поле при этом равно $07 \cdot 4\pi M$.

Подставляя указанное значение оля в формулу (1) первой части атьи [1], получим с учетом (7) едующее значение порогового оля резонансной накачки:

$$h_p^e \simeq 5\frac{\sqrt{\Delta H_1 \Delta H_2}}{4\pi M}\Delta H_p. \qquad (10)$$

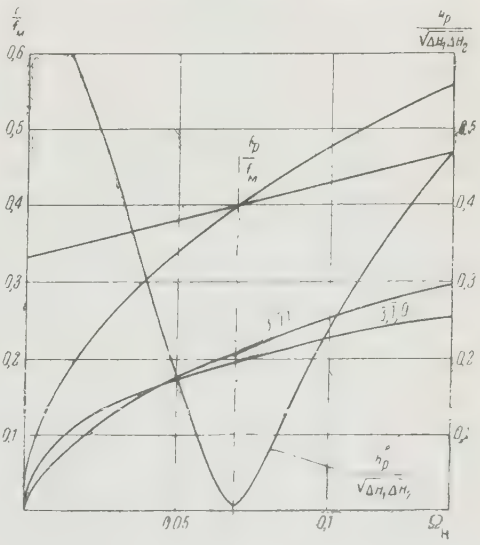


Рис. 2

Как известно, некоторые понциалы высоких порядков при дной и той же структуре колебаия могут иметь различные резоансные частоты. Это «вырождение» по структуре отражается в бозначениях Уокера третьим инексом потенциала. Так, среди бственных колебаний намагниенного феррита, кроме колебания $\bar{1}$,1,0, имеется колебание 3,$\bar{1}$,1 с аналогичной структурой. При этом взаимодействие пары 3,0,1 — 3,$\bar{1}$,1 качественно не отличается от взаимодействия потенциалов 3,0,1 — 3,1,0. Зависи-

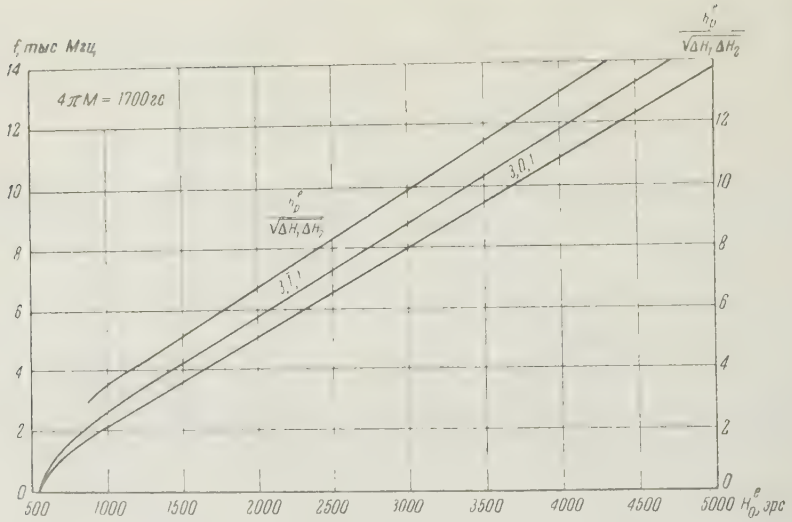


Рис. 3

мости порогового значения внешнего поля накачки и значения рабоч частот для колебаний 3,0,1—3,1,1 приведены на рис. 3.

2. ОБЩИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОРОГА ГЕНЕРАЦИИ

Определение пороговых значений внешнего поля накачки при по щи решения граничной задачи в случае потенциалов высоких индек значительно усложняется. Поэтому интересно рассмотреть метод опре ления порога, опирающийся на теорию возмущений.

Пусть «невозмущенная» среда представляет собой намагниченн феррит с собственными функциями в виде магнитостатических потенц лов. Для простоты дальнейших формальных операций принимаем, начальная среда потерь не имеет. В качестве возмущающего воздейст будем рассматривать как потери в системе, так и модуляцию свойств ф рита, обусловленную полем накачки. Частоты возмущенных колеба $\omega_{1,2}$ будут комплексными, причем мнимые части этих частот $\omega''_{1,2}$ будут о сывать затухание свободных колебаний системы, обусловленное наличи потерь. В регенерированном феррите за счет энергии поля накачки бу происходить компенсация потерь в системе. В режиме, соответствующ генерации колебаний на частотах $\omega_{1,2}$, затухание системы отсутству т. е. мнимые части «возмущенных» частот должны равняться нулю.

Из уравнений Максвелла легко получается формула

$$\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} = -2\pi \frac{\int (\vec{M}_1 \vec{H}_1^{0*} - \vec{M}_1^{0*} \vec{H}_1)\, dv}{\int\limits_{V_0} \vec{H}_1 \vec{H}_1^{0*}\, dv + 4\pi \int\limits_{V_1} \vec{M}_1^{0*} \vec{M}_1\, dv}, \qquad (1)$$

где $\vec{M}_1^{0*}$, $\vec{H}_1^{0*}$ — начальные намагниченность и поле; $\vec{M}_1$, $\vec{H}_1$ — намаг ченность и поле, возмущенные потерями и накачкой; V_1, V_0 — об феррита и полный объем соответственно;

$$\Delta\omega_1 = \dot{\omega}_1 - \omega_1 = \omega_1' - \omega_1 - j\omega_1'', \qquad (2)$$

ω_1 — начальная частота; $\dot{\omega}_1$ — комплексная возмущенная частота.

Полагая, что $\operatorname{Im}\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1}=0$, после исключения амплитуд получим

$$m_0 \geqslant \frac{2\sqrt{(\mu_1'' I_1 - k_1'' N_1)(\mu_2'' I_2 - k_2'' N_2)}}{|(\mu_1 - k_1 - 1) Z_1 + (\mu_2 - k_2 - 1) Z_2|}. \qquad (13)$$

В этой формуле I, N, Z — следующие интегральные соотношения:

$$I_1 = \int_{V_1} \left(\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\frac{\partial\psi_1^*}{\partial x} + \frac{\partial\psi_1}{\partial y}\frac{\partial\psi_1^*}{\partial y}\right) dv,$$

$$N_1 = \left| \int_{V_1} \left(\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\frac{\partial\psi_1^*}{\partial y} - \frac{\partial\psi_1}{\partial y}\frac{\partial\psi_1^*}{\partial x}\right) dv \right|, \qquad (14)$$

$$Z_1 = \int_{V_1} \frac{\partial\psi_2^*}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi_1^*}{\partial x} - j\frac{\partial\psi_1^*}{\partial y}\right) dv.$$

Для другой частоты эти соотношения записываются с переменой индексов 1 и 2. Потенциалы типа φ выпали из (13), так как они связаны с членами, которые не учитывались в силу их малости.

В выражениях (14) I_1 и N_1 представляют собой ортогональные соотношения для магнитостатических потенциалов, а интеграл Z_1 характеризует связь между колебаниями в регенерированном феррите. Непосредственной проверкой можно убедиться, что этот интеграл отличен от нуля только в случае взаимодействующих потенциалов, индексы которых определяются соотношением (2). Если для выбранных потенциалов соотношение (2) не соблюдается, то интегралы $Z_{1,2}$ равны нулю и $m_0 = \infty$, что и обозначает отсутствие взаимодействия. Формула (13) позволяет достаточно просто определить пороговое значение m_0 как в случае потенциалов более высоких типов, так и в случае колебаний, частота которых отличается от собственных резонансных значений, когда применение метода, изложенного в предыдущих параграфах, будет затруднительно из-за громоздкости расчетов.

В случае потенциалов 2,0,1 (ω_1) и 2,$\bar{1}$,0, (ω_2) из выражений (14) определим

$$I_1 = I_2 = N_2 = Z_2 = \frac{8\pi}{3\cdot 5}a, \quad Z_1 = -2\mu_1\frac{8\pi}{3\cdot 5}a, \quad N_1 = 0. \qquad (15)$$

Подставляя (15) в (13) и учитывая выражения (28) из [1], получим (30) из [1].

В случае потенциалов 3, 0, 1 (ω_1) и 3, $-\bar{1}$, 0 (ω_2) из выражений (14) найдем с учетом (7)

$$I_1 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}16\cdot 5\left(\frac{42}{2}\right), \quad N_1 = 0, \quad Z_1 = -\frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}(30\mu_2),$$

$$= \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}16\cdot 5\,(16\mu_2^2 + 8\mu_2 + 11), \quad N_2 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}16\cdot 5\,(16\mu_2^2 + 8\mu_2 + 1), \qquad (16)$$

$$Z_2 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}16\cdot 5\,[15\,(0{,}8\mu_2 - 0{,}3)].$$

Подставляя (16) в (13), получим формулу, совпадающую с (9)*.

Исследуем при помощи изложенного метода взаимодействие еще одной пары потенциалов: 3, $\bar{2}$, 0—3, 1, 0. Структура этих потенциалов имеет

* Аналогичная проверка была проведена для других пар колебаний.

вид [2]:

$$3,\ 1,\ 0\ (\omega_1):\quad \psi_1 = (x+jy)\,[20\,\mu_1 z^2 - 5\,(x^2+y^2) - 4a^2\,(\mu_1 - 1)],$$
$$3,\ \overline{2},\ 0\ (\omega_2):\quad \psi_2 = z\,(x-jy)^2. \qquad (1$$

Производя интегрирование согласно выражениям (14), получим

$$I_1 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}\,16\cdot 5\,(16\mu_1^2 + 8\,\mu_1 + 11),\quad N_1 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}\,16\cdot 5\,(16\,\mu_1^2 + 8\,\mu_1 + 1),$$

$$Z_1 = -\frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}\,16\cdot 5,\quad I_2 = N_2 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}\,16\cdot 5\left(\frac{1}{5}\right),\quad Z_2 = \frac{4\pi a}{3\cdot 5\cdot 7}\,16\cdot 5\,(4\,\mu_1). \quad (1$$

Подставляя эти выражения в формулу (13) и принимая во внимани

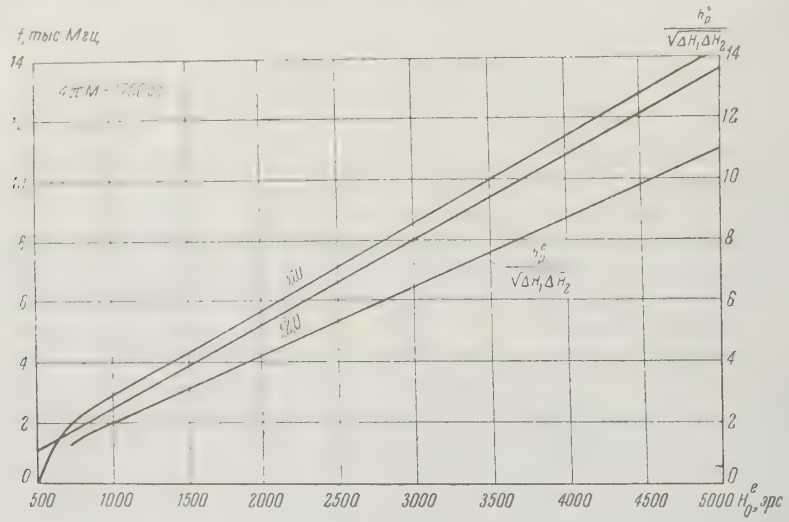


Рис. 4

что резонансная частота потенциала 3, 2, 0 характеризуется соотно нием $\omega_2 - \omega_0 = \frac{2}{7}\,\omega_M$ [2], определим порог m_0 в следующей форме:

$$m_0 \geqslant \frac{2\sqrt{[2\,\mu_1'' + 0{,}2\,(\mu_1'' - k_1'')\,(4\,\mu_1 + 1)^2]\,(\mu_2'' - k_2'')}}{k_1 - 15\,\mu_1 + 1}. \qquad (1$$

Результаты расчета порогового значения внешнего магнитного по накачки, проведенного при помощи выражения (19), изображены на рис аналогичном рассмотренным ранее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Взаимодействие магнитостатических типов колебаний, являющее результатом регенерации системы, возможно только между колебания с определенной структурой поля (см. формулу (19) в [1]).

2. При воздействии поля накачки в случае взаимодействия высш типов колебаний на частотах ω_1 и ω_2 возникает целый спектр более прост колебаний, индексы которых определяются формулами (15) и (17) из [

3. Пороговое значение внешнего поля накачки, соответствующе режиму генерации колебаний, в диапазоне 5000—8000 *Мгц* составл несколько эрстед и возрастает по мере увеличения частоты генерируем олебаний.

В заключение остановимся на работах Г. Сула [3] и Я. А. Моносова], упомянутых нами во введении [1].

Сул получил формулу для порогового значения m_0, подобную формуле 3) настоящей статьи. Интеграл типа Z, содержащийся в [4] (формула 9)), правильно отражает закон взаимодействия между колебаниями. днако приближения в записи индукции (30) привели к тому, что количественные результаты порогового значения m_0 оказались заниженными. ак, в случае потенциалов 2,0,1—2,$\bar{1}$,0 значение m_0 в [4] получилось еньшенным в $\sqrt{(\omega_0^2+\omega_1^2)/\omega_0\omega_1}$ раз, где ω_1 — частота колебания 2,0,1, е. на частоте $f_1 = 5000$ *Мгц* ($4\pi M = 1700$ *гс*) примерно в 2 раза.

Основная ошибка работы [5] связана с утверждением о невозможности аимодействия типов колебаний, одно из которых имеет индекс m, отлиющийся от n более чем на 2 (например, 3,0 и 3,$\bar{1}$, 4,0 и 4,$\bar{1}$ и др.). Соответственно с этим рассмотрена лишь одна группа взаимодействующих колений. В этой части также допущена ошибка в выражении (10), приводяая к занижению пороговой величины вдвое. Кроме того, используемое [5] частное решение не совсем удачно, так как оно отказывает в случае рожденного режима.

Авторы выражают благодарность студенту МФТИ В. В. Дьяченко, аствовавшему в выводе ряда формул и в проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

А. Л. Микаэлян, А. А. Васильев, Взаимодействие магнитостатических колебаний в ферритовом образце при регенерации. Ч. I. Взаимодействие простейших типов колебаний, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 4, 623.

P. S. Fletcher, R. O. Bell, Ferrimagnetic resonance modes in spheres, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 5, 687.

H. Suhl, Theory of the ferromagnetic microwave amplifier, J. Appl. Phys., 1957, **28**, 11, 1225.

Я. А. Моносов, К теории нелинейных явлений в ферритах на СВЧ, Ч. I—II, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 1, 2, 59, 278.

Поступила в редакцию
21 IV 1960

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЧАСТОТЫ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ. Ч. I (ТЕОРИЯ, ЛИНИЯ $J=3$, $K=2$)

Н. Г. Басов, В. В. Никитин, А. Н. Ораевский

Рассчитана частота колебаний молекулярного генератора в зависимости от давления в источнике молекулярного пучка и напряжения на сортирующей системе как для генератора, использующего линию $J = K =$ 3 $N^{14}H_3$, так и для генератора, работающего на инверсионном переходе $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$. Проведено экспериментальное исследование генератора, работающего на линии $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$ и имеющего два встречных пучка. Установлено хорошее согласие результатов расчета с опытом. Показано, что частоты двух различных молекулярных генераторов (с двумя одинаковыми встречными пучками), работающих на линии без сверхтонкой структуры, можно настроить с точностью $\sim 10^{-10}$ путем изменения давления.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа была предпринята с целью выяснения возможно использования молекулярного генератора в качестве абсолютного с лярта частоты с точностью $\sim 10^{-10}$. Чтобы выбрать конструкцию моле дярного генератора и режимы работы его, пригодные для решения пос ленной задачи, требуется детальное выяснение зависимости частоты ко баний генератора от различных параметров. Для этого необходи провести как экспериментальное, так и теоретическое исследование воп са, чтобы путем сравнения теоретических и экспериментальных результа проверить правильность наших представлений о работе молекулярн генератора.

В ряде работ оценено влияние различных факторов на частоту коле ний молекулярного генератора. В работах [1, 2] выяснена зависимо частоты колебаний молекулярного генератора от собственной частоты зонатора; в [2] указано, что неравномерность излучения молекул вд резонатора приводит к сдвигу частоты колебаний; на влияние нера шенных спутников сверхтонкой структуры указано в [3]; в [4] выясн зависимость сдвига частоты колебаний молекулярного генератора, об ловленного сверхтонкой структурой, от напряжения на сортирую системе и интенсивности молекулярного пучка.

Однако анализ, проведенный в этих работах, нельзя считать окон тельным, так как он не учитывает реального распределения молекул скоростям.

В настоящей работе предпринята попытка рассчитать частоту коле ний молекулярного генератора с учетом различных факторов, отмеч шихся в работах [1—4], и распределения молекул по скоростям, доста но близкого к реальному. Экспериментально изучено влияние на част молекулярного генератора различных параметров (давления в источн молекулярного пучка, напряжения на сортирующей системе, настро резонатора). Проведено сравнение экспериментальных результатов с ретическими. На основании полученных таким образом характери исследовалась возможность настройки частоты молекулярного генер ра, работающего на инверсионной линии аммиака $N^{14}H_3$ $J = 3$, $K =$

енератор имел два встречных пучка. Исследования показали, что путем одуляции давления аммиака в источнике молекулярного пучка удается астроить частоту молекулярного генератора на частоту спектральной ании с точностью порядка 10^{-10}.

1. ЗАВИСИМОСТЬ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ МОЛЕКУЛЯРНОГО ГЕНЕРАТОРА ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ (ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ)

Эффекты, влияющие на частоту колебаний молекулярного генератора лоть до величины 10^{-10} от частоты линии излучения, подробно обсуждеы в [4]. Поэтому мы ограничимся лишь их перечислением.

I. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от соб-твенной частоты резонатора.

II. Сдвиг вершины спектральной линии из-за наличия неразрешенных оставляющих сверхтонкой структуры и зависимость этого сдвига от апряжения на сортирующей системе и интенсивности молекулярного пуча.

III. Эффект неравномерности излучения молекул вдоль резонатора, риводящий к допплеровскому сдвигу частоты колебаний молекулярного енератора. Как указано в работах [2, 4], этот эффект можно в значительой степени скомпенсировать пропусканием через резонатор двух встречных молекулярных пучков одинаковой интенсивности.

IV. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от нтенсивности молекулярного пучка и напряжения на сортирующей сигеме в силу отличия реального распределения молекул по временам проета от распределения $\frac{1}{\tau} e^{-\theta/\tau}$, использованного для проведения вычислений [1,4]. Отклонение частоты колебаний молекулярного генератора от астоты спектральной линии в силу эффекта IV пропорционально расстройке между собственной частотой резонатора и вершиной спектральной инии и может быть устранено точной настройкой резонатора на частоту пектральной линии.

Для расчета частоты колебаний молекулярного генератора можно пользоваться уравнением [1]

$$\frac{\bar{\varkappa}'}{\bar{\varkappa}''} = 2Q\frac{\omega_0 - \omega}{\omega}, \qquad (1)$$

де $\bar{\varkappa} = \bar{\varkappa}' + i\bar{\varkappa}''$ — средняя комплексная поляризуемость молекулярного учка; ω — искомая частота колебаний молекулярного генератора; ω_0 — обственная частота резонатора; Q — его добротность.

Это уравнение при надлежащем вычислении $\bar{\varkappa}$ учитывает все вышеуканные эффекты. Тем не менее, мы будем считать в дальнейшем, что эффект III (неравномерность излучения молекул вдоль резонатора) скомпенсирован двумя встречными пучками одинаковой интенсивности, и учитывать его не будем.

В работе [1] проведено вычисление $\varkappa$ для одной молекулы, если последняя обладает двумя изолированными энергетическими уровнями. Для вух уровней

$$\varkappa_m' = \frac{\delta_m}{\gamma_m^2}\frac{|d_m|^2}{\hbar}(1 - \cos\gamma_m\theta),$$
$$\varkappa_m'' = -\frac{|d_m|^2}{\hbar\gamma_m}\sin\gamma_m\theta, \qquad (2)$$

$_m = \omega_m - \omega$; ω_m — частота молекулярного перехода; d_m — матричный лемент дипольного момента, который можно представить в виде $d_m = d_0\lambda_m$, де d_0 — величина дипольного момента, зависящая от структуры моле-

кулы, а λ_m описывает зависимость d_m от квантовых чисел, характер
зующих данный переход; $\gamma_m = \gamma \frac{\lambda_m^2}{\bar{0}^2}$; $\gamma = \frac{d\mathscr{E}}{\hbar}\bar{\theta}$; $\mathscr{E}$ — амплитуда поля в
зонаторе; θ — среднее время пролета молекул через резонатор (см. ниж
Если же линия состоит из нескольких пар независимых энергетическ
переходов, то

$$\varkappa' = \sum_m \varkappa'_m, \quad \varkappa'' = \sum_m \varkappa''_m,$$

суммирование производится по всем переходам. Чтобы получить $\bar{\varkappa}$,
обходимо усреднить (2) по длине резонатора и временам пролета че
резонатор. Для этого следует учесть, что $t = \frac{z}{l}\theta$, где z — текущая
ордината вдоль резонатора; l — его длина; $\theta = l/v$, v — скорость мо
кулы. В таком случае

$$\varkappa_m = \int_0^\infty F(\theta)\, d\theta \int_0^l \varkappa_m \frac{1}{l}\, dz,$$

где $F(\theta)$ — распределение молекул по временам пролета через резонато
Если обозначить

$$J_m^s = \int_0^\infty F(\theta)\left(1 - \frac{\sin \gamma_m \theta}{\gamma_m \theta}\right) d\theta,$$

$$J_m^c = \int_0^\infty F(\theta)\frac{1 - \cos \gamma_m \theta}{\gamma_m \theta}\, d\theta$$

и ввести некоторую среднюю частоту линии $\omega_л$ — такую, что $\omega_m = \omega_л + \gamma$
то решение уравнения (1) относительно ω, близкой к $\omega_л$, можно пр
ставить в виде

$$\omega = \omega_л\left[1 + \frac{\omega_0 - \omega_л}{\omega_л}\frac{Q}{Q_л}G + \Delta\right],$$

где

$$G = \frac{\sum_m |d_m|^2 \gamma_m^{-1} J_m^c}{\sum_m |d_m|^2 \gamma_m^{-2} J_m^s}; \qquad \Delta = \frac{\sum_m \eta_m |d_m|^2 \gamma_m^{-1} J_m^s}{\sum_m |d_m|^2 \gamma_m^{-1} J_m^s}.$$

Для того чтобы провести конкретный расчет значений G и Δ, необх
димо знать распределение молекул $F(\theta)$. Это распределение существен
зависит от характера истечения молекул из источника молекулярно
пучка.

Если диаметр отверстий d решетки в источнике молекулярного пуч
много меньше толщины фольги a, из которой изготовлена решетка, то и
течение газа из источника носит характер молекулярного (кнудсеновск
го). В обычно применяемых решетках $a \simeq d$, так что при достаточно бол
ших давлениях истечение носит промежуточный характер между молек
лярным и вязким. Но, по-видимому, оно все же ближе к молекулярном
и для вывода распределения молекул по временам пролета $F(\theta)$ воспольз
емся максвелловским распределением молекул по скоростям:

$$\Phi(v, \vartheta, \varphi)\, dv\, d\Omega \sim e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3\, dv \sin\vartheta \cos\vartheta\, d\vartheta d\varphi.$$

Если угол влета молекул в квадрупольный конденсатор меньше или равен углу, под которым видно из источника молекулярного пучка выходное отверстие конденсатора, т. е.

$$\operatorname{tg}\vartheta \leqslant \frac{R}{L}, \tag{9}$$

где R — радиус квадрупольного конденсатора, L — его длина, то все такие молекулы попадут в резонатор. Если же угол влета таков, что $\operatorname{tg}\vartheta > R/L$, то должно выполняться соотношение

$$v^2 \sin^2\vartheta \leqslant \frac{2W_{\text{макс}}}{M}, \tag{10}$$

$W_{\text{макс}}$ — максимальная энергия взаимодействия молекул с полем сортирующей системы *; M — масса молекулы. С учетом сказанного мы получили следующее распределение молекул по временам пролета через резонатор:

$$F(\theta)\,d\theta \sim \begin{cases} e^{-\bar{\theta}^2/\theta^2}\left(1 - e^{-\frac{R^2}{L^2}\frac{\bar{\theta}^2}{\theta^2_{\text{мин}}}}\right)\frac{1}{\theta^3}\,d\theta, \quad \theta_{\text{мин}} \leqslant \theta < \infty, & (11) \\ -e^{-\bar{\theta}^2/\theta^2}\left(e^{-\frac{R^2}{L^2}\frac{\bar{\theta}^2}{\theta^2_{\text{мин}}}} - e^{-\frac{R^2}{L^2}\frac{\bar{\theta}^2}{\theta^2}}\right)\frac{1}{\theta^3}\,d\theta, \quad 0 < \theta < \theta_{\text{мин}}, & (12) \end{cases}$$

где

$$\bar{\theta}^2 = \frac{Ml^2}{2kT}; \qquad \theta = \frac{l}{v\cos\vartheta}; \qquad \theta_{\text{мин}} = R\,\frac{l}{L}\sqrt{\frac{M}{2W_{\text{макс}}}},$$

$W_{\text{макс}}$ зависит от напряжения U на сортирующей системе. Поэтому $F(\theta)$, а значит и G и Δ зависят не только от γ, т. е. в конечном счете от числа активных молекул, поступающих в резонатор, но и от напряжения U, т. е. $G \equiv G(\gamma, U)$, $\Delta \equiv \Delta(\gamma, U)$.

Кроме того, $W_{\text{макс}}$ зависит от квантовых чисел молекулярного перехода m, что приводит к соответствующей зависимости от этих чисел $F(\theta)$. Но собственные квантовые числа, характеризующие уровни энергии молекулы в квадрупольном конденсаторе, могут отличаться от соответствующих квантовых чисел в резонаторе. Так, например, для генератора, работающего на волне E_{010}, электрическое поле в резонаторе перпендикулярно электрическому полю в квадрупольном конденсаторе, в силу чего проекция полного момента молекулы на направление электрического поля, являясь одним из квантовых чисел, характеризующих энергетический переход, различна для квадрупольного конденсатора и резонатора. Поэтому распределение по временам пролета в резонаторе $F_m(\theta)$ будет иметь вид

$$F_m(\theta) = \sum_{m'} a_{mm'} F_{m'}(\theta), \tag{13}$$

---

* Для инверсионных уровней молекулы аммиака

$$W_{\text{макс}} = \frac{\hbar\omega_{\text{инв}}}{2}\left[\left(1 + 2\frac{(\vec{d}\vec{E})^2}{\hbar\omega_{\text{инв}}}\right)^{1/2} - 1\right],$$

где $\vec{E}$ — напряженность поля в сортирующей системе; $\omega_{\text{инв}}$ — частота инверсионного перехода.

где m — индекс , характеризующий энергетический переход в резонато
m' — соответствующий индекс для квадрупольного конденсатора; $a_{mm'}$
вероятность для молекулы иметь индекс m в резонаторе, если в квадр
польном конденсаторе она имела индекс m'.

Используя распределение (13), где $F_{m'}(0)$ дается (11)—(12), мож
вычислить J_m^s и J_m^c.

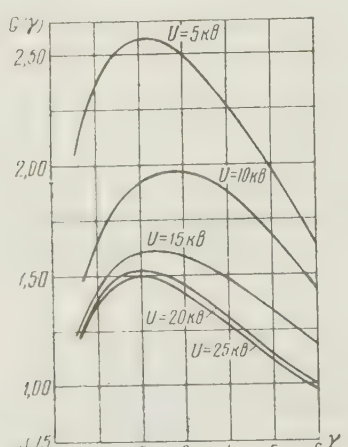


Рис. 1

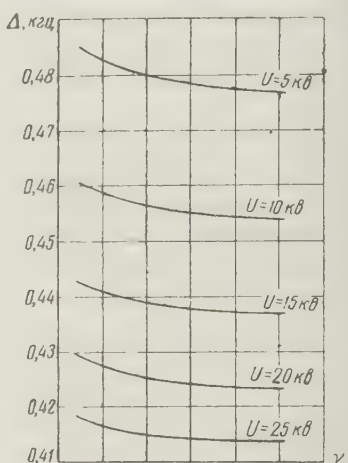


Рис. 2

Рис. 1. График функции $G(\gamma, U)$

Рис. 2. Зависимость сдвига вершины спектральной линии аммиака $N^{14}H_3$ $J = 3$, $K = 3$ от параметра насыщения γ и напряжения на сортирующей системе U. Сдвиг обусловлен наличием неразрешенных составляющих квадрупольной сверхтонкой структуры

Дальнейший расчет зависит от конкретной линии излучения, исполь
зуемой в молекулярном генераторе. Обычно используемая в молекуля
ном генераторе инверсионная линия аммиака $J = 3$, $K = 3$ состоит
трех * составляющих, обусловленных квадрупольной сверхтонкой стру
турой [3, 4, 6], которые характеризуются квантовым числом F_1, соо
ветствующим сумме спина ядра азота $\vec{I}_N$ и вращательного момен
$\vec{J}$ ($\vec{F}_1 = \vec{I}_N + \vec{J}$) и проекцией M_{F_1} суммарного момента $\vec{F}_1$ на направл
ние внешнего поля. В аммиаке F_1 пробегает значения 2, 3, 4. Следов
тельно, для линии $J = 3$, $K = 3$ под индексом m следует понима
квантовые числа F_1, M_{F_1}. Значения $\eta_m \equiv \eta_{F_1 M_{F_1}}$ не зависят от чисел M
и могут быть вычислены на основании работы [6]: $\eta_2 = 1{,}00$ *кгц*
$\eta_3 = -1{,}25$ *кгц*, $\eta_4 = 0{,}4$ *кгц*. Коэффициенты $a_{mm'} \equiv a^{F_1}_{M_{F_1} M'_{F_1}}$ приведен
в работе [4]. Поэтому расчет функций G и Δ может быть проведе
до конца. Однако такой расчет в аналитическом виде невозможен и бы
проделан при помощи электронной вычислительной машины. Результат
расчета представлены на графиках рис. 1 и 2.

Пользуясь значениями $G(\lambda, U)$ и $\Delta(\lambda, U)$, можно рассчитать завис
мость частоты колебаний молекулярного генератора от давления и напр
жения, если известна зависимость γ от этих параметров. Зная число мол
кул, вылетающих в единицу времени из источника молекулярного пучк

* В действительности линия аммиака $N^{14}H_3$ $J = 3$, $K = 3$ состоит из 12 составля
щих, так как каждая из 3 квадрупольных составляющих расщепляется еще на 4 со
тавляющие из-за магнитного взаимодействия. Но магнитное взаимодействие слабо, и п
правка, обусловливаемая учетом магнитного расщепления, составляет величину $\sim 10^{-4}$

можно вычислить γ из уравнения [1]

$$\overline{\varkappa''} = \frac{1}{4\pi Q}. \qquad (14)$$

К сожалению, поток молекул из источника молекулярного пучка трудно рассчитать, так как истечение газа из источника молекулярного пучка отлично как от вязкого, так и от молекулярного, и носит промежуточный характер, который теоретически не исследован. Ухудшение вакуума при больших интенсивностях молекулярного пучка, приводящее при доста-

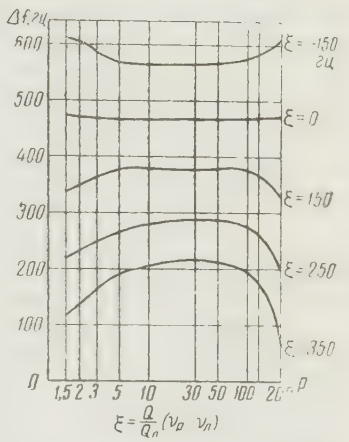


Рис. 3. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от давления в источнике молекулярного пучка при скомпенсированном эффекте III для линии $J = 3$, $K = 3$ $N^{14}H_3$. Давление p дано в относительных единицах; масштаб по оси p — логарифмический

точно больших давлениях в источнике (0,3—1 *мм* рт. ст.) к срыву генерации, еще более усложняет зависимость γ от давления. Поэтому для расчета частоты колебаний молекулярного генератора как функции параметров проще всего воспользоваться экспериментальным графиком зависимости мощности генератора от параметров установки. Нами были использованы результаты работы [5], где проводились относительные измерения мощности молекулярного генератора в зависимости от давления в источнике молекулярного пучка и напряжения сортирующей системы.

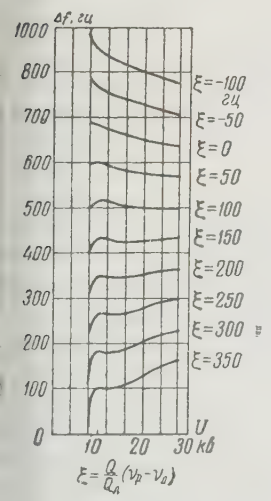


Рис. 4

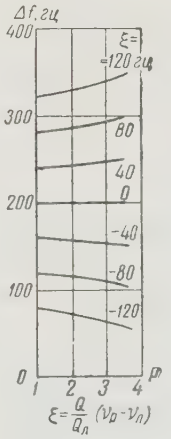


Рис. 5

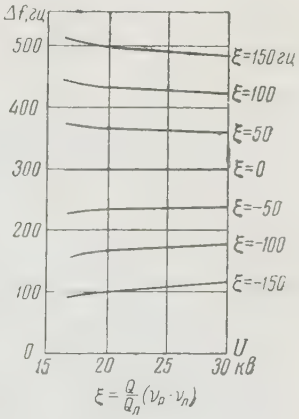


Рис. 6

Рис. 4. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от напряжения на сортирующей системе при скомпенсированном эффекте III для линии $J = 3$, $K = 3$ $N^{14}H_3$

Рис. 5. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от напряжения на сортирующей системе при скомпенсированном эффекте III для линии $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$. Давление p дано в относительных единицах; масштаб по оси p — линейный

Рис. 6. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от напряжения на сортирующей системе при скомпенсированном эффекте III для линии $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$

Результаты расчета частоты для линии 3,3 представлены на рис. 3 и
Для генератора, работающего на линии 3,2, зависимость частоты от пар
метров (напряжения и давления) проще, чем для линии 3,3. Это, во-пе
вых, объясняется тем, что линия 3,2 не обладает квадрупольной свер
тонкой структурой и для этой линии мы должны положить $\Delta = 0$
Во-вторых, линия 3,2 в ~12 раз слабее линии 3,3, так что при максимал
но возможных давлениях p параметр γ не превосходит ~1,5. Результат
расчета частоты для линии 3,2 представлены на рис. 5 и 6.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОГО ГЕНЕРАТОР РАБОТАЮЩЕГО НА ЛИНИИ 3,2, С ДВУМЯ ВСТРЕЧНЫМИ ПУЧКАМИ

Экспериментальные исследования проводились на молекулярном ге
раторе, использующем линию инверсионного перехода аммиака N^{14}
$J = 3$, $K = 2$, не обладающую квадрупольной сверхтонкой структуро
Особенностью нашей конструкции являлось наличие двух встречны
пучков (рис. 7) молекул аммиака, что улучшало условие самовозбужден
генератора и, главное, позволяло
значительной степени скомпенсирова
неравномерности излучения молек
вдоль резонатора, приводящую к сд
гу частоты колебаний молекулярно
генератора [2, 4]. Для уменьшения э
го эффекта отвод мощности излучен
осуществлялся посредине резонато
Резонатор изготовлялся из инвара; п
раметры его подбирались таким об
зом, чтобы генератор возбуждался
волне E_{010}. Длина резонатора равняла
11,2 *см*, что обеспечивало пролетн
ширину линии порядка 1 *кгц*. Настрой
резонатора производилась при помо
винта, погружаемого в резонатор в его средней плоскости. Перестраива
частоту резонатора можно было на несколько мегагерц, не ухудшая
щественно его добротности ($Q \simeq 9000$). Сортировка молекул по энерге
ческим уровням осуществлялась при помощи квадрупольных конден
торов длиной 15 *см*. Для увеличения интенсивности пучка между исто
ником пучка и сортирующей системой помещалась диафрагма с отверст
ем диаметром 0,6 *см*, охлаждаемая жидким азотом. Пучок молекул пол
чался при помощи решетки с квадратными отверстиями 0,05 × 0,05 *мм*
расстояние между отверстиями также равнялось 0,05 *мм*.

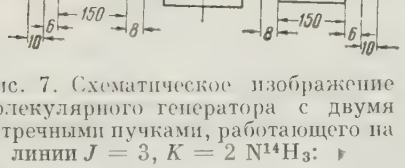


Рис. 7. Схематическое изображение молекулярного генератора с двумя встречными пучками, работающего на линии $J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$:

а — источники молекулярного пучка; *б* — квадрупольные конденсаторы; *в* — резонатор; *г* — диафрагмы, охлаждаемые жидким азотом

При помощи описанной конструкции молекулярного генератора из
чалась зависимость частоты его колебаний от различных параметров (да
ления в источнике молекулярного пучка, напряжения на сортирующ
системе, частоты резонатора).

В нашем распоряжении имелись три молекулярных генератора один
ковой конструкции. При измерениях зависимости частоты генератора
параметров частота перестраиваемого генератора сравнивалась с фикс
рованной частотой другого генератора **.

Сигнал двух молекулярных генераторов подавался на балансный см
ситель супергетеродинного приемника, гетеродином которого служил кл

* В действительности линия 3,2 состоит из 6 составляющих, обусловленных ма
нитной сверхтонкой структурой. Однако расстояния по частоте между этими соста
ляющими весьма малы, благодаря чему наличие их не приводит к заметной зависим
сти вершины линии (с точностью до 10^{-11}) от давления и напряжения.

** Измерения показали, что через несколько часов после заливки жидкого аз
относительное изменение частоты колебаний двух молекулярных генераторов не пр
вышало 1*гц* за 10 *мин*.

трон, стабилизированный объемным резонатором. Сигнал промежуточной частоты (60 *Мгц*) усиливался усилителем с полосой 2 *Мгц*. На выходном детекторе выделялась разностная частота двух молекулярных генераторов, которая по фигуре Лиссажу сравнивалась с частотой звукового генератора; пересчетная схема позволяла измерять частоту звукового генератора при помощи кварцованного генератора с точностью до 0,1—1 *гц*.

Давление в источнике молекулярного пучка измерялось манометрической лампой ЛТ- 2.

Для компенсации эффекта, связанного с неравномерностью излучения молекул вдоль длины резонатора, измерение давления внутри источника осуществлялось при помощи измерения частоты колебаний молекулярного генератора. Подбирались два таких давления для каждого из встречных пучков:

p_1' и p_1'' для первого пучка,

p_2' и p_2'' для второго пучка,

при которых частота колебаний молекулярного генератора (являющаяся функцией давления первого и второго пучков) удовлетворяла следующим условиям:

$$\nu(p_1', p_2') = \nu(p_1'', p_2''). \tag{15}$$

Так как в молекулярном генераторе использовалась линия 3,2, частота колебаний монотонно зависела от давления. Соотношение (15) обеспечивает равенство интенсивностей пучков при $p_1' = p_2'$ и $p_1'' = p_2''$.

Измерительная лампа при этом использовалась не как абсолютный измерительный прибор, а лишь для фиксации определенного значения давления. Проверка правильности такого метода могла быть проведена по двум абсолютным точкам давления, соответствующим точкам срыва генерации на каждом из пучков в отдельности. Была снята зависимость частоты колебаний молекулярного генератора от давления и напряжения при различных расстройках между частотой резонатора и частотой спектральной линии. При этом характеристики снимались как для генератора, работающего на одном пучке, так и для генератора, работающего с двумя одинаковыми встречными пучками. Результаты измерений представлены на рис. 8, 9, 10.

Из рисунков видно, что для генератора с двумя одинаковыми встречными пучками имеется такое значение частоты резонатора, при котором частота колебаний молекулярного генератора не зависит от давления. Это соответствует точной настройке частоты резонатора на частоту спектральной линии («резонансная» кривая).

Кривые зависимости частоты колебаний молекулярного генератора от давления и напряжения, снятые через равные интервалы изменения частоты резонатора, симметричны относительно резонансной кривой при работе генератора с двумя равными пучками. При работе с одним пучком симметрия нарушается, а значение частоты молекулярного генератора с одним пучком отличается от его частоты с двумя встречными пучками при настройке по давлению. Исследование возможности настройки частоты молекулярного генератора на частоту спектральной линии показало, что два различных генератора с двумя одинаковыми встречными пучками, имеющие симметричную конструкцию относительно резонатора (при измерении разностной частоты с точностью 1—0,5 *гц*), изменением давления в источнике молекулярного пучка удавалось настроить с точностью до ~3 *гц*.

В отсутствие симметрии в конструкции, наряду со сдвигом частоты колебаний, обусловленным различием интенсивности молекулярных пучков, наблюдался дополнительный сдвиг частоты колебаний даже в том случае, когда каждый пучок в отдельности давал одинаковую амплитуду

колебаний: изменение расстояния между диафрагмой и источником моле кулярного пучка в одной половине генератора приводило к сдвигу часто ты по сравнению с частотой при симметричной конструкции на 15—20 гц причем сдвиг зависел от напряжения на сортирующей системе.

При уменьшении расстояния между источником молекулярного пучк и диафрагмой на 8 *мм* по сравнению с размерами, указанными на рис. 1 генерацию получить не удавалось, если молекулярный генератор работа только на одном пучке.

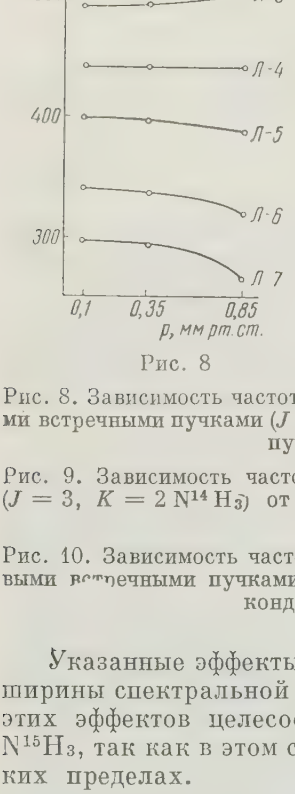


Рис. 8

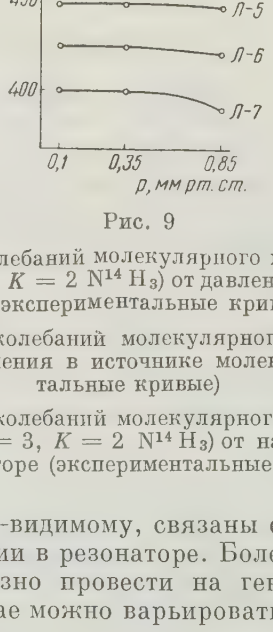


Рис. 9

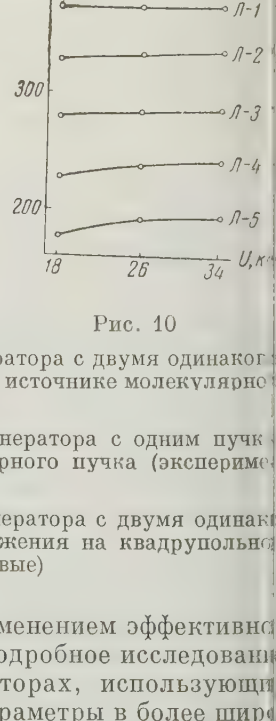


Рис. 10

Рис. 8. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора с двумя одинаков ми встречными пучками ($J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$) от давления в источнике молекулярно пучка (экспериментальные кривые)

Рис. 9. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора с одним пучк ($J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$) от давления в источнике молекулярного пучка (эксперим тальные кривые)

Рис. 10. Зависимость частоты колебаний молекулярного генератора с двумя одинак выми встречными пучками ($J = 3$, $K = 2$ $N^{14}H_3$) от напряжения на квадрупольно конденсаторе (экспериментальные кривые)

Указанные эффекты, по-видимому, связаны с изменением эффективно ширины спектральной линии в резонаторе. Более подробное исследовани этих эффектов целесообразно провести на генераторах, использующи $N^{15}H_3$, так как в этом случае можно варьировать параметры в более широ ких пределах.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравнивая расчетные кривые зависимости частоты колебаний молеку лярного генератора для линии 3,2 от давления и напряжения с эксперим ментальными (рис. 5, 6, 8, 10), видим, что расчетные кривые передают ос бенности изменения частоты молекулярного генератора. Количественно сопоставление теоретических и экспериментальных значений требует аб солютных измерений мощности молекулярного генератора, которые труд но провести с достаточной степенью точности. Однако следует заметить что при помощи небольших изменений масштаба по оси давлений можн добиться достаточно хорошего совпадения теоретических и эксперимен тальных кривых, что свидетельствует о правильности представлений, поло женных в основу расчета. Заметим, что никаким подбором масштаба п давлению не удается совместить экспериментальные кривые, снятые дл генератора с одним молекулярным пучком, с теоретическими, рассчита

ыми для случая скомпенсированного эффекта III (неравномерность изучения молекул вдоль резонатора).

Молекулярный генератор с двумя одинаковыми встречными пучками, аботающий на спектральной линии без сверхтонкой структуры и имеющий симметричную конструкцию, может служить абсолютным стандартом астоты (времени) с точностью 10^{-10}.

ЛИТЕРАТУРА

. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, Успехи физ. наук, 1955, **1**, 7, 485.
. K. Shimoda, T. C. Wang, C. H. Townes, Phys. Rev., 1956, 5, **102**, 5, 1308.
. K. Shimoda, J. Phys. Soc. Japan, 1957, **12**, 1006; 1958, **13**, 939.
. Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 7, 1185.
. Н. Г. Басов, Г. М. Страховский, И. В. Черемискин, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 6.
. J. P. Gordon, Phys. Rev., 1955, 99, 4, 1253.

Физический институт им.
П. Н. Лебедева АН СССР

Поступила в редакцию
17 VI 1960

1961 № 1

СПИНОВЫЕ УРОВНИ ИОНА Fe^{3+} В КОРУНДЕ

Г. А. Сиулина, *Г. А. Фещенко*

Для ориентаций магнитного поля, при которых оба иона железа в элементарной ячейке магнитно эквивалентны, вычислены и табулированы собственные значения спин-гамильтониана, использованного Л. С. Корниенко и А. М. Прохоровым для интерпретации расщепления спиновых уровней иона Fe^{3+} в корунде.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение электронного парамагнитного резонанса иона Fe^{3+} в корунде имеет большое значение для создания парамагнитных усилителей.

В кристаллической решетке Al_2O_3 ион Fe^{3+} находится в основном состоянии $^6S_{5/2}$ и имеет полный электронный спин $S = {}^5/_2$. Сильное электрическое поле решетки расщепляет нижний орбитальный синглет иона на три спиновых дублета, которые далее расщепляются внешним постоянным магнитным полем (рис. 1). Расстояния между спиновыми дублетами равны $\Delta_1 = 0{,}402\ см^{-1}$ и $\Delta_2 = 0{,}642\ см^{-1}$ и, следовательно, уже в малом магнитном поле и даже при полном его отсутствии может быть реализован трехуровневый парамагнитный усилитель в диапазоне сантиметровых волн, так как перемешивание состояний, необходимое для насыщения вспомогательного перехода, обеспечивается как внешним магнитным полем, так и кубической составляющей электрического поля кристалла [1,2]. Уменьшение величины магнитного поля, необходимого для работы парамагнитного усилителя, представляет несомненный практический интерес.

При использовании иона Fe^{3+} в диапазоне сантиметровых волн при различных ориентациях кристалла могут быть получены варианты парамагнитного усилителя с двухтактным использованием вспомогательного излучения, что позволяет варьировать частоту вспомогательного излучения при заданной частоте сигнала.

Большой интерес представляет применение иона Fe^{3+} в парамагнитном усилителе волн дециметрового диапазона, так как и здесь система энергетических уровней допускает варианты парамагнитного усилителя с двухтактным использованием вспомогательного излучения, в то время как для иона Cr^{3+} подобные «совмещенные» варианты могут быть реализованы только на волнах короче 6 *см*.

При произвольной ориентации кубических осей, магнитного поля и тригональной оси ионы Fe^{3+} образуют две магнитно неэквивалентные системы [3, 4], каждая из которых дает свою систему линий различной интенсивности. Таким образом полный спектр состоит из 30 линий. Богатство спектра создает благоприятные условия для изучения кросс-релаксационных явлений в парамагнитном усилителе [5], возникающих при: а) совпадении переходов между спиновыми уровнями одного и того же иона, б) совпадении переходов ионов разных систем; в) совпадении переходов иона Fe^{3+} с переходами другого парамагнитного иона, введенного в ту же решетку.

Первоначальные исследования парамагнитного резонанса иона Fe в Al_2O_3 были выполнены Л. С. Корниенко и А. М. Прохоровым [3], кото

ые показали, что наблюдаемый спектр электронного парамагнитного ре-онанса можно объяснить при помощи спин-гамильтониана в форме, редложенной Блини и Тренамом [6], и измерили его константы при ком-атных температурах. Измерение констант в широком диапазоне темпера-ур провели Богль и Симмонс [4]. Вычисление собственных значений и олновых функций для параллель-ой ориентации было проделано . М. Винокуровым, М. М. Зари-овым и Н. Р. Яфаевым [7].

ис. 1. Расщепление орбитального синг-лета иона Fe^{3+}

В настоящей работе проведено вычисление уровней энергии при про-звольной ориентации магнитного поля относительно тригональной оси плоскостях, для которых все ионы магнитно эквивалентны. Численные езультаты представлены в виде таблиц и графиков, позволяющих найти еличину магнитного поля, ориентацию кристалла и длину волны вспомо-ательного излучения, при которых возможно создание парамагнитного силителя заданного диапазона, и вычислить вероятности переходов для сновного и вспомогательного излучений.

1. СПИН-ГАМИЛЬТОНИАН И НЕЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ

Парамагнитные свойства иона Fe^{3+}, введенного в кристаллическую ре-етку Al_2O_3, определяются тригональной и кубической составляющими лектрического поля, создаваемого в месте расположения этого иона окта-дром ионов кислорода. При этом существуют два типа октаэдров, соот-етствующих двум возможным положениям иона Fe^{3+} в элементарной чейке. Оси тригональной симметрии для обоих типов октаэдров совпа-ают и образуют направление (111) в системе кубических осей, а ку-ические оси, соответствующие разным октаэдрам, повернуты относитель-о друг друга на 60° вокруг тригональной оси. Поэтому при произвольной заимной ориентации внешнего магнитного поля, тригональной оси и куби-еских осей ионы Fe^{3+} образуют две системы магнитно неэквивалентных онов, отличающихся ориентацией кубических осей. Эксперимент пока-ывает [3,4], что при любой ориентации магнитного поля относительно ригональной оси спектры обеих систем могут быть совмещены поворотом ристалла вокруг тригональной оси, т. е. выбором ориентации кубических сей относительно магнитного поля. Выясним условия, при которых это меет место.

Расщепление спиновых уровней иона Fe^{3+} в корунде интерпретируется ри помощи спин-гамильтониана вида

$$\hat{\mathcal{H}} = g\beta\,\vec{H}\,\hat{\vec{S}} + \frac{a}{6}\left[\hat{S}_\xi^4 + \hat{S}_\eta^4 + \hat{S}_\zeta^4 - \frac{1}{5}S\,(S+1)(3S^2+3S-1)\right] +$$
$$+ D\left[\hat{S}_z^2 - \frac{1}{3}S\,(S+1)\right] + \frac{1}{180}F\left[35\,\hat{S}_z^4 - 30\,S\,(S+1)\,\hat{S}_z^2 + \right.$$
$$\left. + 25\,\hat{S}_z^2 - 6\,S\,(S+1) + 3\,S^2(S+1)^2\right], \qquad (1)$$

де S — эффективный спин ($S = 5/2$); $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$, $\hat{S}_z$ — операторы проекций пина на оси системы координат, для которой ось z совпадает с тригональ-ой осью симметрии кристаллического поля; $\hat{S}_\xi$, $\hat{S}_\eta$, $\hat{S}_\zeta$ — операторы про-

екций спина в кубической системе координат; $\vec{H}$ — вектор внешнего ма нитного поля; g — фактор спектроскопического расщепления; β — ма нетон Бора; D, F — константы электрических кристаллических полей тр гональной симметрии 2-го и 4-го порядков соответственно; a — констант электрического поля кубической симметрии. Константы спин-гамильтони ана зависят от температуры и при 4,2° К имеют следующие значени $D = 0{,}1719\ см^{-1}$, $a - F = 0{,}0339\ см^{-1}$, $|a| = 0{,}0224\ см^{-1}$, $g = 2{,}003$ [4

Для спин-гамильтониана вида (1) влияние кубического поля на угл вую зависимость спектра в сильных магнитных полях определяется вел чиной параметра $p = l^2m^2 + l^2n^2 + m^2n^2$, где l, m, n — направляющ косинусы магнитного поля в кубических осях [6]. Выберем систему коорд нат, для которой магнитное поле лежит в плоскости zox. Если угол межд магнитным полем и тригональной осью равен α, то направляющие косин сы магнитного поля в осях x, y, z равны $l_0 = \sin\alpha$, $m_0 = 0$, $n_0 = \cos$ Ориентация кубических осей характеризуется углами Эйлера θ_i, ψ $\varphi_i (i = 1,2)$, причем $\theta_1 = \theta_2$, $\varphi_1 = \varphi_2$, $\bar{\varphi}_2 = \psi_1 + 60°$.

При нашем выборе относительного расположения ξ_i, η_i, ζ_i и x, y, z φ_i = 225°, $\theta_i = 125°16'$ и направляющие косинусы магнитного поля в куб ческих осях равны

$$l = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\left(\cos\psi + \sqrt{\frac{1}{3}}\sin\bar{\psi}\right) - \sqrt{\frac{1}{3}}\cos\alpha,$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha\left(\cos\psi - \sqrt{\frac{1}{3}}\sin\psi\right) - \sqrt{\frac{1}{3}}\cos\alpha,$$

$$n = \sqrt{\frac{2}{3}}\sin\alpha\,\sin\psi - \sqrt{\frac{1}{3}}\cos\alpha.$$

Для параметра p получаем

$$p = \frac{1}{4}\sin^3\alpha + \frac{1}{3}\cos^4\alpha + \frac{5\sqrt{2}}{3}\sin^3\alpha\cos\alpha\sin 3\psi.$$

В параллельной ($\alpha = 0$) и перпендикулярной ($\alpha = 90°$) ориентаци p не зависит от ψ и все ионы магнитно эквивалентны. В промежуточн ориентациях при вращении кристалла вокруг тригональной оси спек каждой системы повторяется через 120°, а полный наблюдаемый спектр рез 60°. Условие совпадения спектров двух систем можно представи в виде

$$p(\psi) = p(\psi + 60°),$$

что с учетом (2) приводит к условию $\psi_0 = n\pi/3$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Нетру убедиться, что при этом плоскость zox, содержащая вектор магнитн поля, делит пополам двугранный угол, образованный плоскостями, про дящими через тригональную и одноименные кубические оси двух сист Таким образом эквивалентность ионов связана с наличием симмет в расположении кубических осей относительно плоскости, содержа тригональную ось и магнитное поле, и, следовательно, полученный вы результат справедлив при любой величине магнитного поля.

При совпадении спектров знак константы кубического поля не вли на результаты, и экспериментальные данные достаточны для проведе численных расчетов

2. ВЕКОВОЕ УРАВНЕНИЕ. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Вычислим матрицу спин-гамильтониана (1) в представлении, где ди нальны операторы $\hat{S}^2$, $\hat{S}_z$. Пользуясь трехмерной матрицей поворот $\theta = 125°16'$, $\varphi = 225°$, $\psi = 0$ и преобразуя составляющие спина в ку ческих осях по правилам преобразования составляющих вектора, мо

оказать, что в S_z-представлении матрица энергии имеет вид

$$\mathcal{H}_{ik} = \begin{Vmatrix} \left[\frac{10-b}{3}+\right. & \frac{\sqrt{5}}{2}h\sin\alpha & 0 & -ic & 0 & 0 \\ \left.+\frac{5}{2}h\cos\alpha\right] & & & & & \\ \frac{\sqrt{5}}{2}h\sin\alpha & \left[-\frac{2}{3}+b+\right. & \sqrt{2}\,h\sin\alpha & 0 & 0 & 0 \\ & \left.+\frac{3}{2}h\cos\alpha\right] & & & & \\ 0 & \sqrt{2}\,h\sin\alpha & \left[-\frac{8+2b}{3}+\right. & \frac{3}{2}h\sin\alpha & 0 & ic \\ & & \left.+\frac{1}{2}h\cos\alpha\right] & & & \\ ic & 0 & \frac{3}{2}h\sin\alpha & \left[-\frac{8+2b}{3}-\right. & \sqrt{2}\,h\sin\alpha & 0 \\ & & & \left.-\frac{h}{2}\cos\alpha\right] & & \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}\,h\sin\alpha & \left[-\frac{2}{3}+b-\right. & \frac{\sqrt{5}}{2}h\sin\alpha \\ & & & & \left.-\frac{3}{2}h\cos\alpha\right] & \\ 0 & 0 & -ic & 0 & \frac{\sqrt{5}}{2}h\sin\alpha & \left[\frac{10-b}{3}-\right. \\ & & & & & \left.-\frac{5}{2}h\cos\alpha\right] \end{Vmatrix} \quad (3),$$

ге введены безразмерные величины $h = \frac{g\beta}{D}H$, $b = \frac{a-F}{D}$, $c = \frac{2}{3}\sqrt{5}\frac{a}{D}$.

Собственные значения являются корнями векового уравнения

$$|\mathcal{H}_{ik} - \varepsilon\delta_{ik}| = 0, \quad (4)$$

де $\varepsilon = E/D$.

При параллельной ($\alpha = 0$) и перпендикулярной ($\alpha = 90°$) ориентациях это уравнение распадается на ряд уравнений более низкого порядка. Так, в параллельной ориентации уравнение (4) распадается а два линейных и два квадратных уравнения, что позволяет получить ростые соотношения для собственных значений и волновых функций [7]. В перпендикулярной ориентации уравнение (4) распадается на два убических уравнения и может быть записано в виде (5)

$$\begin{vmatrix} \frac{10-b}{3}-\varepsilon & \frac{\sqrt{5}}{2}h & -ic \\ \frac{\sqrt{5}}{2}h & -\frac{2}{3}+b-\varepsilon & \sqrt{2}\,h \\ ic & \sqrt{2}\,h & \frac{3}{2}h-\frac{8+2b}{3}-\varepsilon \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{10-b}{3}-\varepsilon & \frac{\sqrt{5}}{2}h & -ic \\ \frac{\sqrt{5}}{2}h & -\frac{2}{3}+b-\varepsilon & \sqrt{2}\,h \\ ic & \sqrt{2}\,h & -\frac{3}{2}h-\frac{8+2b}{3}-\varepsilon \end{vmatrix} = 0.$$

В общем случае произвольной ориентации требуется численное решение уравнения 6-й степени. Раскрывая уравнение (4), можно убедиться, что его коэффициенты действительны.

Нами было проведено численное решение уравнения (4) в интервале $\alpha = 0 - 90°$, $h = 0-5{,}9$ с шагом $\Delta h = 0{,}1$, $\Delta\alpha = 5°$. Поведение энергетических уровней с изменением величины магнитного поля для $\alpha = 0$,

30, 60, 90° иллюстрируется рис. 2—5. В приложении приведены значен энергии спиновых уровней ε_i иона Fe^{3+} в корунде для семи ориента внешнего магнитного поля относительно тригональной оси крист ($\alpha = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90°$) с шагом $\Delta h = 0{,}2$ ($\Delta H = 364{,}5$ эрс).

Необходимо заметить, что при вычислениях к диагональным элем там матрицы (3) была прибавлена величина $\frac{63}{64}\frac{a-F}{D}+\frac{35}{12} = 3{,}1104$. Э сдвиг уровней необходимо учитывать при вычислении волновых функц

Авторы выражают благодарность А. М. Прохорову и Л. С. Корнее за интерес к работе и плодотворные дискуссии.

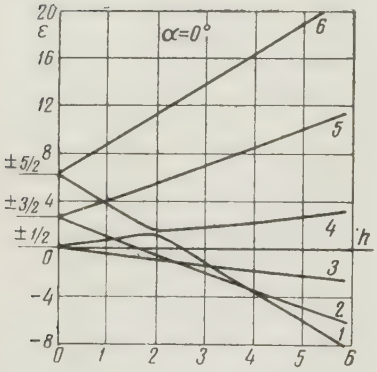


Рис. 2

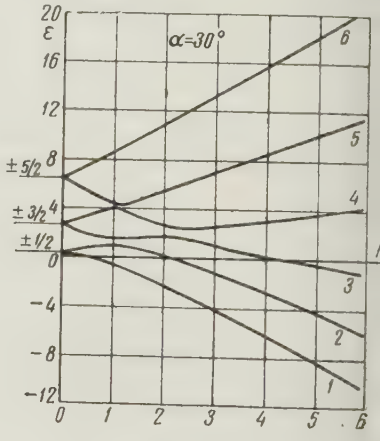


Рис. 3

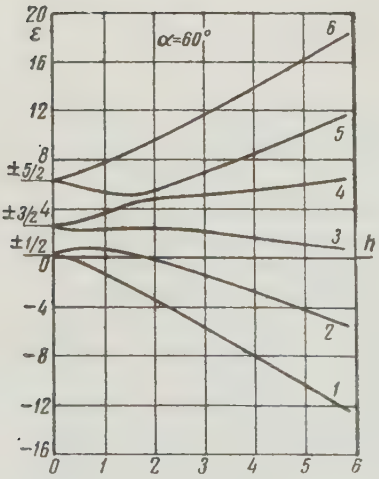


Рис. 4

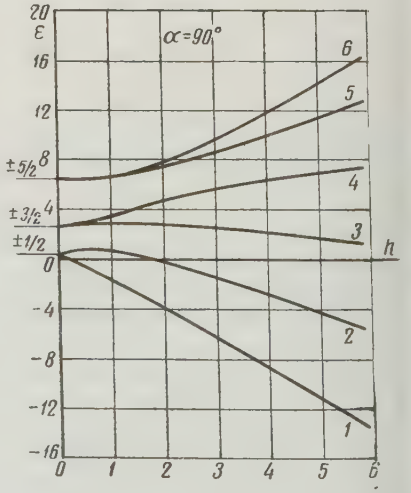


Рис. 5

Рис. 2. Схема энергетических уровней иона Fe^{3+} в корунде для $\alpha = 0°$

Рис. 3. Схема энергетических уровней иона Fe^{3+} в корунде для $\alpha = 30°$

Рис. 4. Схема энергетических уровней иона Fe^{3+} в корунде для $\alpha = 60°$

Рис. 5. Схема энергетических уровней иона Fe^{3+} в корунде для $\alpha = 90°$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Спиновые уровни иона Fe^{3+} в корунде

h	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6
			$\alpha = 0°$			
0,0	0,3126	0,3126	2,6413	2,6413	6,3784	6,3784
0,2	0,2070	0,4058	2,3413	2,9413	5,8853	6,8840
0,4	0,1075	0,5049	2,0413	3,2413	5,3861	7,3836
0,6	0,0078	0,6038	1,7413	3,5413	4,8872	7,8832
0,8	−0,0918	0,7024	1,4413	3,8413	4,3886	8,3828
1,0	−0,1915	0,8004	1,1413	3,8906	4,1413	8,8825
1,2	−0,2912	0,8413	0,8974	3,3936	4,4413	9,3823
1,4	−0,3910	0,5413	0,9926	2,8984	4,7413	9,8821
1,6	−0,4908	0,2413	1,0835	2,4075	5,0413	10,3819
1,8	−0,5906	−0,0587	1,1601	1,9309	5,3813	10,8817
2,0	−0,6905	−0,3587	1,1485	1,5425	5,6413	11,3815
2,2	−0,7903	−0,6587	0,8152	1,4758	5,9413	11,8814
2,4	−0,9587	−0,8902	0,3460	1,5450	6,2413	12,3812
2,6	−1,2587	−0,9901	−0,1431	1,6341	6,5413	12,8811
2,8	−1,5587	−1,0900	−0,6377	1,7287	6,8413	13,3810
3,0	−1,8587	−1,1898	−1,1344	1,8255	7,1413	13,8809
3,2	−2,1587	−1,6322	−1,2897	1,9233	7,4413	14,3808
3,4	−2,4587	−2,1307	−1,3897	2,0218	7,7413	14,8807
3,6	−2,7587	−2,6296	−1,4896	2,1206	8,0413	15,3806
3,8	−3,1287	−3,0587	−1,5895	2,2197	8,3413	15,8805
4,0	−3,6280	−3,3587	−1,6994	2,3190	8,6413	16,3805
4,2	−4,1274	−3,6587	−1,7894	2,4184	8,9413	16,8804
4,4	−4,6269	−3,9587	−1,8893	2,5179	9,2413	17,3803
4,6	−5,1265	−4,2587	−1,9892	2,6175	9,5413	17,8803
4,8	−5,6261	−4,5587	−2,0892	2,7172	9,8413	18,3802
5,0	−6,1258	−4,8587	−2,1891	2,8169	10,1413	18,8802
5,2	−6,6256	−5,1587	−2,2891	2,9166	10,4413	19,3801
5,4	−7,1253	−5,4587	−2,3890	3,0164	10,7413	19,8801
5,6	−7,6251	−5,7587	−2,4890	3,1162	11,0413	20,3800
5,8	−8,1249	−6,0587	−2,5889	3,2160	11,3413	20,8800
			$\alpha = 15°$			
0,2	0,1805	0,4276	2,3531	2,9324	5,9032	6,8679
0,4	0,0492	0,5443	2,0688	3,2255	5,4241	7,3528
0,6	−0,0888	0,6562	1,7904	3,5201	4,9478	7,8391
0,8	−0,2350	0,7607	1,5217	3,8158	4,4749	8,3266
1,0	−0,3913	0,8460	1,2764	4,0012	4,1173	8,8152
1,2	−0,5600	0,8385	1,1294	3,5406	4,4115	9,3047
1,4	−0,7437	0,6589	1,1613	3,0836	4,7095	9,7951
1,6	−0,9448	0,4338	1,2451	2,6364	5,0081	10,2861
1,8	−1,1652	0,2083	1,3301	2,2066	5,3071	10,7779
2,0	−1,4061	−0,0118	1,3778	1,8283	5,6063	11,2702
2,2	−1,6676	−0,2283	1,2175	1,6742	5,9059	11,7630
2,4	−1,9490	−0,4468	0,8721	1,7264	6,2056	12,2564
2,6	−2,2491	−0,6756	0,5181	1,8158	6,5055	12,7501
2,8	−2,5670	−0,9246	0,1932	1,9134	6,8055	13,2442
3,0	−2,9015	−1,2011	−0,0907	2,0138	7,1056	13,7387
3,2	−3,2520	−1,5057	−0,3323	2,1154	7,4058	14,2335
3,4	−3,6178	−1,8321	−0,5376	2,2175	7,7060	14,7287
3,6	−3,9981	−2,1716	−0,7159	2,3200	8,0063	15,2240
3,8	−4,3921	−2,5169	−0,8750	2,4225	8,3066	15,7197
4,0	−4,7989	−2,8630	−1,0209	2,5250	8,6070	16,2155
4,2	−5,2172	−3,2071	−1,1573	2,6275	8,9074	16,7116
4,4	−5,6460	−3,5479	−1,2869	2,7299	9,2078	17,2079
4,6	−6,0839	−3,8846	−1,4114	2,8322	9,5082	17,7043
4,8	−6,5298	−4,2174	−1,5321	2,9345	9,8086	18,2009
5,0	−6,9826	−4,5464	−1,6497	3,0366	10,1091	18,6977
5,2	−7,4412	−4,8719	−1,7650	3,1387	10,4095	19,1946
5,4	−7,9049	−5,1944	−1,8783	3,2407	10,7099	19,6917
5,6	−8,3729	−5,5143	−1,9901	3,3427	11,0104	20,1889
5,8	−8,8445	−5,8318	−2,1005	3,4445	11,3108	20,6862

ПРИЛОЖЕНИЕ (продолжение)

h	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6
			$\alpha = 30°$			
0,2	0,1251	0,4704	2,3873	2,9059	5,9557	6,8203
0,4	—0,0730	0,6149	2,1477	3,1786	5,5346	7,2620
0,6	—0,2881	0,7343	1,9295	3,4574	5,1228	7,7088
0,8	—0,5204	0,8151	1,7469	3,7408	4,7221	8,1602
1,0	—0,7699	0,8316	1,6252	4,0244	4,3378	8,6156
1,2	—1,0366	0,7615	1,5850	3,9521	4,3281	9,0746
1,4	—1,3199	0,6185	1,6093	3,6015	4,6185	9,5369
1,6	—1,6191	0,4335	1,6613	3,2734	4,9136	10,0019
1,8	—1,9332	0,2255	1,7110	2,9811	5,2108	10,4696
2,0	—2,2614	0,0022	1,7307	2,7444	5,5093	10,9396
2,2	—2,6027	—0,2338	1,6883	2,5924	5,8088	11,4116
2,4	—2,9561	—0,4817	1,5688	2,5390	6,1092	11,8856
2,6	—3,3208	—0,7413	1,3961	2,5594	6,4102	12,3612
2,8	—3,6960	—1,0120	1,2027	2,6200	6,7116	12,8384
3,0	—4,0810	—1,2928	1,0073	2,7008	7,0134	13,3171
3,2	—4,4751	—1,5823	0,8177	2,7919	7,3155	13,7970
3,4	—4,8775	—1,8791	0,6366	2,8886	7,6178	14,2781
3,6	—5,2877	—2,1817	0,4645	2,9890	7,9202	14,7603
3,8	—5,7050	—2,4887	0,3009	3,0912	8,2228	15,2435
4,0	—6,1290	—2,7989	0,1449	3,1946	8,5254	15,7277
4,2	—6,5589	—3,1114	—0,0044	3,2987	8,8281	16,2127
4,4	—6,9944	—3,4253	—0,1480	3,4033	9,1308	16,6984
4,6	—7,4350	—3,7400	—0,2866	3,5080	9,4334	17,1849
4,8	—7,8802	—4,0552	—0,4210	3,6129	9,7361	17,6721
5,0	—8,3295	—4,3704	—0,5518	3,7177	10,0388	18,1599
5,2	—8,7827	—4,6854	—0,6794	3,8225	10,3414	18,6483
5,4	—9,2394	—5,0001	—0,8043	3,9273	10,6440	19,1371
5,6	—9,6993	—5,3143	—0,9268	4,0319	10,9465	19,626
5,8	—10,1620	—5,6280	—1,0473	4,1364	11,2490	20,116
			$\alpha = 45°$			
0,2	0,0671	0,5113	2,4405	2,8632	6,0385	6,7442
0,4	—0,2009	0,6729	2,2673	3,1022	5,7075	7,1158
0,6	—0,4932	0,7791	2,1316	3,3554	5,3937	7,4981
0,8	—0,8062	0,8155	2,0453	3,6202	5,0996	7,8903
1,0	—1,1372	0,7759	2,0123	3,8935	4,8292	8,2911
1,2	—1,4837	0,6695	2,0203	4,1663	4,5924	8,6998
1,4	—1,8439	0,5149	2,0476	4,3014	4,5290	9,1157
1,6	—2,2160	0,3276	2,0745	4,1498	4,7909	9,5379
1,8	—2,5986	0,1176	2,0868	4,0069	5,0861	9,9660
2,0	—2,9908	—0,1092	2,0755	3,9019	5,3878	10,3995
2,2	—3,3913	—0,3493	2,0367	3,8381	5,6928	10,8377
2,4	—3,7995	—0,6003	1,9712	3,8131	5,9999	11,2803
2,6	—4,2145	—0,8605	1,8835	3,8209	6,3084	11,7270
2,8	—4,6359	—1,1284	1,7796	3,8545	6,6177	12,1774
3,0	—5,0629	—1,4029	1,6649	3,9072	6,9276	12,6308
3,2	—5,4950	—1,6829	1,5438	3,9738	7,2377	13,0874
3,4	—5,9320	—1,9675	1,4192	4,0502	7,5480	13,5468
3,6	—6,3732	—2,2561	1,2932	4,1337	7,8583	14,0088
3,8	—6,8185	—2,5478	1,1670	4,2224	8,1685	14,4731
4,0	—7,2673	—2,8421	1,0415	4,3147	8,4785	14,9393
4,2	—7,7195	—3,1386	0,9169	4,4098	8,7883	15,4079
4,4	—8,1748	—3,4368	0,7936	4,5068	9,0978	15,8782
4,6	—8,6329	—3,7365	0,6716	4,6053	9,4070	16,3501
4,8	—9,0936	—4,0372	0,5510	4,7050	9,7160	16,8236
5,0	—9,5567	—4,3389	0,4318	4,8054	10,0247	17,2983
5,2	—10,0220	—4,6413	0,3137	4,9065	10,3330	17,7741
5,4	—10,4893	—4,9443	0,1969	5,0080	10,6411	18,2523
5,6	—10,9584	—5,2477	0,0812	5,1099	10,9489	18,7309
5,8	—11,4294	—5,5514	—0,0335	5,2121	11,2564	19,2106

ПРИЛОЖЕНИЕ (продолжение)

h	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6
			$\alpha = 60°$			
0,2	0,0189	0,5422	2,5080	2,8063	6,1452	6,6441
0,4	—0,3067	0,7099	2,4126	2,9992	5,9277	6,9221
0,6	—0,6605	0,7949	2,3609	3,4181	5,7340	7,2173
0,8	—1,0356	0,7942	2,3507	3,4607	5,5664	7,5284
1,0	—1,4271	0,7195	2,3681	3,7221	5,4280	7,8541
1,2	—1,8316	0,5897	2,3951	3,9948	5,3233	8,1934
1,4	—2,2466	0,4214	2,4178	4,2665	5,2605	8,5452
1,6	—2,6704	0,2262	2,4267	4,5145	5,2580	8,9086
1,8	—3,1014	0,0114	2,4216	4,7011	5,3493	9,2827
2,0	—3,5387	—0,2180	2,3986	4,8081	5,5483	9,6666
2,2	—3,9815	—0,4590	2,3598	4,8699	5,8160	10,0595
2,4	—4,4289	—0,7092	2,3072	4,9201	6,1147	10,4608
2,6	—4,8805	—0,9669	2,2430	4,9723	6,4271	10,8697
2,8	—5,3358	—1,2308	2,1695	5,0306	6,7457	11,2856
3,0	—5,7944	—1,4999	2,0887	5,0954	7,0671	11,7078
3,2	—6,2559	—1,7733	2,0022	5,1662	7,3895	12,1360
3,4	—6,7201	—2,0505	1,9114	5,2422	7,7121	12,5695
3,6	—7,1866	—2,3307	1,8174	5,3225	8,0343	13,0079
3,8	—7,6553	—2,6137	1,7209	5,4064	8,3558	13,4507
4,0	—8,1260	—2,8989	1,6225	5,4931	8,6764	13,8976
4,2	—8,5985	—3,1861	1,5229	5,5822	8,9960	14,3483
4,4	—9,0727	—3,4749	1,4222	5,6732	9,3146	14,8023
4,6	—9,5483	—3,7652	1,3208	5,7657	9,6322	15,2595
4,8	—10,0253	—4,0568	1,2189	5,8596	9,9488	15,7195
5,0	—10,5036	—4,3494	1,1167	5,9545	10,2644	16,1821
5,2	—10,9831	—4,6429	1,0142	6,0503	10,5792	16,6471
5,4	—11,4637	—4,9373	0,9115	6,1469	10,8930	17,1143
5,6	—11,9453	—5,2324	0,8087	6,2440	11,2061	17,5835
5,8	—12,4278	—5,5281	0,7059	6,3416	11,5184	18,0546
			$\alpha = 75°$			
0,2	—0,0125	0,5611	2,5838	2,7381	6,2680	6,5262
0,4	—0,3755	0,7290	2,5677	2,8743	6,1775	6,6917
0,6	—0,7683	0,7975	2,5868	3,0544	6,1141	6,8802
0,8	—1,1820	0,7742	2,6232	3,2793	6,0793	7,0907
1,0	—1,6105	0,6802	2,6591	3,5392	6,0744	7,3222
1,2	—2,0501	0,5370	2,6843	3,8181	6,1014	7,5740
1,4	—2,4981	0,3599	2,6953	4,1000	6,1625	7,8451
1,6	—2,9528	0,1590	2,6916	4,3719	6,2603	8,1346
1,8	—3,4129	—0,0591	2,6744	4,6236	6,3969	8,4418
2,0	—3,8774	—0,2903	2,6449	4,8491	6,5726	8,7658
2,2	—4,3455	—0,5317	2,6048	5,0469	6,7845	9,1057
2,4	—4,8168	—0,7811	2,5556	5,2193	7,0271	9,4606
2,6	—5,2907	—1,0371	2,4989	5,3711	7,2931	9,8294
2,8	—5,7668	—1,2985	2,4357	5,5075	7,5757	10,2112
3,0	—6,2450	—1,5644	2,3672	5,6328	7,8693	10,6048
3,2	—6,7248	—1,8341	2,2942	5,7505	8,1698	11,0092
3,4	—7,2063	—2,1070	2,2175	5,8628	8,4743	11,4234
3,6	—7,6890	—2,3827	2,1378	5,9714	8,7811	11,8463
3,8	—8,1730	—2,6608	2,0554	6,0775	9,0888	12,2769
4,0	—8,6581	—2,9409	1,9708	6,1817	9,3967	12,7145
4,2	—9,1441	—3,2229	1,8844	6,2847	9,7044	13,1583
4,4	—9,6311	—3,5065	1,7964	6,3868	10,0117	13,6074
4,6	—10,1188	—3,7914	1,7070	6,4882	10,3184	14,0614
4,8	—10,6073	—4,0776	1,6165	6,5892	10,6244	14,5196
5,0	—11,0964	—4,3649	1,5250	6,6897	10,9298	14,9815
5,2	—11,5861	—4,6532	1,4327	6,7901	11,2346	15,4468
5,4	—12,0764	—4,9424	1,3396	6,8902	11,5388	15,9150
5,6	—12,5672	—5,2323	1,2458	6,9902	11,8425	16,3858
5,8	—13,0585	—5,5230	1,1515	7,0900	12,1457	16,8590

ПРИЛОЖЕНИЕ (продолжение)

h	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6
			$\alpha = 90°$			
0,4	—0,3992	0,7348	2,6942	2,7587	6,4381	6,4381
0,6	—0,8054	0,7973	2,7343	2,9286	6,5041	6,5059
0,8	—1,2321	0,7665	2,7693	3,1639	6,5953	6,6018
1,0	—1,6731	0,6664	2,7944	3,4393	6,7111	6,7266
1,2	—2,1244	0,5187	2,8074	3,7312	6,8494	6,8824
1,4	—2,5835	0,3387	2,8078	4,0225	7,0080	7,0711
1,6	—3,0485	0,1359	2,7961	4,3022	7,1848	7,2943
1,8	—3,5183	—0,0835	2,7733	4,5633	7,3774	7,5526
2,0	—3,9919	—0,3153	2,7406	4,8026	7,5837	7,8450
2,2	—4,4685	—0,5568	2,6991	5,0199	7,8017	8,1693
2,4	—4,9477	—0,8060	2,6502	5,2164	8,0299	8,5220
2,6	—5,4291	—1,0615	2,5949	5,3950	8,2666	8,8989
2,8	—5,9123	—1,3220	2,5341	5,5583	8,5106	9,2961
3,0	—6,3971	—1,5869	2,4686	5,7093	8,7609	9,7099
3,2	—6,8832	—1,8553	2,3990	5,8504	9,0165	10,1374
3,4	—7,3705	—2,1269	2,3261	5,9835	9,2768	10,5757
3,6	—7,8588	—2,4011	2,2501	6,1104	9,5411	11,0230
3,8	—8,3481	—2,6776	2,1717	6,2324	9,8088	11,4776
4,0	—8,8382	—2,9561	2,0910	6,3503	10,0795	11,9382
4,2	—9,3289	—3,2364	2,0085	6,4651	10,3528	12,4037
4,4	—9,8203	—3,5182	1,9242	6,5773	10,6285	12,8733
4,6	—10,3123	—3,8014	1,8385	6,6875	10,9062	13,3463
4,8	—10,8048	—4,0859	1,7516	6,7959	11,1856	13,8223
5,0	—11,2979	—4,3714	1,6635	6,9030	11,4667	14,3008
5,2	—11,7912	—4,6579	1,5744	7,0089	11,7492	14,7814
5,4	—12,2850	—4,9454	1,4844	7,1139	12,0330	15,2638
5,6	—12,7792	—5,2336	1,3936	7,2181	12,3179	15,7478
5,8	—13,2737	—5,5225	1,3022	7,3217	12,6039	16,2332

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, 1959, **36**, 919.
2. J. E. King, R. W. Terhune, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 1844.
3. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, 1957, **33**, 805.
4. G. S. Bogle, H. F. Symmons, Proc. Phys. Soc., 1959, **73**, 531.
5. N. Bloembergen, S. Shapiro, P. S. Pershan, J. O. Artma Phys. Rev., 1959, **114**, 445.
6. B. Bleaney, R. S. Trenam, Proc. Roy. Soc., A, 1954, **223**, 1.
7. В. М. Винокуров, М. М. Зарипов, Н. Р. Яфаев, ЖЭТФ, 1959, 312.

Поступила в редакцию
29 III 1960

1961 № 5

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ ДАЛЬНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ЗАДАННОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ ПОМЕХАХ ПРОИЗВОЛЬНОГО СПЕКТРА

Ф. И. Хайтун

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Когда передача импульсных радиосигналов сопровождается помехами, имеющими остоянную спектральную плотность в рабочем диапазоне частот (например, флуктуационные шумы в ламповом приемнике), предельная дальность, достигаемая при птимальных условиях приема сигнала, определяется энергией излучаемого импульса 1]. Никакие преобразования излучаемого импульса заданной энергии не могут увеичить эту предельную дальность, соответствующую обеспечению требуемой величины гношения сигнал/помеха на приемной стороне. Однако помехи, воздействующие а приемник, могут иметь и неравномерную спектральную плотность (например, шумы олупроводниковых усилителей, некоторые внешние мешающие воздействия).

В статье показано, что при наличии помех неравномерного спектра дальность ередачи можно увеличить путем рационального формирования излучаемых импульсов ри постоянной их энергии (соответственно при неизменной средней мощности перетатчика для заданной частоты повторения импульсов).

Кратко рассмотрен также случай передачи световых (оптических) импульсных игналов, имеющий существенные отличия, связанные с особенностями преобразования световых сигналов в электрические.

2. ВЫВОД ОБЩЕГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИ ДОСТИЖИМОГО УЛУЧШЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ПОМЕХА И УВЕЛИЧЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ ПЕРЕДАЧИ

Пусть нужно передать радиосигнал в виде импульса, характеризуемого некоторой ункцией $f_1(t)$, которая представляет собой зависимость мгновенного значения мощности излучения от времени. Пусть далее исходный импульс излучения тем или иным пособом преобразуется так, что при неизменных энергии и форме импульса его амплитуда изменяется в λ раз, а длительность — в $1/\lambda$ раз.

Нетрудно показать, что в этом случае преобразованный импульс описывается ункцией

$$f_2(t) = \lambda f_1(\lambda t). \tag{1}$$

В приемной антенне импульсы излучения индуктируют импульсы напряжения гока), которые мы и рассматриваем далее, введя для исходного и преобразованного мпульсов обозначения $x_1(t)$ и $x_2(t)$ соответственно.

Напряжение сигнала, возникающее в приемной антенне, пропорционально наряженности поля, т. е. корню квадратному из мощности электромагнитной волны. оэтому если излучаемый импульс претерпевает преобразование (1), то соответствующие импульсы напряжения (или тока) сигнала в приемной антенне будут связаны соотношением

$$x_2(t) = \sqrt{\lambda}\, x_1(\lambda t). \tag{2}$$

Поставим перед собой задачу определить теоретически достижимую величину улучшения отношения сигнал/помеха при рассматриваемом преобразовании излучаемого импульса в случае помехи с произвольным законом распределения спектральной лотности. Будем исходить из того, что передаточная функция (частотная характеристика) приемного усилителя выбирается каждый раз оптимальной для данного имульсного сигнала и что на выходе усилителя обеспечивается максимально возможное отношение (M) пиковой величины сигнала к среднеквадратичному значению помехи.

Максимальную величину отношения сигнал/помеха можно представить в виде [2]

$$M = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\infty [\Phi^2(\omega)/G(\omega)]\, d\omega}, \tag{3}$$

де $\Phi(\omega)$ — спектр амплитуд сигнала; $G(\omega)$ — энергетический спектр помехи.

Мы имеем в виду такие сочетания спектров рабочего сигнала и помехи, при кот рых интеграл в (3) является сходящимся.

Определим теперь, как изменится величина M в случае, если входной импул сигнала претерпевает преобразование (2).

На основании (3) величину, характеризующую относительное изменение оти шения сигнал/помеха, можно представить в виде

$$\frac{M_2}{M_1} = \alpha = \sqrt{\frac{\int_0^\infty [\Phi_2^2(\omega)/G(\omega)]\,d\omega}{\int_0^\infty [\Phi_1^2(\omega)/G(\omega)]d\omega}}, \qquad (4)$$

где M_1 и M_2 — максимально достижимые отношения сигнал/помеха для импульсо $x_1(t)$ и $x_2(t)$ соответственно; $\Phi_1(\omega)$ и $\Phi_2(\omega)$ — спектры амплитуд импульсов $x_1(t)$ $x_2(t)$.

Назовем величину α эффективностью преобразования. Так как спектр функц $x_1(\lambda t)$ есть $\frac{1}{\lambda}\Phi_1\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)$, то с учетом (2) спектр преобразованного импульса получит в ражение

$$\Phi_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\,\Phi_1\left(\frac{\omega}{\lambda}\right). \qquad (5)$$

Из (4) и (5) после элементарных преобразований найдем

$$\alpha = \sqrt{\beta}, \qquad (6)$$

где

$$\beta = \frac{\int_0^\infty [\Phi_1^2(\omega)/G(\lambda\omega)]d\omega}{\int_0^\infty [\Phi_1^2(\omega)/G(\omega)]d\omega}. \qquad (7)$$

Таково общее выражение для эффективности преобразования импульсных сигнал

При $\alpha > 1$ отношение сигнал/помеха улучшается, что позволяет увеличить п дельную дальность передачи. Когда плотность потока электромагнитной мощно уменьшается пропорционально квадрату расстояния до передатчика, напряженно магнитного и электрического полей и, соответственно, напряжение сигнала в приемн убывают пропорционально первой степени этого расстояния.

При этом выигрыш в величине предельного расстояния определяется соотношени

$$\gamma = \frac{D_2}{D_1} = \alpha = \sqrt{\beta},$$

где D_1 и D_2 — соответственно предельные дальности передачи при исходном и пре разованном сигналах.

3. РАСЧЕТ ВОЗМОЖНОГО УВЕЛИЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ПОМЕХА ПРИ ПЕРЕДА РАДИОИМПУЛЬСОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПИЧНЫХ СПЕКТРОВ ПОМЕХ

Рассмотрим случай помехи, энергетический спектр которой имеет вид

$$G(\omega) = \frac{1}{a^n + \omega^n},$$

где $a = \text{const}$.

С учетом (7) найдем

$$\beta = \frac{a^n m_0 + \lambda^n m_n}{a^n m_0 + m_n}, \qquad (8)$$

где

$$m_0 = \int_0^\infty \Phi_1^2(\omega)\,d\omega; \qquad (9)$$

$$m_n = \int_0^\infty \Phi_1^2(\omega)\,\omega^n\,d\omega. \qquad (10)$$

обозначив

$$q = \frac{m_n}{m_0}, \tag{13}$$

основании (6) и (10) найдем

$$\alpha = \sqrt{\frac{a^n + \lambda^n q}{a^n + q}}. \tag{14}$$

При $n = 0$, что соответствует случаю «белого» шума ($G(\omega)$=const), мы получаем $\equiv 1$ (это следует и непосредственно из (6) и (7)), т. е. приходим к известному вы-оду о невозможности улучшить максимальное отношение сигнал/шум за счет преобразований подобия излучаемого радиоимпульса заданной энергии.

При $n > 1$, т. е. в случае помехи с бывающей спектральной плотностью, начение $\alpha > 1$ достигается при $\lambda > 1$. ными словами, увеличение отношения игнал/помеха (и дальности передачи) десь можно получить путем увеличения амплитуды и соответствующего сокращения длительности импульса излучения. При этом эффективность преобразования импульсного сигнала возрастает с величением показателя степени n.

n	$G(\omega)$	q	α
1	$\frac{1}{a + \omega}$	$b\sqrt{2/\pi} \simeq 0{,}8b$	$\sqrt{\frac{a - 0{,}8\lambda b}{a + 0{,}8b}}$
2	$\frac{1}{a^2 + \omega^2}$	b^2	$\sqrt{\frac{a^2 + \lambda^2 b^2}{a^2 + b^2}}$

Величина q в (14) определяется формой рабочего импульса. При $a = 0$, т. е. случае помехи вида $G(\omega) = 1/\omega^n$, мы получаем $\alpha = \lambda^{\frac{n}{2}}$ независимо от формы импульного сигнала. В частности, для помехи с энергетическим спектром $G(\omega) = 1/\omega$, которым принято характеризовать шумы полупроводникового типа [4], имеем $\alpha = \sqrt{\lambda}$.

Определим теперь в качестве примера величину α применительно к помехе вида 9) и рабочему сигналу «колокольной» формы:

$$x_1(t) = e^{-b^2 t^2}.$$

Спектр сигнала имеет вид [3]

$$\Phi_1(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{b} e^{-\frac{\omega^2}{4b^2}}.$$

Вычисляя величины m_0 и m_n в соответствии с (11), (12) и учитывая (13), найдем

$$q = \frac{2^{\frac{n}{2}} b^n}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right),$$

де Γ — гамма-функция.

Подставляя полученное значение q в (14), определим интересующую нас величину ффективности преобразования α.

В таблице приведены результаты вычислений эффективности преобразования для вух типичных спектров помех.

4. Случай передачи на расстояние оптических импульсных сигналов

Большинство приемников световой энергии (например, фотоэлементы с внешим фотоэффектом, фотосопротивления) осуществляют в рабочем диапазоне линейное реобразование светового потока (лучистой мощности) в ток или напряжение сигнала. ледовательно, напряжение сигнала на входе фотоэлектрического усилителя пропорционально первой степени лучистой мощности, а не корню квадратному из мощности, как это имеет место при приеме радиосигналов.

В соответствии с этим, если импульс светового излучения претерпевает преобразование (1), то преобразованный и исходный электрические импульсы сигнала на ходе приемного усилителя будут связаны уравнением

$$x_2(t) = \lambda x_1(\lambda t). \tag{15}$$

Вывод, аналогичный проделанному выше, приводит к следующему выражению для ффективности преобразования α_1 импульсных световых сигналов:

$$\alpha_1 = \sqrt{\lambda\beta} = \alpha\sqrt{\lambda}, \tag{16}$$

где α и β по-прежнему определяются выражениями (6) и (7). Так, например, для помехи с постоянной спектральной плотностью имеем

$$\alpha_1 = \sqrt{\lambda},$$

что соответствует результату, полученному в [5], и свидетельствует о возможности повысить предельную дальность передачи световых импульсов заданной энергии при наличии белых шумов путем увеличения интенсивности и одновременного соответствующего сокращения длительности лучистых импульсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Сифоров, О влиянии помех на прием импульсных радиосигналов, Радиотехника, 1946, **1**, 1,5.
2. B. M. Dwork, Detection of a pulse superposed on fluctuation noise, Proc. I. R. E. 1950, **38**, 7,771.
3. А. А. Харкевич, Спектры и анализ, ГИТТЛ, 1957.
4. А. Ван-дер-Зил, Флуктуации в радиотехнике и физике, ГЭИ, 1958.
5. Ф. И. Хайтун, Б. Е. Смолянский, О возможности увеличения дальности передачи импульсных световых сигналов, Оптико-механическая промышленность 1957, 3,13.

Поступило в редакцию
21 IV 1960

МЕТОД ИДЕАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЯ

Б. А. Дубинский

Анализ ошибок идеального приемника (в смысле Котельникова, см. [1]), проделанный в работе [2], подсказал один способ измерения параметров колебаний, искаженных аддитивной гауссовой помехой. Для краткости изложения опишем этот способ без предварительных обоснований, а затем докажем, что он является идеальным в указанном выше смысле.

В общем случае предлагаемая обработка искаженного сигнала идеальна только при условии, что колебание является линейной функцией параметров, т. е. имеет вид

$$L(\lambda; t) = L(\lambda_1; \lambda_2; \ldots; \lambda_n; t) = D_0(t) + \sum_{i=1}^{n} D_i(t)\,\lambda_i,$$

где $L(\lambda; t)$ — истинный сигнал, известная функция времени и n параметров $\lambda_1; \lambda_2; \ldots; \lambda_n$; $D_0(t); D_1(t); \ldots; D_n(t)$ — известные функции времени, не зависящие от параметров λ_i.

Колебание $L(\lambda; t)$ имеет конечную длительность от t_1 до t_2, вне этого интервала колебание тождественно равно нулю. Предполагается, что параметры сигнала могут равновероятно принимать любые значения в некоторых пределах.

Сигнал на входе приемника обозначим через $x(t)$:

$$x(t) = L(\lambda; t) + w(t),$$

где $w(t)$ — помеха — реализация случайного гауссового процесса с известным энергетическим спектром $\sigma^2(\omega)$.

Обработка сигнала $x(t)$ заключается в следующем.

1. Образуется разностный сигнал $\Delta x(t)$:

$$\Delta x(t) = x(t) - D_0(t).$$

Затем этот сигнал пропускается через фильтр с частотной характеристикой

$$Y(\omega) = \frac{1}{\sigma(\omega)}.$$

Фазовая характеристика несущественна.

Сигналы на выходе фильтра (4) будем обозначать тем же символом, что и на входе, но с чертой сверху.

2. Далее сигнал $\overline{\Delta x(t)}$ подается на вход n-канального устройства, в каждом канале которого производится перемножение $\overline{\Delta x(t)}$ с соответствующим колебанием $D_i(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ и интегрирование этого произведения в течение интервала от $t_2 + \tau$, где τ — длительность отклика фильтра (4). На выходе каналов получаются

величины

$$V_i = \int_{t_1}^{t_2+\tau} \overline{\Delta x(t)}\,\overline{D_i(t)} \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

3. Заключительным этапом обработки сигнала является решение системы из n линейных уравнений

$$V_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij}\lambda_{j0} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{5}$$

Коэффициенты p_{ij} вычисляются заранее по формулам

$$p_{ij} = \int_{t_1}^{t_2+\tau} \overline{D_i(t)}\,\overline{D_j(t)}\,dt \quad (i, j = 1, 2, \ldots, n).$$

В результате решения системы уравнений получаются значения оценок искомых параметров λ_{i0} $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

В частном случае, когда $p_{ij} \equiv 0$ при $i \neq j$ (все $D_i(t)$ — взаимно ортогональны), оценки параметров находятся по формулам

$$\lambda_{i0} = \frac{V_i}{p_{ii}} \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Другими словами, выход вышеупомянутых каналов может быть отградуирован непосредственно в значениях соответствующих параметров.

Полученные оценки параметров λ_{i0} отличаются от истинных значений параметров λ_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ на величину ошибки

$$\delta\lambda_i = \lambda_{i0} - \lambda_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Докажем теперь, что ошибки параметров $\delta\lambda_i$ при описанном выше способе обработки (измерения) будут равны ошибкам идеального приемника.

Для этого представим сигнал $x(t)$ в виде (см. [1] и [2])

$$x(t) = D_0(t) + \sum_{i=1}^{n} D_i(t)\,\lambda_i + w(t)$$

и произведем над ним операции согласно пунктам 1 и 2. В результате получим

$$V_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij}\lambda_j + v_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{6}$$

где

$$v_i = \int_{t_1}^{t_2+\tau} \overline{w(t)}\,\overline{D_i(t)}\,dt.$$

Из (6) следует, что истинные значения параметров λ_i находятся как решение системы уравнений

$$V_i - v_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij}\lambda_j \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{7}$$

На основании (5) и (7) нетрудно убедиться, что

$$v_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij}\delta\lambda_j \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{8}$$

Система уравнений (8) однозначно определяет ошибки параметров $\delta\lambda_i$ (при фиксированной помехе $w(t)$).

Сравнивая (8) с аналогичной системой уравнений, определяющей ошибки оценки параметров идеальным приемником (см. [2]), видим, что эти системы уравнений тождественны; следовательно, предложенный способ измерения параметров колебания — идеальный, т. е. реализует потенциальную помехоустойчивость.

В заключение заметим, что возможное практическое применение предложенной обработки не ограничивается только случаем линейной зависимости колебания от параметров, но может быть распространено и на случай, когда эта зависимость не-

линейна, при условии, что предварительно известны грубые значения параметров (например, в результате предварительной грубой обработки). При этом предложенная выше обработка сигнала должна лишь дать поправки к грубым значениям параметров. При такой постановке задачи роль искомых параметров будут играть поправки, а колебание может быть представлено в виде (1). Действительно, пусть $A(\lambda;\ t)$ — колебание, нелинейно зависящее от параметров $\lambda_1; \lambda_2; \ldots; \lambda_n$, и пусть λ'_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ — грубые значения параметров; тогда, разлагая это колебание в ряд Тейлора по параметрам и опуская в этом ряду члены, начиная со второго порядка, получим следующее выражение:

$$A(\lambda; t) = A(\lambda'; t) + \sum_{i=1}^{n} F_i(t)\,\Delta'\lambda_i = B(\Delta\lambda; t),$$

где

$$F_i(t) = \left[\frac{\partial A(\lambda; t)}{\partial \lambda_i}\right]_{\lambda = \lambda'} \qquad (9)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.\ \Delta\lambda_i = \lambda'_i - \lambda_i .$$

Колебание $B(\Delta\lambda;\ t)$ является линейной аппроксимацией колебания $A(\lambda;\ t)$ отвечает виду (1); следовательно, его параметры (поправки $\Delta\lambda_i$) могут быть оценены идеальным образом по предложенному способу.

Допустимость линейной аппроксимации (9) зависит от свойств колебания $A(\lambda;$ как функции параметров и от точности грубых значений параметров, т. е. от величин $\Delta\lambda_i$. Заметим, что в случае, когда значения параметров будут слишком грубыми, после определения поправок можно уточнить эти грубые значения, получить новую линейную аппроксимацию колебания и произвести второе уточнение параметров, применяя тот же способ обработки. Так можно повторять уточнение параметров несколько раз. Получаемый при этом процесс последовательных приближений аналогичен известному процессу последовательных приближений, используемому в методе наименьших квадратов.

Выражаю благодарность В. И. Бунимовичу за ряд ценных советов, касающихся изложения настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Котельников, Теория потенциальной помехоустойчивости, ГЭИ, 195
2. Б. А. Дубинский, К вопросу о точности измерения параметров колебания, искаженного гауссовой помехой малой интенсивности, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 12, 1959.

Поступило в редакцию
28 VII 1960

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ЗАТУХАНИЕ *ТЕМ*-ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ВДОЛЬ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ

В. А. Сухов

Ниже изложен метод расчета характеристического сопротивления и затухания *ТЕМ*-волны в линии из прямоугольных проводников. Поскольку известно решение задачи о *ТЕМ*-волне в многопроводной линии с ленточными проводниками, лежащими

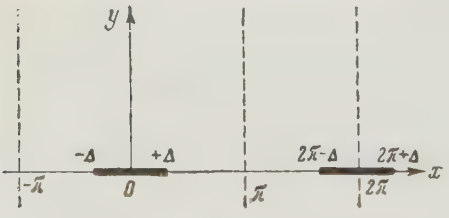


Рис. 1

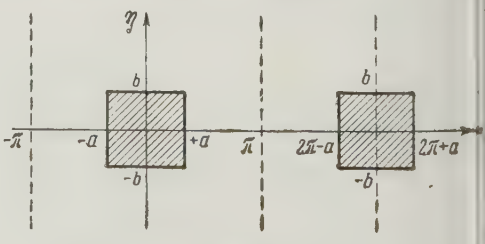


Рис. 2

в одной плоскости [1], то поставленная задача сводится к отысканию конформного преобразования, переводящего внешность этой линии на внешность многопроводной периодической линии, состоящей из прямоугольных проводников. Такое конформное преобразование, когда периоды обеих линий равны 2π, осуществляет функция $\xi + i\eta = f(x + jy)$, переводящая внешнюю область рис. 1 на внешнюю область рис.

ту функцию для $-\pi \leqslant x,\ \xi \leqslant \pi;\ 0 \leqslant y,\ \eta$ можно представить в следующем виде:

$$\xi + j\eta = C \int_0^{\sin\left(\frac{x+jy}{2}\right)} \frac{\sqrt{1-\varkappa^2 t^2}}{\sqrt{(1-k^2t^2)(1-t^2)}}\,dt + jb, \qquad (1)$$

де $\frac{1}{k} = \sin\frac{\Delta}{2};\ 0 < \frac{1}{\varkappa} < \frac{1}{k}$.

Учитывая, что $f\left(2\arcsin\frac{\pm 1}{\varkappa}\right) = jb \pm a$, $f(\pm\Delta) = \pm a$ и $f(\pm\pi) = \pm\pi$, можно олучить однопараметрические семейства кривых $a(\varkappa)$, $b(\varkappa)$ и $C(\varkappa)$ с параметром Δ з следующей системы уравнений:

$$a = C\frac{(\mu-\nu)}{\gamma\sqrt{l}}\left[(1-\varkappa^2\mu)\,F\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\frac{m}{l}}\right) + (\mu-\nu)\,\varkappa^2\Pi\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\frac{m}{l}};-\frac{1}{l}\right)\right].$$

$$\pi - a = C\frac{(\mu-\nu)}{\gamma\sqrt{l}}\left[(\varkappa^2\nu-1)\,F\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\frac{m}{l}}\right) + \varkappa^2(\mu-\nu)\,\Pi\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\frac{m}{l}};-m\right)\right].$$

$$b = 2C\frac{(\mu-\nu)}{\gamma\beta n}\left\{\left[\varkappa^2\mu - 1 - \varkappa^2\frac{(\mu-\nu)\sqrt[4]{ml}}{\sqrt[4]{ml}-1}\right]F\left(\frac{\pi}{2};\frac{1}{n^2}\right) + \right. \qquad (2)$$

$$\left. + 2\varkappa^2\frac{(\mu-\nu)\sqrt[4]{ml}}{\sqrt[4]{ml}-1}\,\Pi\left[\frac{\pi}{2};\frac{1}{n^2};-\left(\frac{\sqrt[4]{ml}-1}{\sqrt[4]{ml}+1}\right)^2\frac{1}{n^2}\right]\right\},$$

де $F\left(\frac{\pi}{2};k\right)$ и $\Pi\left(\frac{\pi}{2};k;n\right)$ — полные эллиптические интегралы первого и третьего рода, соответственно;

$$\mu,\ \nu = \frac{\varkappa^2 \pm \sqrt{(\varkappa^2-1)(\varkappa^2-k^2)}}{\varkappa^2k^2 + \varkappa^2 - k^2};$$

$$n = \left(\frac{1-\mu}{1-\nu}\right)^2;\quad l = \left(\frac{\mu}{\nu}\right)^2;\quad n = \frac{\sqrt[4]{l}+\sqrt[4]{m}}{\sqrt[4]{l}-\sqrt[4]{m}};$$

$$\gamma = \sqrt{(1-k^2\nu)(1-\nu)(1-\varkappa^2\nu)\,\nu};$$

$$\beta = \sqrt{l} - \sqrt{m},$$

В предельном случае, когда $a = 0$ (см. рис. 2), конформное преобразование приобретает простой вид:

$$\xi + j\eta = \arcsin\left[\frac{2\cos(x+jy)}{1+\cos\Delta} + \frac{1-\cos\Delta}{1+\cos\Delta}\right] - \frac{\pi}{2} \qquad (1')$$

и b определяется по формуле

$$b = \operatorname{arch}\frac{3-\cos\Delta}{1+\cos\Delta}. \qquad (2')$$

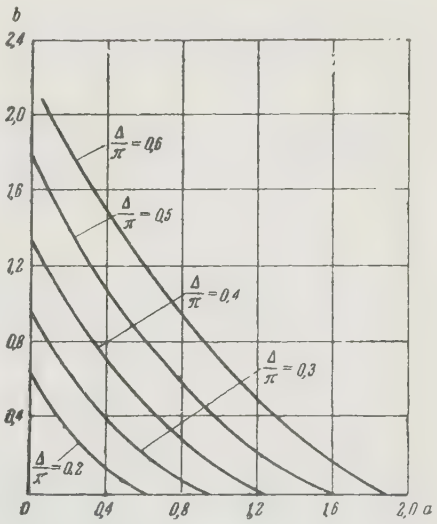


Рис. 3

В силу взаимной однозначности a и $\varkappa$ при заданном Δ удобнее находить b и C в виде функций от a с параметром Δ. Кривые $b = b(a)$ (рис. 3) определяют семейства многопроводных линий из прямоугольных проводников, характеристические сопротивления которых равны характеристическому сопротивлению многопроводной ленточной линии с шириной ленты 2Δ.

Характеристическое сопротивление ленточной линии можно представить в виде

$$K_l(s) = K_{l_0}(s)\, R_l(s), \qquad (3)$$

где s — фазовый сдвиг на период в плоскости поперечного сечения, деленный на 2π;

$$K_{l_0}(s) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\frac{1}{s\pi};$$

$R_l(s)$ — функция, зависящая от s и параметра Δ. Графики этой функции для различных Δ представлены на рис. 4.

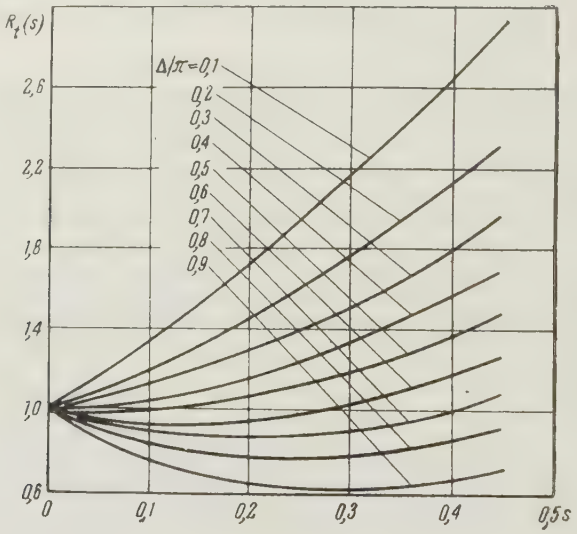


Рис. 4

Таким образом, используя графики рис. 3 и 4, по формуле (3) можно определить характеристическое сопротивление для многопроводной линии из прямоугольных проводников. Очевидно, характеристическое сопротивление систем с периодом, отличным от 2π, легко определить, так как оно инвариантно относительно преобразований подобия.

Коэффициент затухания подобных систем обратно пропорционален коэффициенту подобия, и, следовательно, достаточно вычислить его для систем с периодом 2π.

Коэффициент затухания α определяется по формуле

$$2\alpha = \frac{P}{W}, \qquad (4)$$

где P — потери на единицу длины проводника; W — поток энергии через полосу, ограниченную прямыми ξ, $x = -\pi$ и ξ, $x = \pi$ (рис. 1 и 2). Подставляя в (4) P и W в явном виде, получим

$$2\alpha = R\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\;\frac{2\sin(s\pi)\,L}{\pi^2 P_{-s}(\cos\Delta)\,P_{-s}(-\cos\Delta)}, \qquad (5)$$

где R — удельное поверхностное сопротивление проводника; $P_\mu(v)$ — функция Лежандра на разрезе $-1 < v < 1$; L определяется формой проводников замедляющей системы, полученной при помощи конформного преобразования из системы ленточных проводников, ширина которых 2Δ; период обеих систем 2π.

Удобнее искать отношение α/α_0, где α_0 — коэффициент затухания TEM-волны вдоль анизотропно-проводящей плоскости с поверхностным сопротивлением R вдоль направления распространения и бесконечным поверхностным сопротивлением в направлении, перпендикулярном распространению.

$$2\alpha_0 = R\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,s.$$

Обозначим α / α_0 через $R_\alpha(s)$. Тогда

$$R_\alpha(s) = \frac{2L \sin(s\pi)}{\pi^2 s P_{-s}(\cos\Delta) P'_{-s}(-\cos\Delta)}. \qquad (6)$$

В случае проводников с прямоугольным сечением

$$L_{\text{пр}} = \frac{2k^2(\mu - \nu)}{\gamma C}\left[\frac{F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{m}{l}}\right)}{\sqrt{l}} + \frac{2F\left(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{n^2}\right)}{n\beta}\right]. \qquad (7)$$

Как видно из (7), L зависит как от Δ, так и от a. В связи с этим удобно разбить $R_{\alpha_{\text{пр}}}(s)$ на два множителя:

$$R'_\alpha(s) = \frac{2L' \sin(s\pi)}{\pi^2 s P_{-s}(\cos\Delta) P'_{-s}(-\cos\Delta)}$$

и $\frac{L_{\text{пр}}}{L'}$,

где L' зависит только от Δ. В качестве L' возьмем значение L для круглых проводников [1].

$$L_{\text{кр}} = \left(\frac{1}{M \sin\frac{\Delta}{2}}\right) F\left(\frac{\pi}{2}; k_1\right),$$

где

$$M = \frac{1}{1 + \frac{2}{\Delta}\operatorname{arc\,ch}\left(\sec\frac{\Delta}{2}\right)}; \qquad k_1 = \frac{\left[M^2 - (1-M)^2 \cos^2\frac{\Delta}{2}\right]^{1/2}}{M}.$$

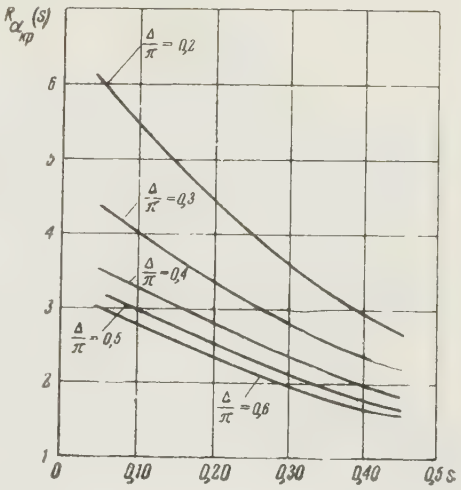


Рис. 5

Очевидно, при таком выборе L' $R'_\alpha(s)$ равно $R_{\alpha_{\text{кр}}}(s)$, т. е. является отношением коэффициента затухания системы из круглых проводов с радиусом $r = (1 - M)\Delta$ к α_0. Графики $R_{\alpha_{\text{кр}}}(s)$ приведены в работе [1] и в более удобной форме даны на рис. 5. На рис. 6 представлены графики зависимости отношения $L_{\text{пр}} / L_{\text{кр}}$ от a и Δ.

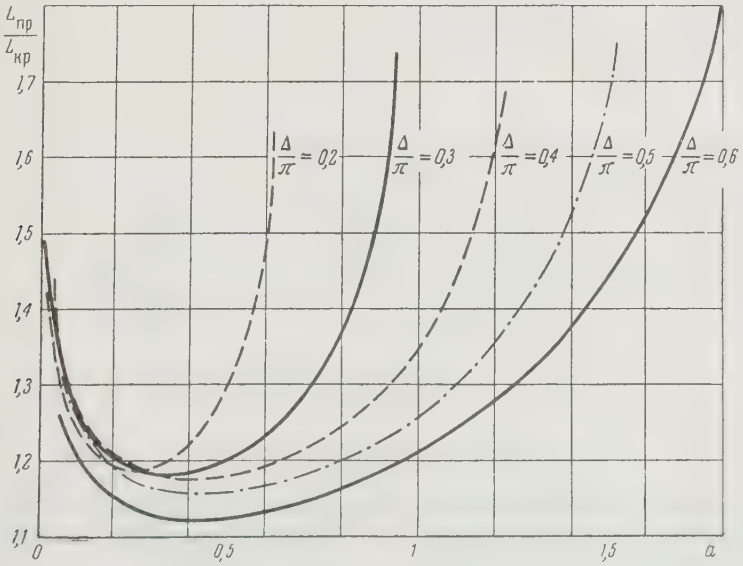


Рис. 6

Таким образом, используя рис. 5 и 6, можно вычислить $R_{\alpha_{пр}}(s)$ по следующей формуле:

$$R_{\alpha_{пр}}(s) = R_{\alpha_{кр}}(s)\frac{L_{пр}}{L_{кр}}. \qquad (3)$$

Зная $R_{\alpha_{пр}}(s)$, легко определить коэффициент затухания замедляющей системы из прямоугольных проводников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chiao-Min Chu, J. Appl. Phys., 1958, 29, 88.

Поступило в редакцию
28 IV 1960

ЗАМЕЧАНИЯ ПО РАСЧЕТУ КАСКАДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ n-ОДИНАКОВЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Л. Р. Явич

Ранее [1] отмечалось, что необратимый четырехполюсник, описываемый матрицей $[X]$, может быть представлен в виде каскадного соединения обратимого четырехполюсника с матрицей $[X_0]$ и идеального преобразователя мощности с коэффициентом преобразования k:

$$[X] = [X_0]\frac{1}{k},$$

где

$$[X_0] = \begin{bmatrix} X_{110} & X_{120} \\ X_{210} & X_{220} \end{bmatrix}; \quad k = \frac{1}{\sqrt{|X|}};$$

$$|X| = \det[X].$$

Под матрицей $[X]$ понимают одну из матриц:

$$[X] = \begin{cases} [a], \\ [A], \\ [T], \end{cases}$$

где $[a]$ — классическая матрица передачи; $[A]$ — нормированная матрица $[a]$; $[T]$ — волновая матрица передачи.

Для вычисления результирующей матрицы передачи $[X]^n$ каскадного соединения n одинаковых четырехполюсников пользуются формулой

$$[X]^n = [X_0]^n\frac{1}{k^n}.$$

Таким образом, задача сводится к возведению в n-ю степень матрицы обратимой части четырехполюсника $[X_0]$.

Преобразуем выражения для $[X_0]^n$ (см. [1, 2]) к виду

$$[X_0]^n = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} nU + \beta\dfrac{\operatorname{sh} nU}{\operatorname{sh} U} & X_{120}\dfrac{\operatorname{sh} nU}{\operatorname{sh} U} \\ X_{210}\dfrac{\operatorname{sh} nU}{\operatorname{sh} U} & \operatorname{ch} nU - \beta\dfrac{\operatorname{sh} nU}{\operatorname{sh} U} \end{bmatrix},$$

где

$$U = \operatorname{arch}\alpha = \operatorname{arch}\left[\frac{1}{2}(X_{110} + X_{220})\right];$$

$$\beta = \frac{1}{2}(X_{110} - X_{220}).$$

Следует заметить, что (1) совпадает с выражением, полученным Фельдштейном

Подставляя (2) в (1) и учитывая, что полиномы Чебышева — первого рода

$$T_n(\alpha) = \operatorname{ch}(n \operatorname{arch}\alpha),$$

ногочлены Чебышева — второго рода [4]

$$U_n(\alpha) = \frac{\operatorname{sh}[(n+1)\operatorname{arch}\alpha]}{\sqrt{\alpha^2-1}} = \frac{1}{n+1}T'_{n+1}(\alpha),$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$,

после несложных преобразований получим

$$[X_0]^n = \begin{bmatrix} T_n(\alpha) + \beta U_{n-1}(\alpha) & X_{120}U_{n-1}(\alpha) \\ X_{210}U_{n-1}(\alpha) & T_n(\alpha) - \beta U_{n-1}(\alpha) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Запись (3) по сравнению с ранее использовавшимися обладает тем преимуществом, что содержит полиномы, которые могут быть развернуты в форме конечных степенных рядов по переменной α. Это позволяет избежать громоздких тригонометрических преобразований. Упрощения особенно заметны в случае четырехполюсников общего вида, описываемых комплексными элементами матрицы $[X_0]$ (α и β — комплексные числа).

Интересно сопоставить (3) с матричным равенством [5], являющимся развитием результатов, полученных в [6]. В принятых выше обозначениях

$$[X_0]^n = \begin{bmatrix} X_{110}R_n(2\alpha) - R_{n-1}(2\alpha) & X_{120}R_n(2\alpha) \\ X_{210}R_n(2\alpha) & X_{220}R_n(2\alpha) - R_{n-1}(2\alpha) \end{bmatrix},$$

где

$$R_n(2\alpha) = \frac{T_{n+1}(\alpha) - T_{n-1}(\alpha)}{2(\alpha^2-1)};\ \alpha \neq \pm 1. \tag{4}$$

Выражение (4) содержит новую функцию $R_n(2\alpha)$, обладающую особой точкой. В то же время свойства полиномов Чебышева первого и второго родов хорошо изучены. В силу указанных обстоятельств соотношение (3) более удобно для пользования.

Сделаем несколько замечаний относительно широкого класса четырехполюсников без чистореактивных элементов. Матрица $[A_0]$ ($[a_0]$) в этом случае имеет следующую структуру:

$$[A_0] = \begin{bmatrix} A & jB \\ jC & D \end{bmatrix},$$

где A, B, C и D — вещественные числа. Следовательно, согласно (2) коэффициенты α и β — вещественные числа, равные

$$\alpha = \frac{1}{2}(A+D); \quad \beta = \frac{1}{2}(A-D).$$

В то же время для матрицы $[T_0]$ справедливы соотношения [7]

$$\begin{aligned} T_{110} &= \xi + j\varepsilon = T^*_{220}, \\ T_{120} &= T^*_{210}, \end{aligned} \tag{5}$$

поэтому (см. (2))

$$\alpha = \xi; \quad \beta = j\varepsilon;$$

кроме того,

$$\det[T_0] = 1,$$

следовательно, функция рабочего затухания

$$L = |T_{110}|^2 = 1 + |T_{120}|^2. \tag{6}$$

Запишем выражение для модуля коэффициента отражения каскадного соединения n одинаковых четырехполюсников без потерь. С учетом (3) и (6) получим

$$|\Gamma| = \sqrt{\frac{L^{(n)}-1}{L^{(n)}}},$$

где

$$L^{(n)} = 1 + |T_{120}U_{n-1}(\alpha)|^2.$$

Некоторые упрощения (3) имеют место для симметричных четырехполюсников. В этом случае

$$a_{110} = a_{220} = A_{110} = A_{220},$$

а потому (см. (2)).

$$\alpha = a_{11o},\ \beta = 0.$$

Таким образом,

$$[a_o]^n = \begin{bmatrix} T_n(a_{11o}) & a_{12o}U_{n-1}(a_{11o}) \\ a_{21o}U_{n-1}(a_{11o}) & T_n(a_{11o}) \end{bmatrix}.$$

Напомним, что

$$[T_o]^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} [A_o]^n \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Р. Явич, Некоторые соотношения для каскадного соединения n одинаковых необратимых четырехполюсников, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 4, 63.
2. W. Proctor Wilson, Some matrix theorems, Electronic and Radio Engineer (New series), 1957, **34**, 6, 229.
3. А. Л. Фельдштейн, Обобщенная матричная теория неоднородных линий, Радиотехника, 1960, **15**, 6, 10.
4. В. Л. Гончаров, Теория интерполирования и приближения функций, ГИТТЛ, 1954.
5. Л. Р. Явич, О применении полиномов Чебышева для расчета каскадного соединения n одинаковых четырехполюсников, Электросвязь, 1960, 10, 70.
6. Václav Doležal, Vyšetřent vlastnosti řetězů stejných obecných čtyřpolů, Slaboproudý obzor, 1958, **19**, 4, 253.
7. Л. Р. Явич, Волновые матрицы четырехполюсника, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 7, 870.

Поступило в редакцию
18 VIII 1960

О ФОРМЕ ПОЛЯ В ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ ПРИ НАЛИЧИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ЗАТУХАНИЯ

М. Б. Цейтлин, Е. М. Ильина

Проведенный в [1] анализ работы генератора обратной волны можно обобщить на случай потерь в линии.

Уравнение баланса мощности при наличии распределенного затухания в лампе по аналогии с уравнением (18) работы [2], будет иметь вид

$$-\frac{E_1^2(z)}{2} = \frac{m}{\beta_q}\int_l^z E_1(x)\,dx \int_0^z E_1(t)\sin k(x-t)\sin\beta_q(x-t)\,dt - \frac{\beta_e C d}{2}\int_l^z E_1^2(x)\,dx,$$

где $E_1(z)$ — амплитуда напряженности высокочастотного поля; $k = \beta_e bC$; $m = \beta_e\beta^2$; $C^3 = \frac{KI_0}{4u_0}$; $q = \frac{\omega_q}{v_0}$; $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$; ω_q — частота плазменных колебаний в пучке; v_0 — скорость электронов; b — параметр несинхронности; d — параметр затухания; $d = L/54{,}5CN$; L — затухание линии в децибелах, $z = l$ соответствует коллекторному концу линии.

Уравнение (1) сводится к дифференциальному уравнению 5-го порядка

$$\frac{d^5E_1}{dz^5} - \beta_e Cd\frac{d^4E_1}{dz^4} + 2(k^2+\beta_q^2)\frac{d^3E_1}{dz^3} - 2(k^2+\beta_q^2)\beta_e Cd\frac{d^2E_1}{dz^2} +$$
$$+ [(k^2-\beta_q^2)+2km]\frac{dE_1}{dz} - (k^2-\beta_q^2)\beta_e CdE_1 = 0.$$

С начальными условиями

$$z=0,\quad E_1(z) = E_1(0),\quad \frac{dE_1}{dz} = \beta_e CdE_1(0),\quad \frac{d^2E_1}{dz^2} = (\beta_e Cd)^2E_1(0),$$

$$\frac{d^3E_1}{dz^3} = (\beta_e Cd)^3E_1(0),\quad \frac{d^4E_1}{dz^4} = -2kmE_1(0).$$

шение уравнения (2) можно представить в виде

$$E_1(z) = \sum_{i=1}^{5} C_i e^{\lambda_i z}, \tag{4}$$

е λ_i — корни характеристического уравнения, соответствующего уравнению (2).

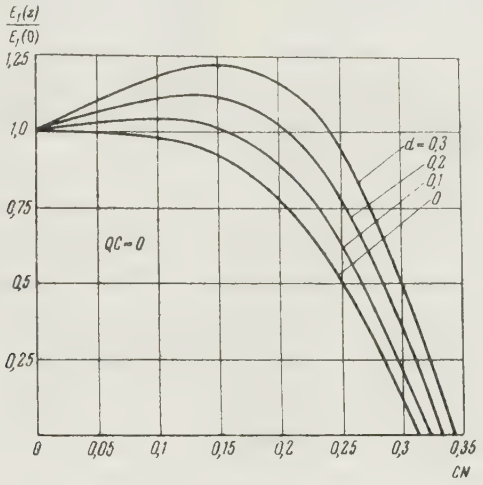


Рис. 1

Считая, что возмущения, вносимые небольшими потерями, малы, приближенно лагаем,

$$\lambda_i = \lambda_{0i}(1 - \delta_i), \tag{5}$$

λ_{0i} — корни соответствующего характеристического уравнения для $d = 0$. При числении λ_i сохранялись члены со второй степенью δ_i.

Постоянные интегрирования C_i определяются подстановкой в (4) начальных условий

$$C_1 = \frac{2km + \lambda_{02}\lambda_{03}\lambda_{04}\beta_e Cd - (\lambda_{03}\lambda_{04} + \lambda_{02}\lambda_{03} + \lambda_{02}\lambda_{04})(\beta_e Cd)^2}{\lambda_{01}(\lambda_{02} - \lambda_{01})(\lambda_{03} - \lambda_{01})(\lambda_{04} - \lambda_{01})}, \tag{6}$$

C_3, C_4 определяются из (6) циклической перестановкой индексов:

$$C_5 = 1 - \sum_{i=1}^{4} C_i. \tag{7}$$

На рис. 1 представлено распределение относительной амплитуды напряженности сокочастотного поля вдоль лампы для различных значений параметра затухания d

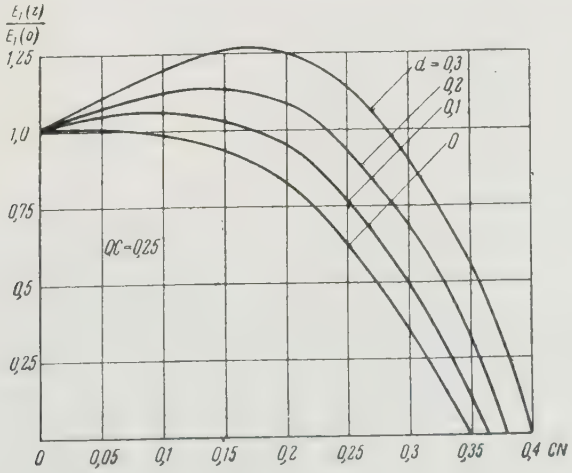


Рис. 2

и пренебрежимо малого пространственного заряда ($QC = 0$). На рис. 2 дана аналоги
ная зависимость для пространственного заряда, отличного от нуля ($QC = 0{,}25$).
этих графиков видно, что при потерях относительная амплитуда поля в лампе обрат
волны имеет максимум, который возрастает по мере увеличения потерь. Наличие м
симума можно объяснить следующ
образом. Амплитуда поля в лампе
ратной волны в отсутствие потерь
няется по закону, близкому к коси
соидальному, т. е. в начале лампы
остается практически постоянной.
тухание «холодной» волны в линии п
исходит по экспоненциальному зако
амплитуда ее убывает в направлении
тока энергии. Следовательно, по
мощности потерь будет непрерывно
растать в этом направлении, и нараст
ние амплитуды поля за счет взаимод
ствия с электронным потоком будет скомпенсировано в некоторой точке убыван
ее за счет потерь, после чего амплитуда поля начнет уменьшаться.

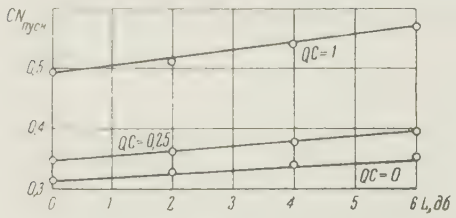


Рис. 3

Пусковые значения CN определяются из условия обращения в нуль поля
коллекторном конце лампы.

На рис. 3 представлена зависимость пусковых значений CN от распределени
потерь L для различных значений параметра пространственного заряда QC. Т
ками указаны результаты расчета по данным работы [3]. Как видно из приведени
графика, имеет место полное соответствие с результатами строгой теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Б. Цейтлин, Е. М. Ильина, Радиотехника и электроника, 1960, 5,
1010.
2. М. Б. Цейтлин, Е. М. Ильина, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 4, 7
3. H. Johnson, Proc. I. R. E., 1955, 43, 6, 684.

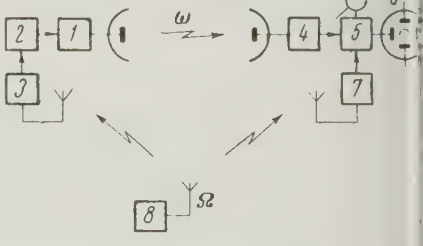
Поступило в редакцию
9 IX 1960

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ ФАЗЫ РАДИОВОЛН ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДАЛЬНЕГО ТРОПОСФЕРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ

А. А. Шур, Г. С. Максимов

Результаты измерений флуктуаций фазы радиоволн, распространяющихся в т
посфере, представляют значительный интерес для целей теории и практики. Извест
методы таких измерений чрезвычайно сложны и громоздки ([1, 2] и др.). Нами при
нен простой способ измерения, в основе которого лежит принцип Найквиста [3]. В
этом способе шлейф между входом и выходом исследуемого четырехполюсника не требуется (в данном случае под четырехполюсником понимается среда, в которой происходит распространение радиоволн).

Блок-схема измерительной установки показана на рисунке. Передающее устройство состоит из передатчика *1*, модулятора *2* и приемника-фильтра *3*. Приемное устройство включает в себя приемник *4*, фазометр *5* с визуальным индикатором-осциллографом *6* и приемник-фильтр *7*.



Блок-схема измерительной установки

Принцип измерения заключается в следующем. На передающем конце исследуемой трассы приемник-фильтр *3* принимает сигнал некоторой радиовещательной станции *8*. Усиливая только напряжение несущей частоты этого сигнала, приемн
фильтр подавляет все остальные составляющие спектра. Вследствие того, что при
ник-фильтр *3* подключен на вход частотного модулятора *2*, передатчик *1* мо
лируется несущей частотой вещательной станции. На приемном конце трассы выдел
ное после приемника *4* напряжение несущей частоты вещательной станции сравни
ется по фазе с напряжением несущей частоты той же станции на выходе приемни
фильтра *7*. Изменение во времени фазы между указанными колебаниями, очевид
будет зависеть только от условий распространения радиоволн на исследуемом учас
Фаза сигнала вещательной станции на приемной стороне может отличаться от ф
этого сигнала на передающей стороне, но разность фаз, во-первых, равна постоян
величине и, во-вторых, неизменна во времени. Кроме того, что передатчик модули

ся несущей частотой вещательной станции, его собственная несущая частота ается в определенных пределах. Благодаря этому на экране осциллографа можно блюдать суммарную фазовую характеристику среды и аппаратуры. Влияние ап-ратуры учитывается тем, что предварительно снимаются фазовые характеристики ередающего и приемного устройств.

Согласно принципу Найквиста, спектр сигнала передатчика здесь берется во ного раз меньше полосы пропускания всего устройства. В этом случае фазовый сдвиг , который приобретает сигнал, проходя через исследуемый четырехполюсник, равен

$$\varphi = \Omega T(\omega),$$

де Ω — круговая частота модулирующего колебания; $T(\omega)$ — групповое время паздывания четырехполюсника на данной несущей частоте; ω — несущая частота.

Как видно из этой формулы, фазовый сдвиг связан простой зависимостью с груп-вым временем запаздывания. Таким образом, измеряя флуктуации фазы частотно-одулированного сигнала, мы можем одновременно определять флуктуации группового ремени запаздывания того же сигнала. Так, например, нами была выбрана вещатель-ая станция, работающая на частоте $\Omega = 263$ *кгц*; максимальный угол, измеряемый азометром, $\varphi_{макс} = 180°$. Из приведенной выше формулы нетрудно видеть, что мак-имально измеряемое время запаздывания $T(\omega)_{макс} = 1{,}92$ *мксек*. Опыт показывает, о эта величина при дальнем тропосферном распространении УКВ редко превосходит казанную цифру и, следовательно, измерения углов более 180° не требуется. Мини-альноизмеряемое время запаздывания $T(\omega)_{мин}$ ограничено разрешающей способ-остью фазометра. При $\varphi_{мин} = 1°$ имеем $T(\omega)_{мин} = 0{,}0106$ *мксек*.

Можно далее показать, что время запаздывания между двумя волнами, рассеян-ми или отраженными от неоднородностей, расположенных на высотах, отличающихся величину Δh, равно

$$T(\omega) = \frac{R\Delta h}{R_э c},$$

е R — протяженность трассы; $R_э$ — эквивалентный радиус Земли; c — скорость ета в свободном пространстве ($c = 3 \cdot 10^5$ *км/сек*).

Из этой формулы нетрудно видеть, что величина времени запаздывания позволяет енить «размер неоднородностей». Так, приняв $T(\omega) = T(\omega)_{мин}$, $R = 300$ *км*, $R_э = 8500$ *км*, находим, что минимальное значение $\Delta h \simeq 90$ *м*.

Описанный метод измерения реализован на опытной трассе, использующей опосферное распространение. Для передачи и приема сигналов использо-лось оборудование трассы с добавлением лишь приемников-фильтров и фазо-тра. Протяженность интервала опытной трассы равна 300 *км*. Измерения про-водились на частоте 1000 *Мгц*. Несущая частота передатчика изменялась в полосе *Мгц* с частотой 50 *гц*. Приемник-фильтр представлял собой трехкаскадный иемник прямого усиления на лампах 6Ж1П с кварцевым фильтром, полоса про-скания которого 80 *гц*. Регистрация флуктуаций производилась фото- и кинокаме-ми.

ЛИТЕРАТУРА

J. W. Herbstreit, M. C. Thompson, Measurements of the phase of radio waves received over transmission paths with electrical lengths varying as a result of atmospheric turbulence, Proc. I. R. E., 1955, 43, 10, 1391.

A. P. Deam, B. M. Fannin, Phase-difference variations in 9,350-megacycle radio signals arriving at spased antennas, Proc. I. R. E., 1955, 43, 10, 1402.

H. Hyquist, S. Brand, Bell System Techn. J., 1930, 9, 522.

Поступило в редакцию
16 II 1960

ОБ ОДНОКОНТУРНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УСИЛИТЕЛЕ

Е. М. Гершензон, Н. Г. Птицына, Г. И. Рожкова, В. С. Эткин

В настоящее время в радиотехнике большое внимание уделяется применению мало-умящих параметрических усилителей на полупроводниковых диодах [1—4].

Ниже приведены некоторые результаты исследования одноконтурного парамет-ческого усилителя на полупроводниковом диоде, основанные на использовании ра-т, выполненных в 30-е годы школой Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси [5—11].

Обычно одноконтурный параметрический усилитель СВЧ включают в схему рез ферритовый циркулятор [1, 4]. Поскольку в этом случае для усилителя осу-ествляется режим с одной падающей и одной отраженной волнами, то эквивалентную

схему одноконтурного параметрического усилителя можно представить в виде рис. [10]. Здесь E — эдс эквивалентного источника сигнала с внутренним сопротивлением равным волновому сопротивлению питающей линии Z:

$$E = E_0 \sin(\omega_c t + \varphi_c); \quad C = \frac{C_0}{1 + m \sin(\omega_н t + \varphi_н)}.$$

В связи с тем, что усиленный сигнал получается в виде отраженной волны коэффициент усиления равен коэффициенту отражения мощности

$$K = \frac{P_{отр}}{P_{пад}} = \left| 1 - \frac{ZI}{U_{пад}} \right|^2, \quad (2)$$

где $P_{отр,\ пад}$ — мощность отраженной и падающей волн; $U_{пад}$ — амплитуда падающей волны напряжения; I — ток в контуре [10]. При большом усилении ($K \gg 1$)

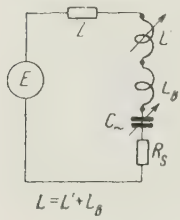


Рис. 1. Эквивалентная схема одноконтурного параметрического усилителя — регенерированного LCR-контура

$$K \simeq \frac{4Z^2 I^2}{E_0^2} = \frac{4Z^2 \omega_c^2 Q^2}{E_0^2}, \quad (3)$$

где Q — амплитуда заряда на конденсаторе; ω — частота сигнала.

Уравнение, описывающее колебания в контуре усилителя, имеет вид

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C_0} [1 + m \sin(\omega_н t - \varphi_н)]\, q = E_0 \sin(\omega_c t - \varphi_c), \quad (4)$$

где L — эквивалентная индуктивность контура; $R = Z + R_s$ — сопротивление потерь диода, обусловливающее основные потери в контуре усилителя. Как известно [11], в подобных цепях с периодически меняющимися параметрами вблизи областей границ стабильности ($\omega_н \simeq 2\omega_0$, $\omega_н \simeq \omega_0 \ldots$) наблюдается параметрическая регенерация, частные случаи которой для $\omega_н = 2\omega_c$ и $\omega_н = 2\omega_0$ разобраны в работах [5] и [7].

Используя методику, применяемую в [7], исследуем уравнение (3) в общем случае $\omega_н \simeq 2\omega_0 \simeq 2\omega_c$. Для этого, воспользовавшись обозначениями из работы [

$$y = \frac{q}{C_0 U_0}; \quad \lambda = \frac{E_0}{U_0}; \quad 2\Theta = \frac{R}{\omega_0 L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC_0}; \quad \omega_н = 2\omega_1;$$

$$t = t_1 + \frac{\varphi_н}{\omega_н}; \quad \frac{\omega_0}{\omega_1} = 1 + \xi_0; \quad \frac{\omega_c}{\omega_1} = 1 + \xi; \quad \tau = \omega_1 t \quad \Psi = \varphi_c - \frac{\omega_c}{\omega_н} \varphi_н,$$

где U_0 — нормирующий множитель, приведем уравнение (3) к следующему упрощенному виду *:

$$\ddot{y} + y = \lambda \cos[(1 + \xi)\tau - \Psi] - 2\Theta \dot{y} - 2\xi_0 y - my \sin 2\tau. \quad (4)$$

Если искать решение в виде

$$y = a \sin\tau + b \cos\tau, \quad (5)$$

где a и b — медленно меняющиеся по сравнению с $\sin\tau$, $\cos\tau$ функции, то для a и b можно получить выражения **

$$a = \frac{\lambda}{2(4\xi^2\Theta^2 + C^2)} \left\{ \left[2\xi\Theta \left(\Theta - \frac{m}{4} \right) - C(\xi_0 + \xi) \right] \sin(\xi\tau - \Psi) + \right.$$
$$\left. + \left[C\left(\Theta - \frac{m}{4} \right) + 2\xi\Theta(\xi_0 + \xi) \right] \cos(\xi\tau - \Psi) \right\},$$

* Так как максимально возможная глубина модуляции емкости диода $m \simeq 0{,}4$ — $0{,}6$ [14], то $\Theta_{макс} \leqslant 0{,}1$ и ξ, $\xi_0 \leqslant 0{,}1$, а величина λ может быть сделана малой выбором U_0 в (7). Следовательно, членами $\sim \Theta^2$, ξ^2, ξ_0^2, λ^2 можно в первом приближении пренебречь.

** Подробности решения приведены нами в работе [15].

$$b = \frac{\lambda}{2\,(4\xi^2\Theta^2 + C^2)} \left\{ \left[C\left(\Theta + \frac{m}{4}\right) + 2\xi\Theta\,(\xi_0 + \xi) \right] \sin\,(\xi\tau - \Psi) + \right. \tag{6}$$
$$\left. + \left[C\,(\xi_0 + \xi) - 2\xi\Theta\left(\Theta + \frac{m}{4}\right) \right] \cos\,(\xi\tau - \Psi) \right\},$$

где $C = \xi_0^2 - \xi^2 + \Theta^2 - \left(\frac{m}{4}\right)^2$.

Для среднего квадрата амплитуды получим

$$\overline{A^2} = \overline{a^2} + \overline{b^2} = \lambda^2 \frac{\Theta^2 + \left(\frac{m}{4}\right)^2 + (\xi_0 + \xi)^2}{4\,(4\xi^2\Theta^2 + C^2)}. \tag{7}$$

Явления, происходящие в усилителе, существенно различны для случаев $\xi = 0$ и $\xi \neq 0$. Если $\xi = 0$, т. е. строго выполняется равенство $\omega_н = 2\omega_c$, мы имеем синхронный режим работы усилителя, при котором колебания в контуре происходят на одной частоте и их амплитуда зависит от разности фаз между частотой накачки и частотой сигнала Ψ:

$$A^2 = \frac{\lambda^2}{4C^2}\left[\left(\xi_0^2 + \left(\Theta + \frac{m}{4}\right)^2\right)\sin^2\Psi + \right.$$
$$\left. + \left(\xi_0^2 + \left(\Theta - \frac{m}{4}\right)^2\right)\cos^2\Psi - \xi_0\,\frac{m}{4}\sin 2\Psi\right]. \tag{8}$$

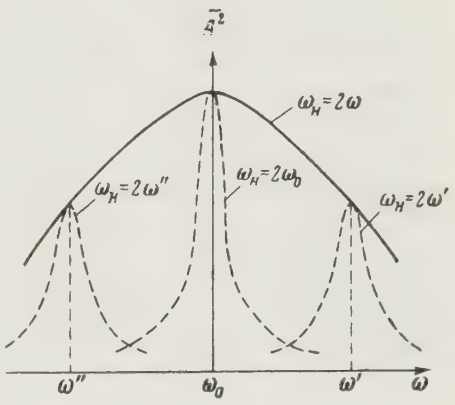


Рис. 2. Резонансные кривые одноконтурного параметрического усилителя в синхронном (сплошная линия) и бигармоническом (пунктир) режимах

При большой регенерации ($m \simeq 4\Theta$) в зависимости от величины Ψ A меняется от $A_{макс} = \sqrt{2}\,\overline{A}$ до $A_{мин} = \lambda / 4\Theta$, однако в среднем (по фазе) имеет место значительное усиление.

В случае, когда $\xi \neq 0$ ($\omega_н \neq 2\omega_c$), в контуре происходят колебания на двух частотах: $1 + \xi\,(\omega_c)$ и $1 - \xi$ ($\omega_р = \omega_н - \omega_c$), т. е. имеет место бигармонический режим (8). Квадраты амплитуд гармоник можно представить в виде

$$A_{1+\xi}^2 = \lambda^2 \frac{\Theta^2 + (\xi_0 + \xi)^2}{4\,(4\xi^2\Theta^2 + C^2)}, \quad A_{1-\xi}^2 = \lambda^2 \frac{\left(\frac{m}{4}\right)^2}{4\,(4\xi^2\Theta^2 + C^2)}. \tag{9}$$

Резонансные кривые, характеризующие усилитель в синхронном и бигармоническом режимах (для трех значений ξ), приведены на рис. 2; $m = 0{,}99 \cdot 4\Theta$. В бигармоническом режиме $\xi = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$; $\omega' = \omega_0\,(1 + \xi_0)$ и $\omega'' = \omega_0\,(1 - \xi_0)$.

Мы видим, что максимальное усиление в бигармоническом режиме получается вблизи $\omega_c = \frac{1}{2}\,\omega_н$; резонансная кривая синхронного режима является огибающей кривых бигармонического режима. Отсюда следует, что в бигармоническом режиме усилитель можно перестраивать путем изменения частоты накачки, причем ширина полосы перестройки определяется шириной полосы резонансной кривой синхронного режима.

Для максимальных значений коэффициентов усиления и полосы пропускания усилителя при большой регенерации [используя соотношения (3), (7), (9)] можно получить следующие простые выражения.

В синхронном режиме коэффициент усиления

$$K = K_{ср}\,(1 - \cos 2\Psi), \quad K_{ср} = \frac{2Q^2}{n^2 Q_{внеш}^2}, \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R}; \quad Q_{внеш} = \frac{\omega_0 L}{Z}; \quad n = 1 - \frac{m}{m_{кр}}, \tag{10}$$

где $m_{кр} = 2/Q$ — глубина модуляции, при которой происходит самовозбуждение усилителя. Полоса пропускания усилителя (полоса перестройки в бигармоническом

режиме)

$$2\Delta\xi_{\text{перестр}} = \sqrt{2(\sqrt{2}-1)}\sqrt{n}\,\frac{1}{Q}. \quad (11$$

В бигармоническом режиме коэффициент усиления каждой гармоники (ω_c или ω_p)

$$K_1 = \frac{K_{\text{ср}}}{2} = \frac{Q^2}{n^2 Q^2_{\text{внеш}}},$$

полоса усиления

$$2\Delta\xi_{\text{усил}} = \frac{n}{Q}, \quad (12$$

произведение

$$\sqrt{K_1}\,2\Delta\xi_{\text{усил}} = \frac{1}{Q_{\text{внеш}}} \quad (13$$

таким образом при малом n не зависит от степени регенерации.

Основным достоинством параметрических усилителей на полупроводниковых диодах является их малый коэффициент шума. Действительно, в диапазоне СВЧ в полупроводниковых диодах существенным является только тепловой шум сопротивления R_s [16]. Поэтому мы можем считать, что в контуре усилителя действует эдс шума

$$F^2_{\text{ш}} = \varepsilon^2_{\text{ш внеш}} + \varepsilon^2_{\text{ш внутр}} = 4kTZ\Delta f + 4kTR_s\Delta f.$$

Флуктуационный шум можно рассматривать как колебание частоты $\omega_{\text{н}}/2$ со случайно модулированными амплитудой и фазой [17]. При этом коэффициент усиления шума равен $K_{\text{ср}}$, а поэтому коэффициент шумов усилителя в схеме приемника будет зависеть от того, принимает ли последующий каскад приемника обе гармоники ω_c и ω_p или только одну.

В том случае, когда с выхода усилителя принимается сигнал на ω_c и ω_p, а на входе имеется шум со сплошным спектром (т. е. и на ω_c, и на ω_p), величина коэффициента шумов имеет вид

$$F = 1 + \frac{R_s T_s}{ZT_0},$$

что совпадает с выражением, полученным в [3].

В том случае, когда принимается только сигнал на ω_c или ω_p, коэффициент шумов можно представить в виде

$$F = 2 + \frac{2R_s T_s}{ZT_0},$$

где T_s — температура диода; T_0 — стандартная температура.

Если на вход усилителя не поступает шум на ω_p**, то

$$F = 1 + \frac{2R_s T_s}{ZT_0}.$$

Когда на вход усилителя поступает полезный сигнал на ω_c и ω_p (например, хаотическое радиоизлучение в радиоастрономии или шумовой сигнал от генератора шумов при измерении коэффициента шума по стандартной методике), то коэффициент шума усилителя будет

$$F = 1 + \frac{R_s T_s}{ZT_0}$$

или при $T_s = T_0$

$$F = \frac{Q_{\text{внеш}}}{Q},$$

независимо от того, как настроен выход усилителя.

---

* В данном сообщении под коэффициентом шумов параметрического усилителя понимается отношение полной мощности шумов на выходе усилителя к той части, которая обусловлена шумами антенны в полезной полосе усилителя на его входе.

** Например, применен фильтр, вырезающий сигнал ω_p на входе циркулятора, имеющего «холодную нагрузку» хотя бы в виде антенны, направленной в зенит.

На практике основные возможные характеристики усилителя удобнее выражать через параметры диодов, в частности через характерный параметр $f_{кр} = \frac{m_{макс}}{2} \frac{1}{2\pi R_s C_0}$, т. е. через частоту, на которой модуляция емкости диода может компенсировать только потери, вносимые самим диодом.

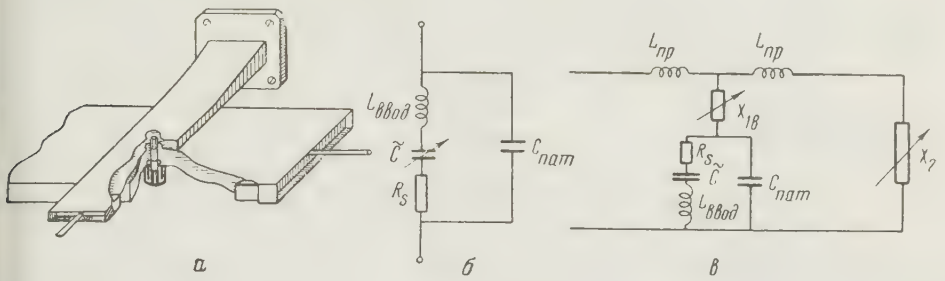


Рис. 3. Простейший резонатор параметрического усилителя, эквивалентные схемы диода и усилителя с диодом

Простейший резонатор усилителя с диодом представлен на рис. 3, *а*, эквивалентная схема диода [9, 13] — на рис. 3, *б* и эквивалентная схема усилителя с диодом — на рис. 3, *в*. На рис. 3, *б*, *в* $L_{ввод}$ — индуктивность ввода диода, R_s — сопротивление потерь в диоде, C — нелинейная емкость, $C_{пат}$ — емкость патрона, $L_{пр}$ — эквивалентная индуктивность предельных волноводов, X_1, X_2 — подстроечные реактивные сопротивления.

Если емкость патрона мала по сравнению с емкостью диода или ее влияние устранено при настройке в параллельный резонанс при помощи заднего поршня (X_2), а емкость между диодом и дном волновода накачки (X_1) настраивает C и $L_{ввод}$ в последовательный резонанс на частоте ω_c, то эквивалентную схему усилителя действительно можно представить в виде, показанном на рис. 1. Используя $f_{кр}$ и условие большого усиления $\frac{m}{2} \frac{1}{\omega_0 C_0} \simeq R = Z + R_s$, можно получить выражения для максимально возможного произведения $\sqrt{K_1} 2\Delta\xi_{усил}$ и минимального коэффициента шумов, достижимого на частоте f при помощи диодов, имеющих заданные $f_{кр}$ и $m_{макс}$:

$$\sqrt{K_1}\Delta\xi_{усил} = \frac{m_{макс}}{2}\left(1 - \frac{f}{f_{кр}}\right),$$

$$F_{мин} = 1 + \frac{1}{\frac{f_{кр}}{f} - 1} \frac{T_s}{T_0}.$$

Экспериментальное исследование одноконтурных усилителей проводилось на установках, аналогичных описанным нами в [15] на частотах 3000 и 4500 *Мгц*. В качестве индикатора дополнительно использовался анализатор спектра.

Исследования показали, что на выходе параметрического усилителя действительно наблюдаются две гармоники ω_0 и ω_p и подтвердили возможность перестройки усилителя. В таблице приведены величины добротностей одного из макетов усилителей и соответствующие данные измерений параметров усилителя на частоте 4500 *Мгц* с диодами, описанными в [12]. Аналогичные данные получены и на частоте 3000 *Мгц*.

Измерения показывают, что действительно при больших $K_1 \sqrt{\frac{\Delta f}{f}} = \frac{1}{Q_{внеш}}$, как это следует из расчетов.

Ориентировочные измерения коэффициента шума, проведенные нами при помощи генератора шумов на 3000 *Мгц*, дали $F_{мин} \simeq 1{,}5$—3 (1—4 *дб*), что больше расчетного значения в данном усилителе $F_{мин} = Q_{внеш}/Q \simeq 1{,}3$—$1{,}4$ и связано с нестабильностью работы усилителя и другими причинами.

Если применить модуляцию частоты накачки, то можно осуществить своеобразный «сверхрегенеративный режим», при котором возрастают величина стабильного коэффициента усиления и полоса пропускания усилителя. От применения модуляции частоты накачки (путем изменения напряжения на отражательном электроде клистрона накачки) со «звуковой» частотой (20 *кгц*) было получено расширение полосы в 3 раза при увеличении усиления на 5—10 *дб*.

Таблица

$f_{раб}$, *Мгц*	Q	$Q_{внеш}$	K, *дб*	$\Delta f_{усил}$, *Мгц*	$\Delta f_{перестр}$, *Мгц*	$\sqrt{K_1}\frac{\Delta f_{эксп}}{f}$
4500	25—30	30—35	27 (500 раз)	7		$155/4500 \simeq \frac{1}{30}$
	25—30	30—35	20 (100 раз)	15	40*	$150/4500 \simeq \frac{1}{30}$

* Расчетное значение (см. [11]) $\Delta f_{перестр}$ для $Q = 30$:

$$\Delta f_{перестр} = \frac{f\sqrt{n}}{Q}\sqrt{2(\sqrt{2}-1)} = 4500\,\frac{\sqrt{0{,}1}}{30}\,0{,}4 \simeq 40\ Мгц.$$

В заключение выражаем признательность К. А. Меркурьеву, Н. Е. Скворцовой, А. В. Красилову, В. М. Вальд-Перлову, А. А. Рабинович-Визелю за помощь и советы при проведении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Heffner, G. Kotzebue, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 6, 1301.
2. G. Herrman, H. Venohara, A. Uhlir, Proc. I. R. E., 1958, **46**, 6, 1301.
3. S. Blooms, K. K. Chang, RCA Rev., 1957, **18**, 4, 578.
4. В. С. Эткин, Параметрические усилители, Радиоэлектронная пром-сть, 195 9, 3.
5. Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, К вопросу о параметрическ регенерации, ИЭСТ, 1935, 3, 1.
6. Э. М. Рубчинский, ИЭСТ, 1953, 3, 7.
7. М. Дивильковский, С. Рытов, К вопросу о самовозбуждении и ре нансе в системе с периодически меняющейся самоиндукцией, ЖТФ, 1936, **6**, 3, 47
8. В. А. Лазарев, Колебания в связанных системах с периодически меняющими параметрами, ЖТФ, 1940, **10**, 11, 918.
9. И. Русин, Н. Е. Скворцова, Ю. А. Соколов, Полупроводников приборы и их применение, под ред. Я. А. Федотова, Изд. Советское радио, сб. 1958.
10. Справочник по волноводам, перев. с англ. под ред. В. И. Сушкевича, Изд. Советск радио, 1952.
11. Г. С. Горелик, Резонансные явления в системах с периодически меняющими параметрами, ЖТФ, 1934, **4**, 10; 1935, **5**, 2,3.
12. Е. М. Гершензон, В. С. Эткин, О параметрической регенерации в диап зоне СВЧ на полупроводниковом диоде, Изв. вузов МВО СССР (Радиофизика 1959, **2**, 5, 835.
13. С. Н. Иванов, Н. Е. Скворцова, Ю. А. Соколов, Радиотехника электроника, 1959, **4**, 9, 1538.
14. А. А. Куликовский, Линейные каскады радиоприемников, ГЭИ, 195
15. Е. М. Гершензон, Н. Г. Птицына, Г. И. Рожкова, В. С. Эткин Основы теории, расчета и вопросы методики экспериментального исследовани одноконтурных параметрических усилителей СВЧ на полупроводниковых диода Радиоэлектронная пром-сть, 1959, 17, 3.
16. A. Uhlir, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 4, 557.
17. В. И. Бунимович, Флюктуационные процессы в радиоприемных устройства Изд. Советское радио, 1951.

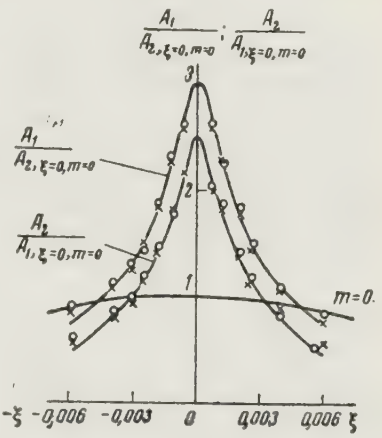
Московский государственный педагогический ин-т
им. В. И. Ленина
Кафедра экспериментальной физики

Поступило в редакцию
2 VII 1959
После переработки
3 III 1960

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИ РЕГЕНЕРИРОВАННОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

А. Н. Вахрамеев

1. Процессы, протекающие в колебательной системе с периодически меняющимися раметрами (емкостью или индуктивностью), при внешнем гармоническом воздействии и в отсутствие целочисленного соотношения между частотой воздействия и частотой изменения параметра изучены недостаточно полно. Некоторые сведения о таких процессах приведены в работах Г. С. Горелика [1], С. М. Рытова и М. А. Дивильковского [2.] В. В. Мигулин [3] провел расчет вынужденных колебаний в системе с периодически меняющейся емкостью (или индуктивностью). его работе для параметрически недовозбужденного контура, настроенного точно на половину частоты изменения параметра, в линейном приближении рассчитаны составляющие колеба-



ис. 1. Зависимости амплитуд составляющих нужденных колебаний от величины расстройки. Затухание $\vartheta = 69 \cdot 10^{-4}$:

○ — $A_{\xi=0}$ $_{m=0}$ =0,06 *в*; × — $A_{\xi=0}$ $_{m=0}$ = 0,12 *в*, $m/m_{кр}$=0,82

льного процесса при частоте внешнего воздействия, близкой к собственной частоте нтура. Для параметрически возбужденной колебательной системы, требующей нелинейного рассмотрения, из-за трудностей математического характера удалось строго основать присутствие в спектре вынужденных колебаний трех составляющих лишь я весьма малого внешнего воздействия и качественно показать существование проса подавления внешним воздействием составляющей с частотой параметрического збуждения. Для уяснения действительного характера этих процессов существенно жно экспериментально проверить применимость расчетов к недовозбужденной сиеме и исследовать вынужденные колебания в параметрически возбужденной системе, оддающейся последовательному теоретическому анализу.

2. В настоящей работе исследованы вынужденные колебания в колебательном нтуре с периодически меняющейся индуктивностью. Модуляция индуктивности стигалась изменением магнитной проницаемости небольшого участка тороидального ферритового сердечника поперечным магнитным полем. Модулирующее поле икладывалось перпендикулярно к магнитному полю, создаваемому в сердечнике моткой индуктивности. Такой способ модуляции практически обеспечивал отсутвие наводки с частотой изменения параметра на исследуемые в контуре колебания]. Внешнее периодическое воздействие вводилось в колебательный контур от генетора тока с внутренним сопротивлением, значительно превышавшим резонансное противление контура. Частота изменения параметра задавалась генератором, стализированным кварцем, и равнялась $2\omega_0 = 75$ *кгц*, где ω_0 — средняя собственная стота колебательного контура. Декремент затухания колебательного контура опрялся по скорости спадания ударно возбуждаемых в нем свободных колебаний в обсти исследуемых амплитуд. Коэффициент модуляции параметра — m измерялся декременту затухания, для которого определяемая глубина модуляции становилась итической, т. е. выполнялось условие $m = d/2$*. Этот способ обеспечивал бо́льшую ность определения эффективного коэффициента модуляции, чем применявшийся работе [5].

Для $m < m_{кр}$ режим колебательного контура выбирался в линейной части его рактеристики, что позволило провести количественное сопоставление экспериментальных результатов с расчетными. Закон изменения параметра в работе автора отчался от гармонического и приближался к скачкообразному в виде прямоугольной ны с равными полупериодами. Поэтому для обеспечения энергетической эквивантности гармонического и скачкообразного законов модуляции в используемых счетных формулах, полученных для случая гармонического изменения параметра, эффициент модуляции был принят равным $\frac{4}{\pi} m_c$, где $m_c = \frac{L_{макс} - L_{мин}}{L_{макс} + L_{мин}}$ — коэффициент модуляции для использовавшегося скачкообразного закона модуляции.

* Условие возбуждения параметрических колебаний при скачкообразном изменении параметра [4].

На рис. 1 представлены зависимости амплитуды составляющих вынужденного колебания: A_1 с частотой p и A_2 с частотой $2\omega_0 - p$ от величины расстройки ξ, полученные экспериментально и вычисленные по формулам, приведенным в работе [3]:

$$\frac{A_1^2}{A^2_{1,\xi=0,\ m=0}} = \frac{16\vartheta^2(\xi^2+\vartheta^2)}{\left(4\xi^2+4\vartheta^2+\frac{m^2}{4}\right)^2 - 4\vartheta^2 m^2},$$

$$\frac{A_2^2}{A^2_{1,\xi=0,\ m=0}} = \frac{m^2\vartheta^2}{\left(4\xi^2+4\vartheta^2+\frac{m^2}{4}\right)^2 - 4\vartheta^2 m^2},$$

где ϑ — затухание колебательного контура, а m — относительная глубина модуляции параметра. Как видно из рис. 1, при модуляции параметра амплитуда вынужденных колебаний увеличивается, и экспериментальные значения составляющих A_1 и A_2 достаточно хорошо совпадают с вычисленными.

Небольшое отклонение в области малых амплитуд при больших расстройках может быть вызвано наводкой сигналов, притекающих из системы модуляции. В спектре колебаний контура, кроме составляющих с частотами p и $2\omega_0 - p$, содержались и другие с комбинационными частотами $3\omega_0 - p$, $2p$ и т. д., но с существенно меньшими амплитудами. Из-за относительной малости составляющих с побочными комбинационными частотами их влияние на основные составляющие практически было незаметно.

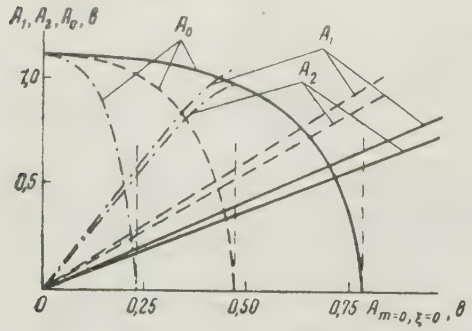


Рис. 2

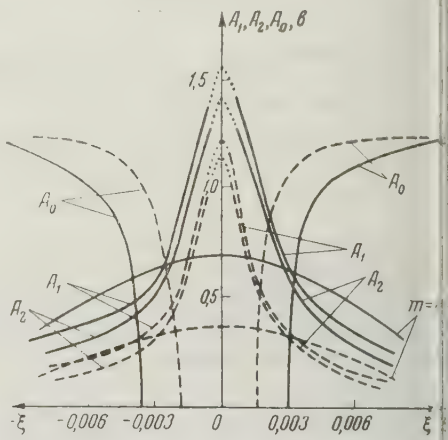


Рис. 3

Рис. 2. Зависимости амплитуд составляющих вынужденных колебаний от величины вынуждающей эдс. Затухание $\vartheta = 56 \cdot 10^{-4}$:

сплошная линия — $\xi = 0{,}0040$; пунктир — $\xi = 0{,}0022$; штрих-пунктир — $\xi = 0{,}0013$, $m/m_{кр} = 1{,}$

Рис. 3. Зависимости амплитуд составляющих вынужденных колебаний от величины расстройки ξ. Затухание $\vartheta = 53 \cdot 10^{-4}$, $m/m_{кр} = 1{,}150$

3. Как уже указывалось, в работе [3] показано, что в спектре вынужденных колебаний параметрически возбужденного контура ($m > m_{кр}$) присутствует составляющая с частотой параметрического возбуждения и высказано предположение о возможности ее подавления вынуждающей силой. Для выяснения действительного характера этих процессов на описанной выше установке был исследован спектральный состав вынужденных колебаний при параметрическом возбуждении контура для различных амплитуд воздействия.

На рис. 2 показаны зависимости амплитуд составляющих колебательного процесса в контуре при данном режиме от величины вынуждающей эдс для трех фиксированных значений расстройки. Из рассмотрения этих зависимостей видно, что с увеличением вынуждающей силы растут составляющие A_1, A_2 с частотами p, $2\omega_0 - p$, а составляющая A_0 с частотой ω_0 уменьшается до нуля. «Гашение» составляющей наступает по достижении составляющими A_1, A_2 некоторой вполне определенной величины для данного значения $m/m_{кр}$. При бо́льшем значении $m/m_{кр}$ амплитуда гашения соответственно увеличивается. Таким образом, гашение составляющей, обусловленной параметрическим возбуждением контура, вызывается внешней эдс не непосредственно, а через составляющие A_1, A_2, величины которых зависят не только от амплитуды вынуждающей эдс, но и от величины расстройки ее частоты относительно собственной частоты контура. Уменьшение составляющей A_0 и ее гашение по-видимому, в большей мере связано со снижением эффективного коэффициента модуляции индуктивности, чем с уходом средней собственной частоты контура, вызываемым

ноками составляющих A_1, A_2, поскольку дополнительная его подстройка не приводила к возбуждению уже погашенных колебаний. Снижение действующего коэффициента модуляции, очевидно, происходит из-за нелинейного режима участка сердечника, находящегося под воздействием поперечного модулирующего поля и продольного магнитного поля, создаваемого токами составляющих A_1, A_2. Поэтому увеличение амплитуды A_1, A_2 уменьшает глубину модуляции индуктивности, вызываемую изменением магнитной проницаемости этого участка поперечным полем. Процесс гашения составляющей наблюдается и при изменении величины расстройки частоты вынуждающей эдс (с постоянной амплитудой) относительно средней частоты контура. Экспериментально полученные кривые изменения составляющих A_1, A_2 , A_0 в зависимости от величины расстройки внешнего воздействия при постоянной амплитуде воздействующей эдс представлены на рис. 3. Для малых расстроек амплитуда A_1, A_2 достаточно велика и составляющая A_0 отсутствует. С увеличением расстройки амплитуды A_1 и A_2 уменьшаются, и при определенных их значениях, характерных для данных $r/m_{кр}$, появляется составляющая A_0. При дальнейшем увеличении расстройки A_0 возрастает и достигает своего максимального значения, определяемого параметрами контура и глубиной модуляции.

В исследовавшемся нами спектре вынужденных колебаний параметрически возбужденной системы, равно как и недовозбужденной системы, кроме основных рассмотренных составляющих, содержались также составляющие с другими комбинационными частотами. Ввиду значительной малости амплитуд этих составляющих (из-за сравнительно небольшой нелинейности характеристики колебательного контура) мы их не рассматривали.

Заключение. Полученные экспериментальные результаты полностью подтвердили выводы, следующие из линейного рассмотрения вынужденных колебаний в параметрически недовозбужденной системе и правильность сделанных при этом рассмотрении допущений.

Исследование вынужденных колебаний в параметрически возбужденном контуре также подтвердило правильность выводов работы [5] о спектральном составе и возможности подавления составляющей с частотой параметрически возбужденных колебаний внешним воздействием.

Автор пользуется случаем выразить признательность В. В. Мигулину за предложенную им тему и внимание при ее выполнении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Горелик, ЖТФ, 1934, 4, 1783; ЖТФ, 1935, 5, 195; ЖТФ, 1935, 5, 489.
2. С. М. Рытов, М. А. Дивильковский, ЖТФ, 1936, 6, 474.
3. В. В. Мигулин, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 6, 955.
4. Л. И. Мандельштам, Сочинения, т. II, Изд. АН СССР, 1947.
5. В. В. Мигулин, А. Н. Вахрамеев, НДВШ (Физ.-мат. науки), 1958, 1, 138.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова
Кафедра теории колебаний

Поступило в редакцию
2 II 1960

О СПЕКТРАЛЬНЫХ И АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ СВЕРХРЕГЕНЕРАТИВНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ

Е. М. Гершензон, В. С. Эткин

В последнее время в ряде работ описывалось применение сверхрегенеративного режима в параметрических регенеративных усилителях на полупроводниковых диодах [1, 2, 3], что давало выигрыш как в величине стабильного коэффициента усиления, так и в ширине полосы пропускания усилителя.

Параметрические регенеративные усилители можно рассматривать как регенеративные усилители с отрицательным сопротивлением для каждой из частот, получающихся при усилении $f_с$ и $f_р = f_н - f_с$, где $f_н$, $f_с$, $f_р$ — частоты накачки, сигнала и разностная частота соответственно.

Для одноконтурного параметрического усилителя [3] выражения для коэффициента усиления каждой гармоники при большой регенерации имеют вид

$$k = \frac{Z^2}{(R - R_-)^2},$$

где Z — волновое сопротивление линии, питающей усилитель, R — полное сопротивление эквивалентного контура усилителя, R_- — отрицательное сопротивление,

$$R_- = \frac{m}{2}\frac{1}{\omega_0 C_0}$$

(ω_0 — частота контура, C_0 — емкость в рабочей точке). Если напряжение накачки, управляющее емкостью диода, модулируется низкой частотой $\Omega = 2\pi F$ (или, что прак-

тически то же самое, модулируется C_0), то можно говорить о медленной модуляции величины отрицательного сопротивления. Поэтому поведение параметрического сверхрегенератора качественно описывается теорией, развитой ранее Г. С. Гореликом для случая обычного сверхгенератора с модулируемым отрицательным сопротивлением [4]. В связи с этим можно ожидать, что спектр на выходе усилителя будет состоять из двух семейств спектров, $f_c \pm nF$ и $f_p \pm nF$, $n = 0, 1, 2,..$, и на частотной характеристике появятся дополнительные максимумы на частотах $f_н/2 \pm nF$.

Эти выводы мы проверили на параметрических усилителях, описанных ранее [3]. При осуществлении сверхрегенеративного режима применялась «высокая» частота модуляции накачки (2—5 *Мгц*), сравнимая с полосой пропускания усилителя. Оказалось, что, действительно, на выходе усилителя при «суперизации» имеются два семейства спектров, и частотные характеристики, расширяясь, приобретают дополнительные максимумы. Ордината частотной характеристики представляет собой в этом случае суммарную интенсивность колебаний всех частот, возбужденных в параметрическом сверхрегенераторе сигналом частоты ω. Эта интенсивность измеряется током видеодетектора на выходе усилителя. На рис. 1 показаны спектрограммы, полученные при помощи спектроанализатора для регенеративного и сверхрегенеративного режимов: левая группа (сверху вниз): частоты f_c и f_p близки $|f_c - f_p| \approx 3$ *Мгц*. 1. Спектр в регенеративном режиме. 2. Спектр в сверхрегенеративном режиме при $F_{мод} = 5$ *Мгц*. 3. Спектр в сверхрегенеративном режиме при $F_{мод} = 2{,}2$ *Мгц*. Правая группа: частоты f_c и f_p далеки $|f_c - f_p| \approx 12$ *Мгц*; спектры те же, что и для левой группы.

На рис. 2 приведены осциллограммы частотных характеристик усилителя, полученные при помощи генератора качающейся частоты в регенеративном и сверхрегенеративном режимах: 1. Резонансная кривая перегенерированного усилителя. 2. Резонансная кривая регенеративного усилителя. 3 и 4. Резонансные кривые сверхрегенеративного усилителя; $F = 2{,}2$ и 5 *Мгц*.

Таким образом, применение сверхрегенеративного режима повышает коэффициент усиления (например, в описанных опытах, при одном и том же среднем уровне накачки — с 20 до 35—40 *дб*) и полосы пропускания (в 2—4 раза), но сопровождается столь значительными искажениями спектра сигнала на выходе усилителя и частотных характеристик, которые, конечно, воспрепятствуют применению сверхрегенеративных параметрических усилителей во многих радиотехнических устройствах.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Heffner, G. Wade, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 7, 1971.
2. B. Bossard, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 7, 1969.
3. Е. М. Гершензон, Н. Г. Птицына, Г. И. Рожкова, В. С. Эткин, Об одноконтурном параметрическом усилителе, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 5, 829.
4. Г. С. Горелик, Линейные резонансные явления в суперрегенеративном приемнике, Электросвязь, 1939, 6.

Поступило в редакцию
9 III 1960

О ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СУПЕРРЕГЕНЕРАТИВНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ

Ю. Е. Дьяков

Определение передаточной функции одноконтурного суперрегенеративного параметрического усилителя сводится к решению дифференциального уравнения

$$\ddot{q} + 2h\dot{q} + \omega_0^2 \{1 - \eta(t) \cos[\Omega t + \psi + \lambda(t)]\} q = \exp j\omega t, \qquad (1)$$

где $\eta(t)$ и $\lambda(t)$ — медленные функции времени ($\dot{\eta} \ll \omega_0\eta$, $\dot{\lambda} \ll \omega_0\lambda$).

В дальнейшем считается, что $\lambda = \psi = 0$, $\Omega = 2\omega_0$, $Q = \omega_0 / 2h \gg 1$ и используются следующие обозначения:

$$\delta = \omega - \omega_0 \ll \omega_0,\ z = 1 + \frac{j\delta}{h},\ \alpha = \dot{\eta} / 2\eta h,\ h_{1,2} = h\left(1 \mp \frac{\overline{\eta} Q}{2}\right),$$

$$\mu = \frac{hQ}{2}\int \widetilde{\eta}\, dt,\ f_1 = (z - 2\alpha) / 4jQ,\ f_2 = \eta / 8,$$

$$p_1 = 2h(z - \alpha),\ p_2 = h^2\left(z^2 - \frac{\eta^2 Q^2}{4} - 2z\alpha\right),\ p = h^2\left(\frac{\eta^2 Q^2}{4} + \alpha^2 - \frac{\dot{\alpha}}{h}\right),$$

где $\widetilde{\eta}$ и $\overline{\eta}$ — переменная и постоянная составляющие функции $\eta(t)$.

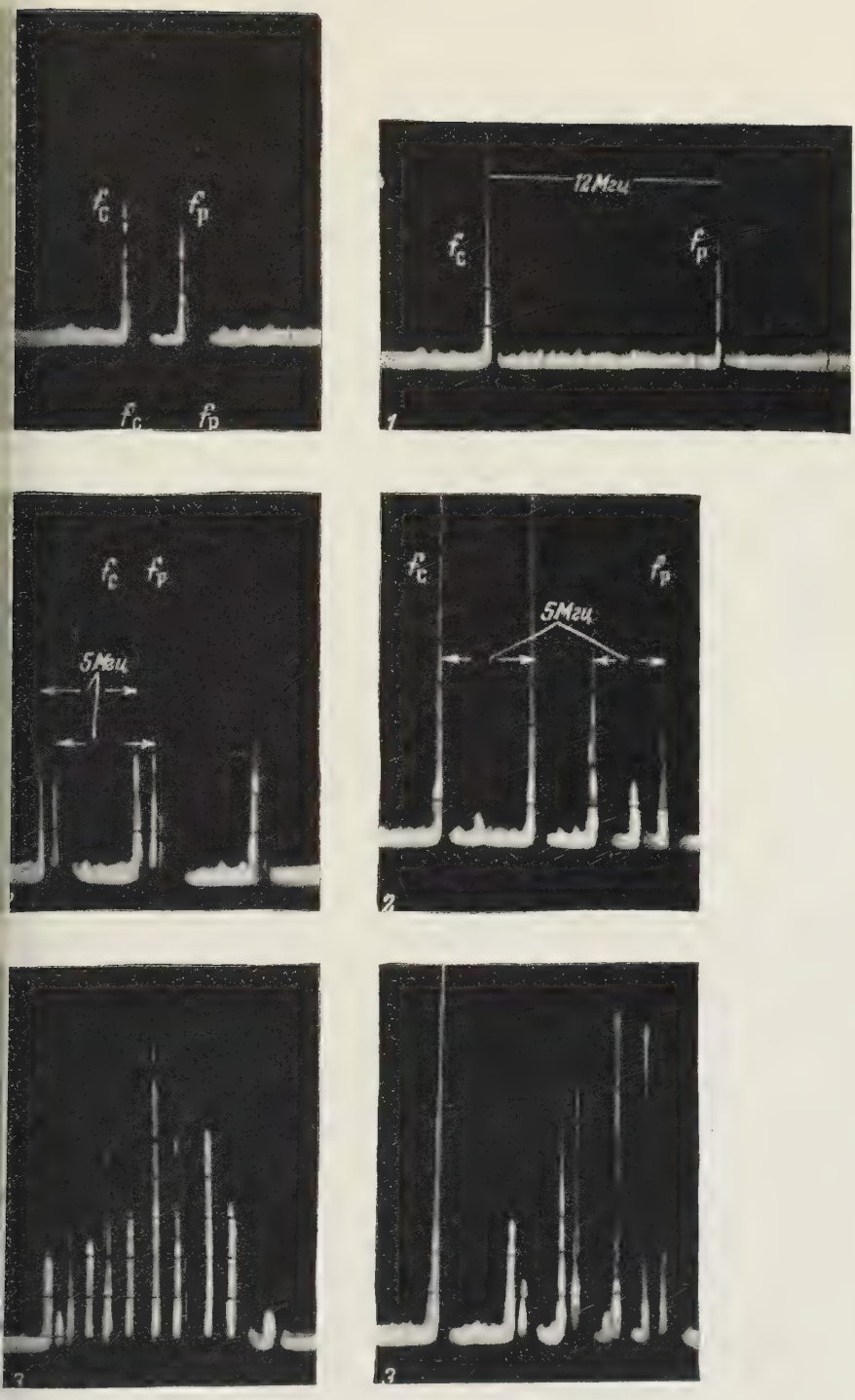
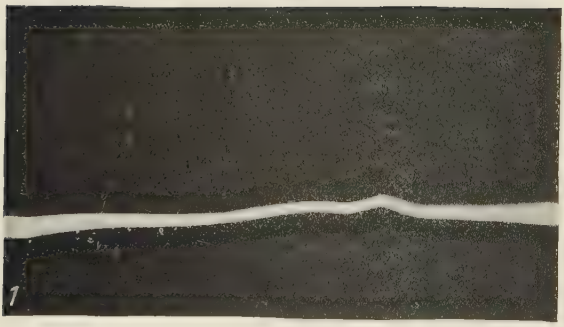
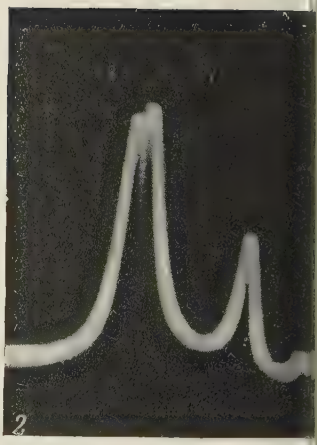


Рис. 1





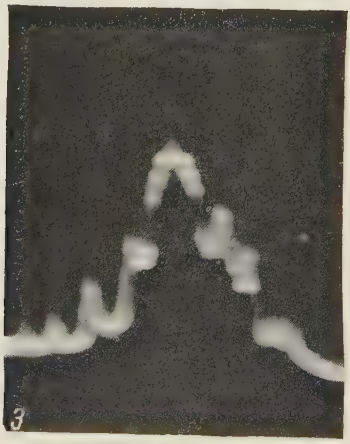


Рис. 2

Решение уравнения (1) при $\omega > 0$ ищем в виде

$$q = e^{j\omega t}(k_1 + k_2 e^{-j2\omega_0 t}), \tag{2}$$

редполагая $k_{1,2}$ медленными функциями времени, так что $\dot{k}_{1,2} \ll \omega_0 k_{1,2}$. Передаточ-ой функцией называют множитель при $\exp j\omega t$ в (2). Подставив (2) в (1) и при-авняв нулю коэффициенты при $\exp j\omega t$ и $\exp j(\omega - 2\omega_0)t$, получим

$$\frac{\ddot{k}_1}{\omega_0^2} + \left(\frac{1}{Q\omega_0} + \frac{2j\omega}{\omega_0^2}\right)\dot{k}_1 + \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}\right]k_1 - \frac{1}{2}\eta k_2 = \omega_0^{-2},$$

$$\frac{\ddot{k}_2}{\omega_0^2} + \left(\frac{1}{Q\omega_0} + \frac{2j(\omega - 2\omega_0)}{\omega_0^2}\right)\dot{k}_2 + \left[1 - \left(\frac{\omega - 2\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j(\omega - 2\omega_0)}{Q\omega_0}\right]k_2 - \frac{1}{2}\eta k_1 = 0.$$

Ввиду предполагаемой медленности $k_{1,2}$ и большой величины Q в этой системе ожно пренебречь первыми двумя членами каждого уравнения, после чего легко аходятся уравнения отдельно для k_1 и k_2:

$$\ddot{k}_n + p_1(t)\dot{k}_n + p_2(t)k_n = f_n,\ n = 1, 2. \tag{3}$$

Из (3) следует, что асимптотические (соответствующие $t \to \infty$) значения k_n авны

$$k_n(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{y_2(t)y_1(\theta) - y_2(\theta)y_1(t)}{\Delta(\theta)} f_n(\theta)\,d\theta, \tag{4}$$

де $y_{1,2}$ — линейно-независимые решения уравнения (3) без правой части и $\Delta = = y_1\dot{y}_2 - \dot{y}_1 y_2$.

После подстановки $y = w\exp\left(-\frac{1}{2}\int p_1\,dt\right)$ уравнение $\ddot{y} + p_1\dot{y} + p_2 y = 0$ прини-ает вид: $\ddot{w} - \rho(t)w = 0$, где $\rho(t) = p_2 - (p_1^2 + 2\dot{p}_1)/4$. Можно показать (см., напри-ер, [1,2]), что при достаточной медленности функции $\rho(t)$, а именно, когда

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\sqrt{\rho}}{dt} \sim a,\quad \frac{1}{\rho^{3/2}}\frac{d^2\sqrt{\rho}}{dt^2} \sim a^2,\ a \ll 1, \tag{5}$$

инейно-независимые решения уравнения $\ddot{w} - \rho(t)w = 0$ равны $w_{1,2} = g^{-1/2}\exp\left(\pm\int g\,dt\right)$, де $g = \sqrt{\rho} + O(a^2)$. В случае суперрегенеративного параметрического усилителя словия (5) бывают обычно выполненными и, кроме того,

$$4(\alpha^2 - \dot{\alpha}h^{-1})\eta^{-2}Q^{-2} \sim a^2 \ll 1 \tag{6}$$

(см. ниже), так что в приближенном выражении для $w_{1,2}$ следует считать $g = \sqrt{\rho} \simeq \simeq hQ\eta/2$. В результате находим

$$y_{1,2} = \exp\left[-h\left(z \mp \frac{Q\bar{\eta}}{2}\right)t \pm \mu(t)\right] = \exp[-(h_{1,2} + j\delta)t \pm \mu(t)]. \tag{7}$$

Как следует из (7), $\Delta(t) = -hQ\eta\exp(-2hzt)$. Функция $\mu(t)$ в (7) не имеет остоянной составляющей; таким образом, параметрическая система, описываемая уравнением (1), характеризуется двумя показателями затухания, h_1 и h_2 [если пренебречь поправками к $h_{1,2}$ порядка $hO(a^2)$, см. (5) и (6)].

Выражения (2), (4) и (7) определяют зависимость искомой передаточной функции от коэффициентов уравнения (1).

Рассмотрим несколько примеров.

1. Величина η в уравнении (1) не зависит от времени (параметрический усили-тель в обычном режиме регенерации). В этом случае $\eta = \bar{\eta}$, $\mu = 0$, $f_1 = z/4jQ$ и $f_2 = \bar{\eta}/8$. Из (4) находим

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= z/4jQ \\ k_2 &= \bar{\eta}/8 \end{aligned}\right\} \times \frac{2}{\bar{\eta}\omega_0}\left[\frac{1}{h_1 + j\delta} - \frac{1}{h_2 + j\delta}\right]. \tag{8}$$

Обычно величина $\bar{\eta}$ выбирается близкой к $2/Q$, так что $h_1 \ll h_2$ и можно считать $\sim h$. Согласно (8) при этом $k_1 \simeq [4j\omega_0(h_1 + j\delta)]^{-1}$, $k_2 \simeq [4\omega_0(h_2 + j\delta)]^{-1}$, $|k_1| = |k_2|$.

2. Величина η постоянна и равна нулю (контур с постоянными параметрами). Совершая в (8) предельный переход $\eta = \bar{\eta} \to 0$, получим, как и следовало, что

$$k_1 [2j\omega_0 (h + j\delta)]^{-1}, \quad k_2 = 0.$$

3. Предположим, что $\eta(t) = \bar{\eta}(1 + \varkappa \cos \nu t)$, $\varkappa < 1$. В этом случае

$$\tilde{\eta} = \bar{\eta}\varkappa \cos \nu t, \quad \alpha = -\frac{\varkappa \nu \sin \nu t}{2h(1 + \varkappa \cos \nu t)}, \quad \mu = \beta \sin \nu t, \quad \beta = \frac{\bar{\eta} Q}{2} \frac{h\varkappa}{\nu}. \qquad (9)$$

Из выражений (9) следует, что роль малого параметра a в (5) и (6) играет отношение ν / h (при условии, что коэффициент $\varkappa$ не слишком близок к единице и можно считать $(1 + \varkappa \cos \nu t)^{-1} \sim 1$). Неравенство $\nu \ll h$ в суперрегенеративных параметрических усилителях обычно хорошо выполняется. Поскольку $\dot{\alpha} \sim \varkappa \nu / h$, то в (4) можно положить $f_1 = \text{const} = z / 4jQ$.

Подставив выражение (9) в (7) и (4), получим

$$y_{1,2} = \exp[-(h_{1,2} + j\delta) t \pm \beta \sin \nu t], \quad \Delta = -hQ\bar{\eta}(1 + \varkappa \cos \nu t) \exp(-2hzt),$$

$$k_1 = \frac{-z}{4jhQ^2\bar{\eta}} \int_{-\infty}^{t} \{\exp[(h_2 + j\delta)(\theta - t) + \beta(\sin \nu\theta - \sin \nu t)] -$$

$$- \exp[(h_1 + j\delta)(\theta - t) - \beta(\sin \nu\theta - \sin \nu t)]\} (1 + \varkappa \cos \nu\theta)^{-1} d\theta. \qquad (10)$$

Так как $\exp(-\beta \sin \nu\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(j\beta) e^{jn\nu\theta}$, то, полагая $(1 + \varkappa \cos \nu\theta)^{-1} \simeq 1 - \varkappa \cos \nu\theta$ и используя соотношение $J_{n+1}(j\beta) + j_{n-1}(j\beta) = (2n / j\beta) J_n(j\beta)$, находим из (10)

$$k_1 = \frac{z}{4jhQ^2\bar{\eta}} \left\{ e^{\beta \sin \nu t} \sum_n \frac{e^{jn\nu t}}{h_1 + j(\delta + \nu n)} \left(1 + \frac{j\varkappa n}{\beta}\right) J_n(j\beta) - \right.$$

$$\left. - e^{-\beta \sin \nu t} \sum_n \frac{e^{-jn\nu t}}{h_2 + j(\delta - \nu n)} J_n(j\beta) \left(1 - \frac{j\varkappa n}{\beta}\right) \right\}, \qquad (11)$$

при $\bar{\eta} \simeq 2 / Q$

$$k_1 \simeq \frac{z}{4j\omega_0} e^{\beta \sin \nu t} \sum_n \frac{\left(1 + \frac{jn\nu}{h}\right) J_n(j\beta)}{h_1 + j(\delta + n\nu)} e^{jn\nu t}.$$

Для k_2 получается аналогичное выражение:

$$k_2 \simeq \frac{1}{4\omega_0} e^{\beta \sin \nu t} \sum_n \frac{J_n(j\beta)}{h_1 + j(\delta + n\nu)} e^{jn\nu t}.$$

ЛИТЕРАТУРА

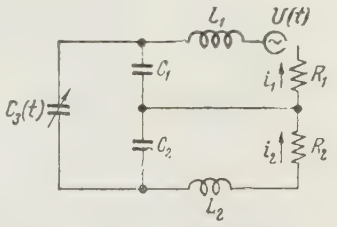
1. С. М. Рытов, Модулированные колебания и волны, Тр. ФИАН СССР, 1940, 2, 1
2. Л. Бриллюэн, М. Пароди, Распространение волн в периодических структурах, ИЛ, 1959.

Поступило в редакцию
21 IV 1960

ОБ ОДНОЙ ОШИБКЕ, ДОПУСКАЕМОЙ ПРИ РАССМОТРЕНИИ ДВУХКОНТУРНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ

Ю. Е. Дьяков

При анализе двухконтурного регенеративного параметрического усилителя ычно полагают, что колебания в одном из контуров происходят с частотой сигнала — Ω_1, а в другом, так называемом балансном, с разностной частотой $|\omega - \Omega_3| \simeq \Omega_2$, е Ω_3 — частота накачки; $\Omega_{1,2}$ — собственные частоты контуров. Такое предположе- е оправдывается при большой добротности и сла- й связи контуров, причем условием последней яв- ется не только выполнение неравенства $C_3 \ll C_{1,2}$, и не слишком малая величина разности частот $_1 - \Omega_2$.



В вырожденном случае $\Omega_1 = \Omega_2$ в каждом кон- ре будут существовать колебания не одной, а ух частот, ω и $\omega - \Omega_3$, подобно тому, как это про- ходит в одноконтурном параметрическом усили- ле. Отсюда следует, что, например, при синхрон- м режиме ($2\omega = \Omega_3$) вырожденный двухконтурный раметрический усилитель будет обладать селек- ивностью по отношению к фазе усиливаемого напряжения $U(t)$. Двухчастотный ха- актер колебаний в контурах параметрического усилителя при $\Omega_1 = \Omega_2$ не учтен в ра- тах [1, 2], и относящиеся к этому случаю результаты указанных работ ошибочны.

В аналогии между вырожденным двухконтурным и одноконтурным параметрическими усилителями нетрудно убедиться и математическим путем. Предположим для ростоты, что контуры показанной на рисунке схемы полностью тождественны и бозначим $C_n = C$, $(L_n C_n)^{-1/2} = \Omega_0$, $R_n/2L_n = h$ и $v_n = C^{-1} \int i_n\, dt$ $(n = 1,2)$. ставив уравнения Кирхгофа, получим для v_n следующую систему дифференциальных равнений:

$$\ddot{v}_n + 2h\dot{v}_n + \Omega_0^2 v_n - \Omega_0^2 F(t)(v_1 + v_2) = \begin{cases} \Omega_0^2 U(t), & n=1, \\ 0, & n=2, \end{cases} \tag{1}$$

де $F(t) = C_3(t)C^{-1}[1 + C_3(t)C^{-1}]$. Складывая уравнения (1) с $n = 1$ и $n = 2$ и обозначая $v = v_1 + v_2$, найдем

$$\ddot{v} + 2h\dot{v} + \Omega_0^2 [1 - 2F(t)] v = \Omega_0^2 U(t). \tag{2}$$

Как известно, точно таким же уравнением описывается одноконтурный параметрический усилитель, емкость которого модулируется пропорционально $[1 - 2F(t)]^{-1}$, ем и доказывается упомянутая выше аналогия.

Если функция v, удовлетворяющая уравнению (2), найдена, то, как видно из), определение v_1 и v_2 сводится к элементарной задаче — решению дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с известной правой астью. В частности, когда амплитуда переменной составляющей емкости связи C_3 изка к своему пороговому значению, соответствующему началу параметрической енерации, $v_1 \simeq v_2$ и $i_1 \simeq i_2$.

ЛИТЕРАТУРА

. S. Bloom, K. K. N. Chang, Theory of parametric amplification using nonlinear reactances, RCA Rev., 1957, 18, 4, 578.
. В. И. Зубков, Я. А. Моносов, Некоторые вопросы теории параметрических усилителей, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 1, 75.

Поступило в редакцию
21 IV 1960

УЧЕТ КОМБИНАЦИОННЫХ ЧАСТОТ В СИСТЕМАХ С ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЙСЯ РЕАКТИВНОСТЬЮ

Ю. А. Кравцов

Как известно, установившийся отклик линейной системы с периодически меняющимися параметрами на гармонический сигнал

$$i(t) = I e^{i\omega t} \tag{1}$$

ыражается рядом Фурье по гармоникам основной частоты накачки Ω:

$$u(t) = \Big(\sum_{-\infty}^{+\infty} k_n(\omega)\, e^{in\Omega t}\Big)\, I e^{i\omega t}. \tag{2}$$

Для систем, обладающих высокой избирательностью, в выражении (2) следует учитывать лишь те комбинационные частоты, которые попадают в полосу пропускания системы. В частности, в одноконтурном параметрическом усилителе, а также в двухконтурном регенеративном усилителе, можно удерживать только члены с индексами $n=0$ и -1, а в двухконтурном нерегенеративном усилителе — с индексами $n=$ и $+1$. В многоконтурных параметрических усилителях иногда учитывается больш число гармоник.

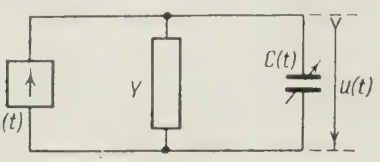


Рис. 1

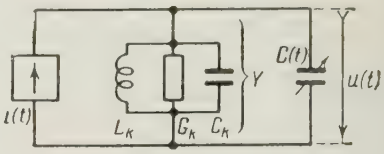


Рис. 2

Представляет интерес вычислить амплитуды всех комбинационных част в разложении (2) хотя бы для системы с одной периодически меняющейся емкость (рис. 1). Для этой системы напряжение на емкости $u(t)$ и ток $i(t)$ связаны уравнени

$$Y[u(t)] + \frac{d}{dt}[C(t)\,u(t)] = i(t), \qquad (3)$$

где $C(t)$ — периодически меняющаяся емкость:

$$C(t) = \overline{C} + 2\widetilde{C}\cos\Omega t, \qquad (4)$$

а Y — линейный оператор проводимости части цепи с постоянными параметрам Подставив (1), (2) и (4) в (3) и приравняв коэффициенты при $e^{i(\omega+n\Omega)}$ в левой правой частях, получаем для коэффициентов $k_n(\omega)$ систему уравнений

$$Y_n k_n(\omega) + y_n[k_{n-1}(\omega) + k_{n+1}(\omega)] = \begin{cases} 1, & n=0, \\ 0, & n\neq 0, \end{cases} \qquad (5)$$

где

$$Y_n = Y(\omega_n) + i\omega_n\overline{C}; \quad y_n = i\omega_n\widetilde{C};$$

$$\omega_n = \omega + n\Omega \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots).$$

Решение системы (5), которое можно найти сначала для конечного числа н известных ($-N \leqslant n \leqslant N$), а потом распространить на случай $N=\infty$, имеет вид

$$k_0(\omega) = \frac{1}{\hat{Y}_0},$$

$$k_n(\omega) = -\frac{y_n}{\hat{Y}_n}\,k_{n-1}(\omega), \quad n>0, \qquad (6)$$

$$k_n(\omega) = -\frac{y_n}{\hat{Y}_n}\,k_{n+1}(\omega), \quad n<0,$$

где

$$\hat{Y}_0 = Y_0 - \frac{y_0 y_1}{\hat{Y}_1} - \frac{y_0 y_{-1}}{\hat{Y}_{-1}};$$

$$\hat{Y}_n = Y_n - \cfrac{y_n y_{n+1}}{Y_{n+1} - \cfrac{y_{n+1}y_{n+2}}{\hat{Y}_{n+2} - \ddots}}, \quad n>0; \qquad (7)$$

$$\hat{Y}_n = Y_n - \cfrac{y_n y_{n-1}}{Y_{n-1} - \cfrac{y_{n-1}y_{n-2}}{\hat{Y}_{n-2} - \ddots}}, \quad n<0.$$

При малой девиации емкости $\widetilde{C}$ ($\widetilde{C} \ll \overline{C}$) и достаточно высоком номере гармоники n (таком, что частота $\omega_n = \omega + n\Omega$ лежит вне полосы пропускания системы) отношение $y_n / \hat{Y}_n$, входящее в рекуррентные формулы (6), представляет собой малую величину порядка $\widetilde{C} / \overline{C}$:

$$|y_n / \hat{Y}_n| \sim \frac{\widetilde{C}}{\overline{C}} \ll 1,$$

и амплитуды гармоник $|k_n(\omega)|$ убывают на порядок относительно $\widetilde{C} / \overline{C}$ с увеличением n на единицу. При этих условиях в разложении (2) можно ограничиться несколькими членами.

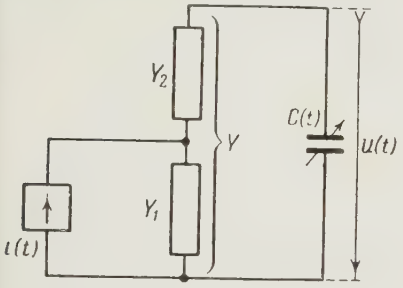


Рис. 3

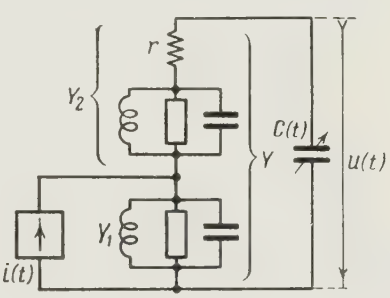


Рис. 4

Вклад отдельных комбинационных составляющих в амплитуду нулевой гармоники $|k_0(\omega)|$ (гармоники на частоте сигнала ω) также определяется величиной отношения $y_n / \hat{Y}_n$, в силу чего цепные дроби в (7) можно оборвать, начиная с некоторого индекса n. В частности, в одноконтурном параметрическом усилителе (рис. 2), котором частота сигнала приблизительно вдвое меньше частоты накачки и близка частоте настройки контура ($\omega \simeq \Omega / 2 \simeq 1 / \sqrt{L_к (C_к + \overline{C})}$), наиболее существенную роль играют проводимости Y_0 и Y_{-1} на частотах $\omega_0 \equiv \omega$ и $\omega_{-1} = \omega - \Omega \simeq -\omega$, так что

$$\hat{Y}_0 \simeq Y_0 - \frac{y_0 y_{-1}}{Y_{-1}}, \quad \hat{Y}_{-1} \simeq Y_{-1},$$

$$k_0(\omega) \simeq \frac{1}{Y_0 - \dfrac{y_0 y_{-1}}{Y_{-1}}}, \quad k_{-1}(\omega) = -\frac{y_{-1}}{Y_{-1}} k_0(\omega).$$

Систему, изображенную на рис. 1, можно усложнить, подключив источник сигнала к части проводимости Y (рис. 3). Выражения (1) — (7) останутся при этом силе, если заменить ток $i(t)$ на $i'(t) = \dfrac{i(t)}{1 + \dfrac{Y_1}{Y_2}}$, а проводимость Y — на $\dfrac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2}$.

хему, изображенную на рис. 3, можно использовать для расчета двухконтурного ірамстрического усилителя, в котором элементом связи являются последовательно оединенные емкость $C(t)$ и сопротивление r (рис. 4).

Разумеется, результаты, полученные для схемы, изображенной на рис. 1, могут ыть перенесены на систему с периодически меняющейся индуктивностью.

Автор признателен С. М. Рытову за внимание, проявленное к работе.

Поступило в редакцию
20 VIII 1960

ВЛИЯНИЕ АСИММЕТРИИ НА РАБОТУ ДВУХТАКТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ВНЕШНИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Г. Н. Берестовский

В мощных двухтактных преобразователях (рис. 1, *а*), как правило выполняемых по схеме с внешним возбуждением, весьма часто заметно существенное различие между коллекторными токами обоих триодов, т. е. наличие постоянной составляющей тока в коллекторной обмотке трансформатора. Это явление часто приводит к перегрузке одного из триодов и даже к выводу его из строя. Появление постоянной составляющей тока I связано с асимметрией как схемы, так и режима переключения, а значительная величина тока I обусловлена малым сопротивлением открытого триода и наличием индуктивности L коллекторной обмотки, включенной между двумя триодами.

Благодаря индуктивности L в установившемся режиме происходит такое распределение токов между триодами, что напряжение на индуктивности u_L и соответственно на нагрузке не будет иметь постоянной составляющей:

$$\int_0^T u_L\,dt = 0, \qquad (1)$$

где T — период колебаний в схеме.

Постоянная составляющая, точнее монотонно изменяющаяся составляющая напряжения u_L будет присутствовать только в процессе установления колебаний. Ток намагничивания i_L также будет иметь медленно увеличивающуюся однополярную составляющую, которая растет до тех пор, пока за счет изменения падения напряжения на сопротивлениях коллекторной цепи не начнет выполняться равенство (1).

Вычислим постоянную составляющую I тока i_L, учитывая как асимметрию схемы, так и асимметрию выходного напряжения, т. е. напряжения на индуктивности. Для упрощения расчетов будем считать, что а) длительность фронта напряжения при переключении равна нулю; б) максимальная величина тока i_L много меньше E/r, где r — сопротивление цепи, по которой протекает коллекторный ток одного из триодов. Последнее предположение, как показывают расчеты, позволяет рассматривать ток $i_к$ открытого триода как постоянный и равный средней величине за время импульса.

На основании указанных предположений выражение (1) можно представить в более простой форме:

$$u_{L1}\tau_1 = u_{L2}\tau_2, \qquad (2)$$

где u_{L1} и τ_1 — соответственно амплитуда и длительность полуволны напряжения одной полярности; u_{L2} и τ_2 — то же другой полярности. С другой стороны,

$$u_{L1} = E - e_1 - (I_н - I)r_1, \quad u_{L2} = E - e_2 - (I_н + I)r_2, \qquad (3)$$

где e_1, e_2 — остаточные напряжения на коллекторах триодов, зависящие от величины токов коллектора и базы; $I_н$ — ток $I'_н$, приведенный к коллекторной обмотке. Ток I замыкается по контуру: триод $T1$ — обмотка трансформатора — триод $T2$. Поэтому в одном триоде он складывается с $I_н$, в другом — вычитается. Из уравнений (2) и (3), пренебрегая малыми величинами и полагая, что $\left|\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2}\right| \ll 1$, находим выражение для тока I:

$$I = \frac{E}{r_1 + r_2}\,\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2} + \frac{(e_1 + r_1 I_н) - (e_2 + I_н r_2)}{r_1 + r_2}. \qquad (4)$$

Для более ясного представления о порядке величины тока I рассмотрим пример: $E = 25$ *в*, $r_1 + r_2 = 0{,}5$ *ом*, относительная разница в длительностях полуволн напряжения равна 1%. При этом $I = 0{,}5$ *а* и, следовательно, ток $I_{к2}$ получается на больше тока $I_{к1}$. Как видим, даже очень малая асимметрия при переключении приводит к большой разнице в токах. Второе слагаемое в уравнении (4), связанное с асимметрией схемы, как правило, имеет небольшую величину, поскольку потери напряжения в первичной цепи обычно малы. Однако эта же асимметрия может привести к появлению и первого слагаемого, т. е. к неравенству полуволн выходного напряжения при совершенно симметричном управляющем напряжении. Для пояснения этого эффекта рассмотрим процесс переключения в схеме рис. 1, *а*.

Когда напряжения на базах триодов меняют знак, то запертый триод, скажем $T1$, отпирается и его коллекторный ток $i_{к2}$ растет в соответствии с переходной характеристикой триода, а открытый триод $T1$ начинает запираться. Но поскольку триод $T1$ перед этим находился в режиме насыщения, то проходит некоторое время (рис. 1, *б*), прежде чем он выйдет в активную область характеристик. Только с этого

эмента начнет изменяться напряжение на обмотках трансформатора, а значит и ток агрузки $I'_н$. Чтобы определить характер изменения токов, обратимся к уравнению, вязывающему токи в схеме:

$$i_{к1} - i_{к2} = i_н + i_L. \qquad (5)$$

Считая индуктивность L достаточно большой, пренебрежем изменением тока i_L а время переключения. Тогда до момента t_1 разность токов триодов будет оставаться остоянной, т. е. и $i_{к1}$, и $i_{к2}$ будут расти по закону изменения тока $i_{к2}$. После

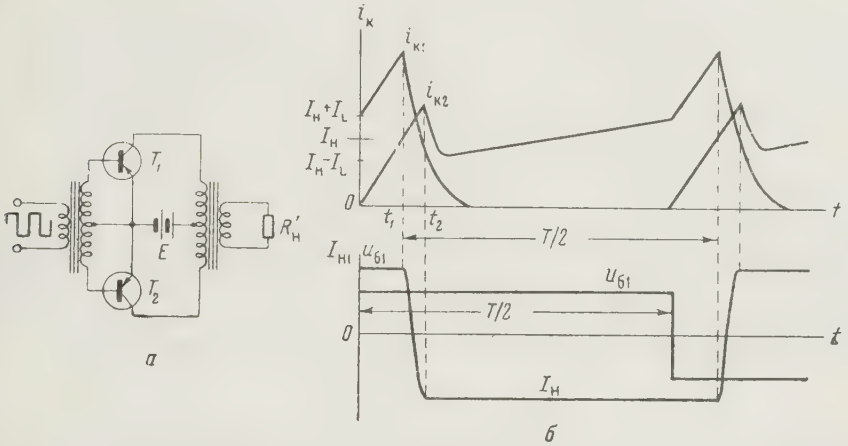


Рис. 1

а — схема преобразователя с внешним возбуждением; *б* — эпюры токов и напряжений

ыхода триода $T1$ из режима насыщения оба тока $i_{к1}$ и $i_{к2}$ изменяются независимо руг от друга, каждый по своему закону: $i_{к1}$ спадает, $i_{к2}$ растет. Их разность опре-еляет величину тока $i_н$ и соответственно напряжения на коллекторах триодов. тот процесс продолжается до тех пор, пока триод $T2$ не войдет в режим насыще-ия (момент t_2 на рис. 1, *б*). При этом ток нагрузки сменит знак и достигнет своей тационарной величины $I_н$. Таким образом, отрезок времени $t_2 - t_1$ соответствует лительности фронта напряжения на нагрузке. После входа в режим насыщения риод $T2$ становится пассивным элементом, и теперь его ток $i_{к2}$ повторяет ход тока к1 так, что их разность остается равной $I_н - I_L$. За полпериода колебаний ток $i_{к2}$ величивается до величины $I_н + I_L$ и весь процесс переключения повторяется снова.

Если триоды имеют неодинаковые характеристики, то как длительности фронтов, ак и времена выхода триодов из режима насыщения будут различными, что и приво-ит к асимметрии полуволн выходного напряжения. С ростом частоты переключения тносительная разница полуволн напряжения увеличивается, так как длительность ронтов остается постоянной, а период уменьшается.

В автоколебательном режиме работы преобразователя в случае асимметрии схемы акже появляется постоянная составляющая тока, но из-за автоматической регулировки оотношения длительностей полупериодов она может быть значительно меньше. Более ого, использование в такой схеме индуктивного элемента с сердечником из материала прямоугольной петлей гистерезиса, насыщение которого определяет момент пере-броса схемы, почти полностью сводит на нет постоянную составляющую. В генераторе независимым возбуждением, естественно, такой элемент помочь не может, так как ежим переключения задается извне.

Таким образом, основной причиной появления постоянной составляющей тока вляется неравенство длительностей полупериодов выходного напряжения, связанное асимметрией входного напряжения, а также с различием характеристик триодов (осо-енно при высокой частоте коммутации).

Симметричность переключающего напряжения может быть достигнута подбором триодов в задающем генераторе (преобразователе в автоколебательном режиме) и ис-ользованием в нем трансформатора с сердечником из материала с прямоугольной етлей гистерезиса. Разницу во времени переключения триодов преобразователя можно значительно уменьшить за счет сокращения времени переключения, что до-тигается применением управляющего напряжения, имеющего большой пик в начале каждого полупериода.

Физический факультет
Московского государственного
университета им. М. В. Ломоносова

Поступило в редакцию
16 XII 1960

ПАРАМАГНИТНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ 10-*см* ДИАПАЗОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИОНОВ Fe^{3+} В КОРУНДЕ

Н. В. Карлов, Ю. П. Пименов, А. М. Прохоров

К настоящему времени экспериментально установлена возможность использования ионов Fe^{3+} в корунде в парамагнитных усилителях 3-*см* диапазона [1, 2]. Интересно выяснить возможность использования этого материала для создания РПУ в диапазоне волн 10 *см*. В этом случае можно выбрать несколько вариантов уровней иона Fe^{3+}. Мы экспериментально исследовали только один вариант, при котором использовалась уже имеющаяся у нас резонаторная система ПУ. Тригональная ось кристаллического электрического поля была перпендикулярна внешнему постоянному магнитному полю. В этом случае уровни энергии двух неэквивалентных систем ионов Fe^{3+} совпадают. Для усиления использовался переход между нижними уровнями, которые при параллельной ориентации могли бы быть охарактеризованы квантовыми числами $M = \pm 1/2$. В качестве вспомогательного перехода использовался переход $-1/2 \leftrightarrow -3/2$. Частота вспомогательного излучения составляла ~14 000 *Мгц*. В используемом резонаторе высокочастотное магнитное поле сигнала было перпендикулярно внешнему магнитному полю и тригональной оси кристалла.

Усиление и генерация наблюдались при температуре 2°К. Величина постоянного магнитного поля составляла примерно 380 *эрс*. Величина произведения усиления на полосу в этом случае оказалась небольшой главным образом потому, что имеющийся у нас образец корунда содержал небольшое количество ионов железа. Из этих предварительных опытов можно сделать вывод, что корунд с Fe^{3+}, по-видимому, является материалом, пригодным для создания ПУ дециметрового диапазона волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, 1959, **36**, 919.
2. J. E. King, R. W. Terhune, J. Appl. Phys., 1959, **30**, 1844.

Поступило в редакцию
26 IX 1960

РЕГЕНЕРАЦИЯ В ФЕРРИТЕ НА СВЧ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПРОДОЛЬНОЙ НАКАЧКИ

А. Л. Микаэлян, А. А. Васильев, В. В. Дьяченко

В работе [1] авторы исследовали явления, происходящие в намагниченном феррите, подвергавшемся воздействию переменного магнитного поля круговой поляризации большой амплитуды (т. е. поля накачки).

Суть этих явлений, механизм которых впервые рассмотрел Г. Сул [2], сводится к следующему. При возбуждении в феррите «магнитостатических» колебаний на частотах ω_1 и ω_2, связанных соотношением

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_p, \qquad (1)$$

где ω_p — частота поля накачки, потери собственных колебаний на частотах ω_1 и ω_2 можно компенсировать за счет энергии поля накачки; при этом поле накачки играет роль источника, вызывающего периодические изменения свойств феррита. При некоторых «пороговых» значениях поля накачки, когда потери в феррите будут скомпенсированы, наступит генерация колебаний на частотах ω_1 и ω_2.

В статьях [1, 2] исследовался только случай, когда поле накачки однородно поляризовано по кругу в плоскости, перпендикулярной оси намагничивания (тип $\overline{1}$, 0).

Настоящее сообщение посвящено исследованию аналогичных явлений в ферритовой сфере, испытывающей воздействие поля накачки h_p, ориентированного вдоль подмагничивающего поля H_0^e (направление этого поля совмещено с осью z).

При таком направлении поля накачки взаимодействовать между собой могут уже иные магнитостатические колебания, чем рассмотренные в работе [1].

Как и в [1], будем рассматривать малую ферритовую сферу, размеры которой позволяют применить приближения магнитостатики.

Определяя намагниченность $4\pi M_1$ на частоте ω_1 из системы уравнений

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma[\vec{M}\vec{H}], \quad \mathrm{rot}\,\vec{H} = 0, \quad \vec{H} = \mathrm{grad}\,\Psi \qquad (2)$$

получим *

---

* Везде приняты те же обозначения, что и в [1].

$$4\pi M_{x_1} = \chi_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} - jk_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} - \alpha\, h_p \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial x} + j\beta h_p \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial y},$$

$$4\pi M_{y_1} = \chi_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} + jk_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} - \alpha h_p \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial y} - j\beta h_p \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial x}, \tag{3}$$

где

$$\chi_1 = \frac{\omega_0 \omega_M}{\omega_0^2 - \omega_1^2}; \quad k_1 = -\frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_0^2 - \omega_1^2}; \quad \alpha = \frac{\gamma \omega_M (\omega_0^2 - \omega_1 \omega_2)}{2(\omega_0^2 - \omega_1^2)(\omega_0^2 - \omega_2^2)};$$

$$\beta = \frac{\gamma \omega_M \omega_0 (\omega_2 - \omega_1)}{2(\omega_0^2 - \omega_1^2)(\omega_2^2 - \omega_2^2)}. \tag{4}$$

При помощи уравнения $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ и выражений (3) легко получается следующая система уравнений для потенциалов магнитостатических колебаний на частотах ω_1 и ω_2:

$$\mu_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi_1 + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} = \alpha h_p \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi_2^*,$$

$$\mu_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi_2 + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} = \alpha h_p \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi_1^*. \tag{5}$$

Если поле накачки отсутствует ($h_p = 0$), то система (5) распадается на два независимых уравнения, описывающих свободные магнитостатические колебания на частотах ω_1 и ω_2. При наличии поля накачки эти колебания оказываются связанными между собой.

Метод исследования системы написанных уравнений полностью аналогичен методу, примененному в работе [1]. Поэтому мы опустим все промежуточные математические выкладки и приведем лишь окончательные результаты, определяющие типы взаимодействующих колебаний и амплитуду поля накачки, соответствующего порогу генерации.

1. Колебания, имеющие нулевой второй индекс, т. е.

$$2,0,1;\ 3,0,1;\ 4,0,1 \text{ и т. д.} \tag{6}$$

взаимодействуют «сами с собой». Это так называемый «вырожденный» случай, когда $\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2}\omega_p = \omega$. Следует отметить, что поскольку третий индекс для колебаний высоких типов может принимать различные значения*, возможен также «невырожденный» случай. Для примера укажем на взаимодействующую пару 4, 0, 1 — 4, 0,2.

Для иллюстрации рассмотрим формулу, определяющую порог генерации колебания типа 2, 0, 1. Она имеет вид

$$\frac{h_p}{\Delta H} \geqslant 2 \frac{\omega_0^2 + \omega^2}{|\omega_0^2 - \omega^2|} = \frac{5}{2} \frac{H_0^e - \frac{4}{3}\pi M}{4\pi M} \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \tag{7}$$

при условии резонансной настройки типа 2, 0, 1, когда $\omega_0^2 - \omega^2 = -\frac{4}{5}\omega_0 \omega_M$ (см., например, работу [1]). Результаты расчета по этой формуле для различных внешних подмагничивающих полей приведены на рис. 1.

2. Ко второй группе взаимодействующих колебаний относятся пары

$$\begin{matrix} 3,\bar{1},0\text{—}3,1,1 & 4,\bar{1},0\text{—}4,1,1 \\ & 4,\bar{2},0\text{—}4,2,1 \end{matrix} \quad \text{и т. д.,} \tag{8}$$

т. е. колебания круговой поляризации с противоположными направлениями вращений. Следует отметить, что третий индекс может иметь и ненулевое значение, если подобное колебание существует (для примера отметим взаимодействующую пару 3, $\bar{1}$, 1—4, 1, 1).

* Эти колебания имеют различные собственные частоты.

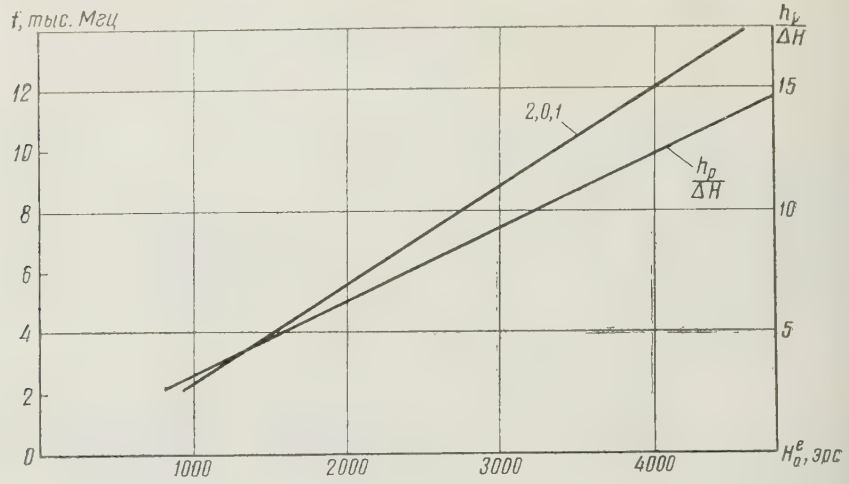


Рис. 1

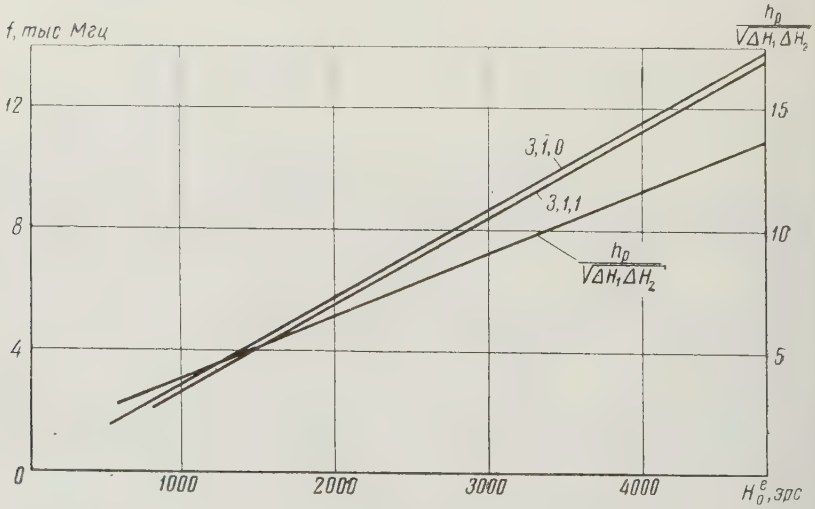


Рис. 2

Формула, определяющая порог генерации низшей пары колебаний $3,\bar{1}$ — 3, 1, имеет вид

$$h_p^2 \geqslant \frac{\left(8\mu_1\mu_1'' - 4\mu_1 k_1'' - 4k_1\mu_1'' + 27\mu_1'' - k_1''\right)\left(8\mu_2\mu_2'' + 4\mu_2 k_2'' + 4\mu_2'' k_2 + 27\mu_2'' + k_2''\right)}{\left[\alpha\left(4\mu_1 + k_1 - 4\mu_2 + 27\right) - \beta\left(4\mu_2 + 1\right)\right]\left[\alpha\left(4\mu_2 + 4k_2 + 4\mu_1 + 27\right) - \beta\left(4\mu_1 + 1\right)\right]}. \quad (9)$$

Расчет проводился при условии настройки каждого из колебаний в резонанс, определяемый соотношениями

$$k_1 - 27\mu_1 - 4\mu_1^2 + 4\mu_1 k_1 - 4 = 0,\ k_2 + 27\mu_2 + 4\mu_2^2 + 4\mu_2 k_2 + 4 = 0. \quad (1$$

Первое уравнение имеет два корня, соответствующих колебаниям типов 3, 1 и 3, $\bar{1}$, 1. Результаты расчета для пары 3, $\bar{1}$, 0 — 3, 1, 1, представлены на рис. Как видим, величина порога генерации имеет тот же порядок, что и в случае накачки круговой поляризации, рассмотренном в [1]*.

* Пороговые значения поля накачки для пары колебаний 3, $\bar{1}$, 1—3, 1, 1, как показали расчеты, получаются такого же порядка.

В заключение отметим, что явление генерации в ферритах недавно наблюдалось экспериментально [3] в случае типов колебаний 3, $\bar{1}$, 0 — 3, 1,1 при мощности подкачки 1 *вт* (частоты этих типов равнялись 4626 и 4570 *Мгц* соответственно).

Расчет по приведенному графику рис. 2 дает при этих условиях величину $h_p = 5{,}5\,\Delta H$. Для использовавшегося в эксперименте полуволнового резонатора по подкачке и феррита с $2\Delta H = 0{,}4$ *эрс* это соответствует мощности $\sim 0{,}6$ *вт*, что близко к указанной выше экспериментальной цифре.

Аналогичные предварительные эксперименты, проведенные авторами, также подтвердили возможность усиления и генерации колебаний. Усиление для вырожденного случая (колебание типа 2, 0, 1) порядка 20 *дб* при полосе пропускания 20 *Мгц* наблюдалось с шариком монокристалла диаметром 1,9 *мм* при импульсной мощности подкачки, равной 20 *вт*. Порог генерации половинной частоты, определенный по формуле (7) при ширине кривой использованного феррита 3 *эрс*, составляет около 5 *вт*.

ЛИТЕРАТУРА

А. Л. Микаэлян, А. А. Васильев, Взаимодействие магнитостатических колебаний в ферритовом образце при регенерации. Ч. I—II, Радиотехника и электроника, 1961, **6**, 4, 5, 639, 789.

H. Suhl, Theory of ferromagnetic microwave amplifier, J. Appl. Phys., 1957, 28, 11, 1225.

R. T. Denton, A ferromagnetic amplifier using longitudinal pumping, Proc.I.R.E., 1960, 5, 937.

Поступило в редакцию
24 VI 1960

СПИНОВЫЙ ГЕНЕРАТОР

В. Г. Веселаго

Спиновый генератор представляет собой автоколебательную систему, частота генерации которой определяется прецессией ядерных или электронных спинов в магнитном поле. Такая система может обеспечить изменение частоты по определенному закону в зависимости от изменения магнитного поля, что впервые предложил Шмельцер [1]. Очень перспективно также использование спинового генератора для измерения и стабилизации магнитного поля в установках ядерного магнитного резонанса высокого разрешения. При этом существенно, чтобы рабочее вещество спинового генератора было неподвижным, так как частота генерации спинового генератора с подвижным образцом [2, 3, 4] зависит от скорости его течения и от изменения величины поля в разных точках пути следования рабочего вещества. Краткая теория спинового генератора с неподвижным образцом приведена в работах [5, 6].

Блок-схема построенного нами спинового генератора представлена на рис. 1. Катушка с образцом помещена в поле постоянного магнита напряженности $H = 5000$ *эрс*. Величина поля может незначительно изменяться при помощи подмагничивающих катушек. Частота прецессии протонов в поле H равна $\sim 20{,}3$ *Мгц*. Катушка с образцом входит в состав двойного T-образного моста. Выход моста через резонансный усилитель на частоту 20,3 *Мгц* соединен с его входом. Общая частотная характеристика всего тракта, включающего в себя мост с образцом и усилитель, изображена на рис. 2. Центральный узкий пик ширины ± 100 *гц* соответствует разбалансу мостовой схемы за счет ядерного магнитного резонанса в образце, а широкие максимумы по краям обусловлены неполной балансировкой моста в широком диапазоне. Для успешной работы спинового генератора необходимо, чтобы величина центрального пика была больше величины боковых максимумов, иначе спиновый генератор будет работать на боковой частоте, не контролируемой сигналом ядерного магнитного резонанса. Так как обычно используемая [7] схема T-образного моста очень узкополосна, мы применили схему с «пустым контуром» [8], представленную на рис. 3. Баланс моста достигается регулировкой подстроечных конденсаторов C_1 и C_2, которые должны быть выполнены очень тщательно для достижения максимальной стабильности. Ослабление моста на резонансной частоте составляет ~ 80 *дб* и сохраняется за время порядка нескольких часов.

В качестве усилителя в спиновом генераторе применен переделанный приемник типа КВМ, настроенный на частоту 20,3 *Мгц*. Напряжение с гнезд «выход ПЧ» подается на специальный балансный смеситель. На этот же смеситель подается напряжение с гетеродина приемника КВМ, в результате чего образуется сигнал той же частоты, что и на входе приемника, т. е. 20,3 *Мгц*. Полоса пропускания приемника равна 3 *кгц*, а общее усиление, необходимое для работы спинового генератора, около

10^3. Измерение частоты генерации производилось при помощи волномер-гетероди на который подавалось напряжение со входа мостовой схемы.

Для запуска спинового генератора мостовая схема настраивалась на максимальн затухание сигнала с частотой 20,3 *Мгц*, причем поле уводилось в сторону от резонанс Затем поле устанавливалось равным резонансному значению и коэффициент усилен

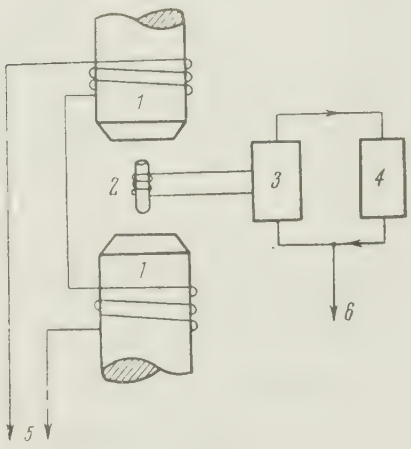


Рис. 1

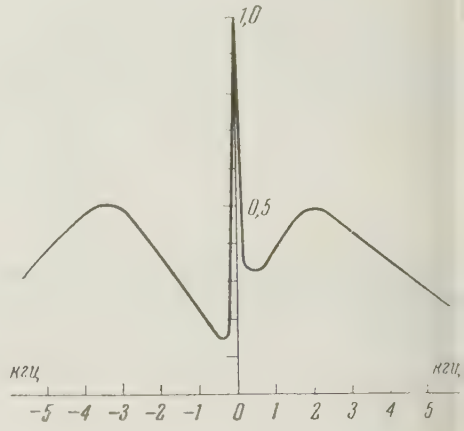


Рис. 2

Рис. 1. Блок-схема спинового генератора:

1 — магнит; *2* — катушка с образцом; *3* — мостовая схема; *4* — усилитель; *5* — смещение маг ного поля; *6* — выход к волномер-гетеродину

Рис. 2. Частотная характеристика спинового генератора

усилителя увеличивался до тех пор, пока не возникала генерация. Амплитуда ко баний составляет ~0,01 *в*. Отношение сигнал/шум больше 10. Частота колеба пропорциональна магнитному полю и «следит» за полем в диапазоне ±500 *гц*. Из ение настройки приемника КВМ на 2—3 *кгц* приводит к изменению частоты гене ции всего лишь на 20—25 *гц*.

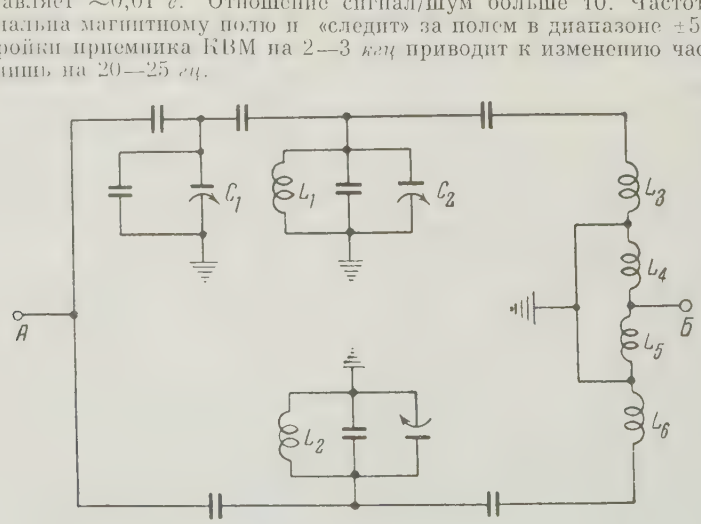


Рис 3. Мостовая схема:

А — вход; *Б* — выход; C_1, C_2 — регулировка баланса; L_1 — катушка «пустого контура»; L_2 — катушка с образцом; L_{3-6} — фазовый трансформатор

Для увеличения интервала, в котором частота спинового генератора следи изменением магнитного поля, необходимо применить более широкополосный мост, может быть достигнуто путем уравнивания добротностей рабочего и «пустого» конту

В заключение автор выражает большую признательность А. М. Прохоро К. В. Владимирскому за ряд советов и дискуссию; студенту МГУ Ю. В. Косич за помощь при снятии характеристик спинового генератора; М. С. Матяев Л. В. Завьялову за помощь при монтаже аппаратуры.

ЛИТЕРАТУРА

O. Schmelzer, Lectures on the theory and design of an alternating-gradient proton synchrotron, Geneva, 1953.
Ф. И. Скрипов, Докл. АН СССР, 1958, **121**, 998.
H. Benoit, P. Grivet, L. Guibe, M. Sauzade, J. phys. et radium, 1958, **19**, 905.
M. Pettig, Optik aller Wellenlängen, Berlin, 1959, 68.
К. В. Владимирский, ЖЭТФ, 1957, **33**, 532.
С. С. Курочкин, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 2, 198.
H. L. Anderson, Phys. Rev., 1949, **76**, 1460.
G. E. Pake, J. Chem. Phys., 1948, **16**, 327.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступило в редакцию
21 XI 1960

ХРОНИКА

3-е ВСЕСОЮЗНОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ

24—29 октября 1960 г. Комиссией по электронной микроскопии АН СССР вместно с Научно-техническим обществом радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова было созвано в Ленинграде 3-е Всесоюзное совещание по электронной микроскопии. На секциях совещания было заслушано 160 сообщений по вопросам: 1) электронной оптики и физических применений, 2) приборостроения и общей методики и парирования, применения: 3) в металловедении, 4) химии и технике, 5) биологии медицине*. В работе совещания участвовали 700 человек.

Совещание было открыто Председателем Оргкомитета акад. А. А. Лебедевым.

На первом пленарном заседании обзорный доклад «Современные электронные микроскопы» сделал Ю. М. Кушнир. Как и в прошлые годы, просвечивающие микроскопы продолжают занимать ведущее положение в электронной микроскопии. Наряду с тенденцией к дальнейшему улучшению разрешающей способности приборов отмечается стремление ко все большей универсализации (нагрев, охлаждение, растяжение объектов, киносъемка процессов, газовая микрокамера и др.). Были перечислены последние модели отечественных и зарубежных микроскопов различных классов.

Все большее значение приобретает в последние годы высоковольтная и низковольтная микроскопия. Первая позволяет исследовать более толстые объекты, проводить микродифракционные исследования участков порядка долей микрона (более мелкие участки нельзя привести в соответствие с электронно-микроскопическими изображениями из-за влияния магнитного поля промежуточной линзы) и, наконец, получать стереоснимки для исследования объемной структуры объектов. Большие результаты в области высоковольтной микроскопии достигнуты в СССР. Низковольтная микроскопия (5—15 *кв*) открывает интересные перспективы благодаря повышению контраста изображения (контраст увеличивается примерно в 10 раз, а разрешение ухудшается всего в два раза). Перспектива в исследовании живых и влажных объектов открылась в электронной микроскопии после работ, проведенных в СССР по созданию газовой камеры, где объекты могут исследоваться при давлении, близком к атмосферному. Обнадеживающие результаты получены по применению усилителей яркости для исследования объектов при пониженной электронной нагрузке.

Наряду с развитием просвечивающих микроскопов как за рубежом, так и в СССР ведутся многообещающие работы по созданию электронных микроскопов для прямого исследования массивных объектов (эмиссионные, отражательные, зеркальные, растровые).

В заключение докладчик остановился на современном состоянии ряда других электронно-оптических приборов: электронографах, анализаторах энергии электронов, интерференционных и фазовых микроскопах, рентгеновских теневых микроскопах, микроанализаторах. В целом доклад показал успехи, достигнутые в СССР в области приборостроения в последние годы, и отметил ряд недостатков, которые могут и должны быть ликвидированы для дальнейшего успешного развития электронной микроскопии в нашей стране.

* * *

На секции электронной оптики и физических применений электронной микроскопии был заслушан ряд докладов по вопросам теории электронной оптики. Большой интерес был вызван сообщением А. Г. Власова и Д. М. Крупп «Расчет полей электронных линз», где решается задача Дирихле и используется метод разбиения иследуемой области на ячеек, причем ячейки ограничены поверхностями такой системы ортогональных координат, в которой уравнение Лапласа интегрируется методом разделения перемен. Метод обобщается на случай ограничения поверхностей ячеек любыми фигурами щения для осесимметричных систем.

На вопросы А. М. Страшкевича, Г. В. Дер-Шварца о возможности широкого использования счетно-решающих устройств, общности предлагаемого докладчиком А. Г. Власовым, метода и допустимых приближений было сообщено, что зад

* В настоящем сообщении отражены материалы, которые представлены руководителями секций совещания, кроме секции биологии и медицины.

ешанного типа могут решаться приближенно. Целесообразно для каждого случая ставлять индивидуальную программу; можно, однако, использовать и стандартное ограммирование.

В дискуссии между А. Г. Власовым и Г. В. Дер-Шварцем были обсуждены инимаемые в расчете допущения и оценена степень точности результатов.

Работа Г. В. Дер-Шварца и В. П. Рачкова «Расчет линз, возбуждаемых постоянными магнитами» содержала метод расчета полей магнитостатических нз с упрощением предпосылок: принята равномерная намагниченность; при помощи ого расчета находятся оптимальные размеры магнита с достаточной для практики иностью.

В прениях было указано, что не во всех случаях допустимо такое упрощение граничных условий (например, не учитываются углы, края и т. д.).

П. П. Касьянков и К. П. Дутова доложили работу «К вопросу аберрациях электронно-оптических систем». Работа представляет существенный терес, так как в ней рассмотрена задача в общем случае для аберраций третьего рядка. Методом траекторий выводятся формулы коэффициентов аберраций без едположения о том, находится предмет или изображение в поле или пространстве, ободном от поля.

В дискуссии выступали Г. Г. Дутов, Ю. В. Воробьев. Возник вопрос, в какой мере формул докладчика П. П. Касьянкова могут быть получены результаты, имеюиеся в работах Глазера. По утверждению докладчика формулы Глазера получаются к частный случай из результатов докладываемой работы, но коэффициенты несколько личаются.

О. И. Семан отметил, что доложенная работа интересна в двух аспектах: 1) связь стем с пучками, не ограниченными диафрагмами, с системами, содержащими диаф гмы, 2) применение метода траекторий к системам с магнитной иммерсией.

А. Г. Власов указал, что нецелесообразно выбирать при расчете наклонный луч главный.

А. Н. Пилянкевич в сообщении «Расчет характеристик рассеивания электронов на свободных атомах» дал теорию характеристик рассеивания электронов средх энергий. Эти вопросы интересны для оценки контраста электронных микроскоческих изображений. Для расчета используются волновые функции самосогласованного поля Хартри-Фока, учитываются обменные взаимодействия и асимметрия спределения атомных электронов.

Расчет произведен в предположении наличия рассеивания на свободных атомах; докладе обсужден вопрос о зависимости сечений от апертурного угла объективной нзы микроскопа. При больших апертурах аналогичные результаты Ленца не являются точными.

Выступивший затем А. Я. Вятскин интересовался влиянием пучка, проходяго через объект, на эффект смещения атомов и молекул, рассеивающих электроны. ак разъяснил докладчик, указанный эффект им не учитывался, хотя он и имеет ачение для вопросов разрешения электронного микроскопа.

А. М. Страшкевич в сообщении «Исследование внегауссовских траекторий поле электростатической квадрупольной линзы» выводит уравнения траектории ряженной частицы для внегауссовской области. Исправлена ошибка Бернара и Хю. оказано, что (как в квадрупольной линзе, так и в ряде других полей) минимальное клонение имеет та траектория, которая идет симметрично относительно плоскости имметрии поля. В гауссовской области это уже не имеет места.

При обсуждении результатов работы П. П. Касьянков и О. И. Семан уточнили тали заслушанной работы, касающиеся структуры поля по направлению осей прямугольной координатной системы и допущения докладчика о том, что размеры сферических электродов малы по сравнению с расстоянием между ними.

Г. Г. Дутов в докладе «Электронная оптика зондовых систем» рассмотрел дачу о создании электронного пучка малого размера, выяснил роль аберраций нз, в частности сферической аберрации второй линзы системы, и установил целеобразность применения неосесимметричных устройств для зондовой системы.

В последующем обсуждении работы, в котором приняли участие Г. В. Дер-Шварц, С. Сбитникова и другие, было установлено, каковы: величина предельно пустимых токов (без учета эффекта объемного заряда), применимость формулы Либна и Дюрандо, возможность расчета сферической аберрации последней магнитой линзы для тонкой системы.

Заслушанные теоретические исследования по электронной оптике отражают ремление к более глубокому изучению природы аберраций с целью их уменьшения и давления, поиски наилучших и более простых систем фокусировки для современных росвечивающих, эмиссионных и растровых систем.

На секции был заслушан также ряд докладов, посвященных физическим примениям электронной микроскопии.

Ю. М. Кушнир и А. Н. Кабанов сообщили о применении электронго анализатора для исследования энергетического состава электронов, отраженных металлов. Построенный авторами ранее анализатор на 75 *кв* обладает чувствительстью 0,5 *в*. Регистрация велась не только фотографическим методом, но и более вершенно, используя ФЭУ и электронный потенциометр типа ЭПВ, что давало точ

ное измерение интенсивности линий на энергетическом спектре электронов. Варьир вались углы падения и отражения, определялось отношение упруго- и неупруго-отр женных электронов. Изучена температурная зависимость характеристических поте в железе, титане, сплавах алюминия и других объектах.

Выступавшими по этому докладу (А. Я. Вятскин, Г. В. Спивак) была отмече как значимость работы, так и желательность улучшения условий на поверхности изу чаемых объектов; объекты не подвергались обезгаживанию и тщательной очисти В частности, на измерения у титана могут накладываться явления, вызванные эффе том поглощения газов, имеющихся в приборе. Авторами установлено, что в спект α Fe есть 2 серии характеристических потерь: одна серия резко изменяется при изм нении кристаллической структуры, т. е. при переходе α-Fe в γ-Fe. Результаты хоро согласуются с теорией парных столкновений. В случае Ti при изменении кристалл ческой структуры, вызванном изменением температуры α-Ti и β-Ti, спектр так изменяется качественно.

Серия докладов была посвящена применению электронной микроскопии к физи полупроводников: 1) структура и фотоэлектрические свойства тонких слоев сернист го свинца (Р. Я. Берлага, М. И. Руденок); 2) исследование механизма образован слоев сернистого свинца (Г. И. Дистлер, С. А. Дарюсина); 3) электронно-микроскоп ческое и электронно-графическое исследования поверхности германия (Р. Я. Берл га, П. П. Коноров, М. И. Руденок); 4) исследование адсорбции ионов некотор металлов из воды при промывке германия и кремния (В. С. Сотников, Ф. Б. Ник шова); 5) изучение полупроводниковых вискерсов (нитевидных монокристалло при помощи электронного микроскопа (И. Г. Соротенко, Г. В. Спивак, И. Г. Сто нова, З. М. Осадько); 6) применение электронного зеркала для исследования эле трических неоднородностей на поверхности полупроводников (Д. В. Кормилицы И. К. Ощепков).

В первом сообщении Р. Я. Берлага доложил о том, что при помощи элек ронного микроскопа обнаружены игольчатые образования, расположенные пара лельно действовавшему молекулярному пучку. Выяснилось большое значение пр фильных снимков, давших более ценные данные, чем метод отпечатков.

Выступивший по докладу В. Н. Верцнер не согласился с утверждением автор о наличии игл на поверхности. Наиболее приемлемой трактовкой процесса формир вания структуры поверхностей, при наличии молекулярного пучка, следует счита образование дендритных форм.

Докладчик по второй теме указал, что слои сернистого свинца получались хим ческим путем. Электронная микроскопия позволила проследить, как развивает процесс формирования слоя из соответствующих зародышей. Интересным явля ся наблюдение авторов о существенной роли подложки (кристаллической или амо фной).

В третьей работе, доложенной П. П. Коноровым, установлена связь меж скоростью поверхностной рекомбинации и характером травления поверхности. К отметил докладчик, в ответ на поставленный вопрос, поверхность шлифовалась абр зивными частицами размером 100 *мк*, что и вызвало наличие грубых неоднородност германия.

Четвертое сообщение этого цикла работ сделала Ф. Б. Никишова, отм тившая наличие присадок меди, серебра и золота, появляющихся в результате те нологии обработки и промывки полупроводников.

Пятое сообщение по этому циклу исследований сделал И. Г. Сиротенк рассказавший об исследовании в газовой камере, разработанной И. Г. Стояновой, структуре полупроводниковых нитевидных монокристаллов, окислов вольфрама молибдена, получаемых прокаливанием в атмосфере. Производилось изучение в пр екторе автоэлектронной эмиссии в условиях высокого вакуума.

Выступавшие по докладу И. Л. Сокольская, Ю. М. Полукатов, Д. В. Игнат интересовались картиной автоэлектронной эмиссии отдельного вискерса, эффект влияния температуры нитевидных монокристаллов на их испарение и размеры.

Следующее сообщение по этому циклу работ сделал Д. В. Кормилицы Было показано на снимках применение электронного зеркала для наблюдения p— перехода у германия и кремния; p—n-переход наблюдается в виде тонкой полоски (ув личение 100 ×) на границе раздела.

Докладчику были заданы многочисленные вопросы по поводу устройства пр бора, условий его питания, метода приготовления объекта, возможности наблюден деталей структуры p — n-перехода.

Выступивший по докладу Г. В. Спивак отметил значение доложенной рабо для изучения природы p — n-перехода, указал на необходимость улучшения констру ции зеркала, повышения светосилы прибора и целесообразность дальнейшего ра вития этого направления как перспективного метода изучения структуры микр полей.

Вопросам исследования электрических и магнитных микрополей были посвяще еще три работы. Первая из них — «Электронно-оптическое измерение электрическ и магнитных микрополей на поверхностях» — была сообщена Н. Н. Седовы Г. В. Спиваком, Н. Ф. Исаевой. Была установлена количественная свя между яркостью картины, полученной при помощи вторичной или фотоэмиссии,

кальным полем на эмиттере. Изображение на экране эмиссионного микроскопа объективно регистрируется при помощи фотоумножителя или же клеткой Фарадея. Метод дает возможность изучать и измерять распределение полей по поверхностям твердых тел.

В сообщении А. В. Дружинина и Б. Н. Попова «Определение работы выхода микроучастков термокатодов» докладывалось об измерении тока в плоскости изображения прессованных и *Л*-катодов в высоковакуумном эмиссионном микроскопе ($\simeq 5 \cdot 10^7$ *мм* рт. ст.), построенном авторами. Из этих измерений по формуле Ричардсона определялась локальная работа выхода.

Г. В. Спивак отметил, что контраст изображения даже в указанных сильных электрических полях зависит от тангенциальной составляющей «поля пятен», что вносит ошибку в определение работы выхода.

Докладчик согласился с тем, что измерения в середине эмиссионного центра нажнее, чем на краях.

В докладе Л. В. Лазаревой и Г. В. Спивака «Электронно-микроскопическое наблюдение магнитных микрополей при помощи отпечатков» показана возможность при помощи реплик наблюдать магнитные неоднородности. Такая возможность обусловлена тем, что магнитные неоднородности и деформации поверхности связаны друг с другом. Было найдено соответствие между картинами, получаемыми при помощи порошковых фигур, и электронно-микроскопическими снимками.

Ю. А. Скаков обратил внимание на систему полос на электронно-микроскопических снимках и связь их с направлением прокатки материала, а Н. Н. Буйнов указал на желательность наблюдений при магнитном поле, наложенном на образец.

О применении ионной бомбардировки для выявления дислокаций в кристаллах сообщили В. Е. Юрасова, А. А. Предводителев и Н. А. Тяпунина. В этой работе, доложенной Н. А. Тяпуниной, была показана возможность выявления дислокаций ионной бомбардировкой, что дает ряд существенных преимуществ по сравнению с другими способами.

Ю. А. Скаков, Н. Н. Буйнов, Поляков и др. интересовались контролем за температурой образца, формой фигур ионного травления, характером спиральных образований при формировании поверхностных фигур.

Сообщение В. Г. Бравинского, В. П. Иванова, А. М. Решетникова было посвящено применению электронного микроскопа для исследования процесса разрушения керамики. Исследуемые образцы подвергались изгибу. Их поверхность изучалась при наличии лаковых реплик, оттененных хромом.

Металлические порошки при помощи электронного микроскопа изучал К. Н. Наритоков. Исследовались порошки, полученные разными способами, в частности, и те, которые получаются при электрической эрозии металлов.

В. Б. Остроумов обратил внимание на желательность исследования мельчайего карбонильного железа, а Н. Н. Буйнов указал на желательность более дельного контроля как градиента температуры, так и других особенностей эксперимента.

На секции приборостроения и общей методики препарирования по разделу Электронные микроскопы в проходящих электронных лучах был заслушан ряд докладов.

Сообщение «Оптика электронных микроскопов ЭМ-5 и ЭМ-7» В. Н. Верцнера, Ю. В. Воробьева, Г. А. Богдановского, Ю. М. Ворона и Т. В. Ченцова описывало устройство этих приборов. В микроскопах применены: а) конденсорная линза, уменьшающая участок объекта, облучаемый электронами, до 5—10 *мк*, б) нерегулируемые стигматоры в конденсорной и промежуточной линзах и электромагнитный стигматор с вращающимся полем в объективе; в) электромагнитная юстировка объектива и подвижные полюсные наконечники в промежуточной линзе; г) юстировка, при которой на ускоряющее напряжение накладывается переменное напряжение с частотой 50 *гц*. Достигается разрешающая способность 15—12 Å.

Отвечая на вопросы П. А. Стоянова и И. Г. Горшкова, докладчик Ю. М. Ворона сообщил, что основное различие микроскопов ЭМ-5 и ЭМ-7 заключается в схеме питания: в ЭМ-7 используется высокочастотная схема и ускоряющее напряжение повышено до 80 *кв*.

Ахроматизация линз в многолинзовых магнитных электронных микроскопах рассматривалась П. А. Стояновым. Для подавления полевой хроматической аберрации применена двойная промежуточная линза. Объектив и проектив ахроматизированы обычным путем.

Отвечая на вопросы Г. В. Дер-Шварца, А. Г. Власова, П. П. Касьянкова и Н. Н. Верцнера, докладчик сообщил, что дисторсия не проявляется. Наличие же двух промежуточных линз не затрудняет фокусировку. Суммарная аберрация принимается равной арифметической сумме всех аберраций. Хроматическая аберрация вращения компенсируется встречным включением обмоток обеих промежуточных линз.

Ю. В. Воробьев отметил, что полевые хроматические аберрации, которые могут быть исправлены ахроматизацией системы в микроскопе высокого разрешения, пренебрежимо малы по сравнению с осевой хроматической аберрацией. Оценка полевой хроматической аберрации промежуточной линзы, приводимая докладчиком (0,5 Å)

для микроскопа с разрешением 5 Å, завышена, по крайней мере на порядок. Введ ние двух промежуточных линз, по мнению Ю. В. Воробьева, не оправдано.

В сообщении «Светоэлектронный микроскоп ЭМ-6» В. Н. Верцнер В. А. Никифорова, Г. А. Богдановского, В. В. Козелкина Ю. В. Щетнева описывалось устройство прибора. В приборе имеется сочетан электромагнитного объектива, монокристаллического экрана высокого разрешения светового микроскопа. Фотографирование ведется при увеличениях 3000, 5000 10000× и экспозициях от 3 до 20 *сек* при помощи насадки, использующей фоток меру «Зенит С». Разрешающая способность лучше 100 Å.

Отвечая на вопросы Ю. М. Кушнира, И. Г. Стояновой, А. М. Страшкевич П. А. Стоянова, А. И. Макарова, Ю. Ф. Щетнев сообщил дополнительно, что пр желании прибор может быть сделан портативным. Существенно, что плотность то на объекте по крайней мере на 2—3 порядка ниже, чем в обычных электронных ми кроскопах. Наблюдаемая небольшая нерезкость микрофотографий на периферии обу ловлена качеством светового объектива. В микроскопе вакуум создается диффузио ным насосом с воздушным охлаждением. Преимуществом ЭМ-6 является просто конструкции и удобство обращения с ним. А. Н. Кабанов отметил, что возмож пойти по линии еще большего упрощения и сокращения размеров прибора. А. Е. Пр ценко указал, что такие микроскопы представляют большой интерес для биолого

В докладе «Исследование магнитопроводов линз электронного микроскоп П. А. Стоянова, Л. Ю. Вольфсона проводилось сравнение полей ра сеяния линз с разными магнитопроводами. Отмечено, что в случае магнитопроводов пермаллоя поля рассеяния резко уменьшаются.

А. Г. Власов в своем выступлении отметил, что из приведенных рисунков видно, что углы магнитопровода представляют особые точки. Это — дефект метод Г. В. Дер-Шварц указал, что работа очень важна, так как качество изображен в микроскопе существенно лимитируется полями рассеяния.

Ю. В. Воробьев доложил работу «Анализ аберраций, возникающих вслед ствие дефектов изготовления и юстировки электронных микроскопов». Дефекты изг товления объективной линзы приводят наряду с осевым астигматизмом к появлению других аберраций. Предлагается электромагнитный компенсатор для подавления абе раций. Сравниваются методы юстировки микроскопов и показывается, что для обесп чения высокого разрешения расстояние между вольтовым и магнитными центрами должно превосходить 3 — 4 *мк*.

Отвечая на вопросы Г. В. Дер-Шварца, П. А. Стоянова, докладчик сказал, ч расхождение центров обусловлено полями рассеяния. Допуски на юстировку завис от режима работы микроскопа. Сейчас критерия для контроля рассчитанной аберра еще нет. Контроль полюсных наконечников по астигматизму недостаточен для реал зации предельных разрешений. Надо найти новые пути контроля.

П. А. Стоянов отметил, что работа имеет большое значение и что создание полю ных наконечников с малой астигматической разностью фокусных расстояний обесп чит получение высокого разрешения. В. Н. Верцнер указал, что в настоящее врем нет заметного продвижения в отношении повышения предельной разрешающей спосо ности приборов. Аналогичное положение было в свое время с астигматизмом до поя ления стигматоров. Имеют место неустраненные аберрации, и лишь после создани способов их компенсации и контроля произойдет заметное продвижение вперед.

Работа «Юстировка электронного микроскопа при помощи электромагнитны полей» была сообщена П. А. Стояновым. Рассматривались предназначенные дл юстировки прибора электромагнитные системы отклонения электронного пучк эквивалентные по своему действию двум призмам.

Г. В. Дер-Шварц отметил, что из его опыта применения подобных систем сл дует, что настроить их будет очень трудно. В. Н. Верцнер указал, что электромагни ная юстировка уже используется ряд лет в электронных микроскопах ЭМ-5 и ЭМ- Однако надо учесть, что так как поля рассеяния зависят от возбуждения нелинейн то при переходе к другим ускоряющим напряжениям юстировка будет сбиваться

О модернизации микроскопа УЭМ-100 сообщили С. В. Безлепкин Ю. М. Кушнир, Г. В. Дер-Шварц, П. В. Зайцев и Л. Б. Розе фельд. Разработана промежуточная линза, которая устанавливается в тубу объектива. Имеется селекторная диафрагма типа «кошачий глаз». Прибор приспос ливается для наблюдения и при микродифракции.

П. А. Стоянов, Н. М. Гришина сделали доклад «К устранению астигм тизма промежуточной линзы электронного микроскопа с помощью стигматора п микродифракции». Для повышения качества микродифракционной картины в пром жуточной линзе микроскопа УЭМБ-100 используется электромагнитный стигмато выполненный из двух пар катушек. Искажения масштаба электронограмм не набл далось.

На заседании секции приборостроения, посвященном электронным микроскоп разных типов и другим приборам для изучения микроструктур, были заслушаны сл дующие сообщения.

Г. В. Спивак, И. А. Прямкова, Д. В. Фетисов, А. Н. Кабанов, Л. В. Лазарева, А. И. Шилина доложили работу «Зеркальны электронный микроскоп для изучения структур поверхностей твердых тел». Сообщ

ются данные о цельнометаллической модели зеркального электронного микроскопа, представляющего дальнейшее развитие конструкции прибора для наблюдения микрогеометрии, электрических и магнитных микрополей поверхностей твердых тел. Особенностью прибора является высокая чувствительность и возможность тонкого исследования поверхностной микроструктуры благодаря тому, что электроны практически останавливаются вблизи изучаемой поверхности, сильно модулируются поверхностными полями и уходят, унося информацию об изучаемой структуре. Доклад иллюстрировался снимками доменных структур кобальта, ферритов, сегнетоэлектриков, поверхностей монокристаллов германия и меди, травленных ионной бомбардировкой. Зеркальный микроскоп имеет осветительную систему с конденсором, фотокамеру, промежуточную линзу, электронное зеркало, механизмы юстировки и перемещения по трем координатным осям объекта. Объект можно подогревать, измерять температуру и осуществлять подмагничивание. Магнитным полем в области объекта кроме того повышается светосила прибора.

Отвечая на вопросы З. Я. Берестневой и Г. В. Дер-Шварца, Г. В. Спивак сообщил, что наблюдаемые образцы могут быть произвольной формы; их поверхность предварительно очищается слабым ионным травлением, которое выполняется вне прибора.

Выступивший по докладу В. Н. Верцнер отметил большую перспективность изложенной работы. С развитием таких приборов появляются новые возможности. Можно непосредственно наблюдать и оценивать величину микрополей, тогда как другие методы позволяют судить о них лишь по косвенным наблюдениям.

По тему «Некоторые вопросы отражательной электронной микроскопии» сделали сообщение Ю. М. Кушнир, С. З. Безлепкин, Г. В. Дер-Шварц, П. В. Зайцев, Ю. В. Куликов, Л. Б. Розенфельд, Л. А. Титов и И. С. Трутнева. В разработанном приборе угол наклона образца к оси микроскопа составлял 20—30°. Электронная пушка обеспечивала высокую плотность электронов на объекте. Изображение объекта можно наблюдать на экране усилителя яркости. Были вычислены допуски на точность изготовления линз и их юстировку. Дополнительно отвечая на вопросы З. Я. Берестневой, Г. В. Спивака, Г. Г. Дуновой, А. В. Смирновой и Б. А. Остроумова, Г. В. Дер-Шварц сообщил, что для предохранения некоторых объектов приходится снижать напряжение. Температуру объектов в дальнейшем предполагается измерять автоматически, пока она определялась пирометрически. Апертура пучка была порядка $5 \cdot 10^{-3}$ радиана; электронная яркость не определялась. Диаметр кроссовера 14 *мк*. Отношение масштабов в двух направлениях равно 3. Облучение при больших углах с осью прибора дает худшее качество.

А. М. Соловьев и В. Н. Верцнер сообщили о некоторых вопросах, возникающих при разработке рентгеновского микроанализатора. По условиям работы микроанализатора вторую линзу следует выбирать длиннофокусной с определенным коэффициентом сферической аберрации. Для получения максимальной плотности тока в пятне заданного диаметра электронно-оптическая система должна работать с уменьшением $M = d_{\text{источн}}/d_{\text{зонд}}$. Необходимы и достаточны три юстировки: перемещение венельтового цилиндра относительно анода, наклон пучка между линзами и подвижка диафрагмы второй линзы.

Отвечая на вопросы Г. В. Дер-Шварца и И. С. Сбитниковой, А. М. Соловьев сообщил, что при расчете диаметр источника принимался равным «полуширине» кроссовера. Для компенсации сферической аберрации рассчитана и осуществляется несимметричная оптическая система.

Доклад на тему «Некоторые проблемы растрового микроскопа с рентгеновским микроанализатором» был сделан Ю. М. Кушниром, Д. В. Фетисовым, Е. К. Расплетиным, Б. И. Почтаревым, Ф. У. Спектор и А. Н. Кабановым. Оптическая система разрабатываемого прибора состоит из двух уменьшающих электростатических линз и снабжена стигматором. Создается электронный зонд размером в десятые доли микрона. Приемником является вторичный электронный умножитель ГОИ (ВЭУ). Собранный макет опробован как растровый электронный микроскоп. Система рентгеновского микроанализатора находится в отладке.

Отвечая на вопросы М. И. Цыпина, Б. Н. Малышева, Г. В. Сапарина, Г. В. Спивака и Н. Н. Буйнова, Ю. М. Кушнир дополнительно сообщил, что область анализируемых элементов будет такой же, как у приборов со статическим зондом. Из-за рассеяния электронов в образцах применять зонд меньше 0,5 *мк* не имеет смысла. Увеличение на экране кинескопа было 2000—2500 ×. Пока получено лишь изображение в электронных лучах, в дальнейшем предполагается получать изображение и в рентгеновских лучах. Сейчас ничего нельзя сказать о природе образования контраста в изображении p — n-перехода, который наблюдался авторами.

Сообщение «Объективный метод регистрации энергетических спектров для электростатического анализатора» сделали А. Н. Кабанов, Ю. М. Кушнир, Д. В. Фетисов, М. П. Моисеева. В анализаторе скоростей до 75 *кв* постоянство разрешения обеспечивается плавным изменением потенциала анализирующей линзы, чем обеспечивается неизменность траекторий электронов с разной энергией. Этим же исключается искажение распределения электронов по интенсивности.

Приемниками могут быть ФЭУ и ВЭУ. Исследовались характеристические потер у ряда объектов в режимах прохождения и отражения.

Отвечая на вопросы П. Д. Токарева и А. Я. Вятскина, А. Н. Кабанов сообщил что ток, проходящий через вторую щель, был порядка 10^{-9} *а*. Выступивший П. Д. Т карев отметил, что следует ввести за второй щелью устройство, модулирующее ток р гистрируемого пучка с частотой в несколько герц. В этом случае можно было бы и пользовать усилитель переменного тока. Таким путем удается с достаточной точность измерять токи 10^{-12}—10^{-14} *а* с высокой стабильностью.

Доклад о приспособлении магнитного объектива для эмиссионного электронно микроскопа сделали А. М. Розенфельд и П. В. Зайцев. Разрабатываемы магнитный объектив за счет отсутствия экранировки цилиндром Венельта долже повысить разрешающую способность эмиссионного микроскопа ЭЭМ-75. Была прив дена конструкция объектива и демонстрировалась микрофотография, полученная с е использованием.

На вопросы В. В. Поливанова и Г. В. Спивака А. М. Розенфельд ответил, ч величина нестабильности электрического питания, необходимая для получения 100 не определялась. Вероятно, она такая же, как и для обычных микроскопов. В свя с большими искажениями в объективе пришлось, к сожалению, пользоваться слабо частью магнитного поля.

В сообщении «Анализ способов осуществления и использования рентгеновски микроскопов» Х. И. Мамаджанова приводились известные из литературы данные о контрасте и разрешающей способности рентгеновских микроскопов разны систем.

Третье заседание секции приборостроения было посвящено методам исследования аппаратуре для препарирования и фотоматериалам.

И. С. Ренский и П. А. Стоянов сообщили об исследовании некоторы типов фотопластинок, пригодных для фотографирования в электронном микроскоп Были приведены сведения о результатах применения электронно-графических пла стинок и фотопластинок для ядерных исследований.

Отвечая на вопросы Ю. С. Ченцова и Н. Г. Сушкина И. С. Ренский сообщил что численных данных по электронной контрастности объекта и разрешающей способ ности электронно-графических пластинок авторы не имеют; разрешающая способност ядерных пластинок составляет 40 штрихов на 1 *мм*.

И. А. Фомина рассказала о современных фотоматериалах для фотографир вания в электронном микроскопе. Результаты сенситометрических исследовани мелкозернистых ядерных фотопластинок типов МК и МР показали, что во всем диап зоне использованных интенсивностей не наблюдаются отклонения от закона взаим заместимости. Пластинки обладают высокой чувствительностью и контрастом при в сокой разрешающей способности. Приведены рецепты проявителей.

Отвечая на вопросы З. Я. Берестневой, Б. С. Колчева, С. Б. Стефанова И. С. Мельниковой и А. К. Пакидина, докладчица сообщила, что чувствительност пластинок МР выше, чем пластинок МК, обладающих большей разрешающей способ ностью. Срок годности пластинок полгода.

Большой интерес вызвало сообщение И. Г. Стояновой «Физико-техниче ские основы метода газовой микрокамеры в электронной микроскопии». Камера в ми кроскопе УЭМБ-100 позволяет проводить исследование препаратов, находящихся в газовой среде. Имеется возможность при небольших временах облучения сохранят жизнеспособность микроорганизмов. При помощи камеры можно будет проследит динамику кинетических реакций между твердой и газообразной фазами. Выступив ший по докладу В. М. Кушнарев отметил, что приведенные микрофотографии бак териальных клеток имеют очень низкое разрешение. Трактовка происходящих в ми кроорганизмах изменений, данная автором, является спорной. Как указал А. Д. Гиль ман, замечание В. М. Кушнарева не может умалить значимость для биологов и др. газовой камеры. Выступивший также Г. О. Багдыкьянц сообщил, что каме ра — ценное дополнение к микроскопу. Она особенно будет полезной при изучени кинетики химических реакций. Для этого следует предусмотреть простейшие манипу ляторы, при помощи которых можно было бы приводить в контакт компоненты. Дл изучения кинетики следовало бы предусмотреть кинематографическую регистрацию Ю. М. Кушнир указал, что разработка газовой камеры была начата для изыскани возможности исследования живых объектов в микроскопе. И. Г. Стоянова с боль шим успехом провела разработку оригинальной камеры.

Заключая выступления по докладу, В. Н. Верцнер отметил, что газовая камер является интересной новой разработкой. Однако если в настоящее время она може быть применена для исследования химических объектов, то в области биологически исследований ее использование все же не решает основного вопроса — снижения доз рентгеновской радиации, которая убивает микроорганизмы даже при кратковременно их нахождении под электронным пучком. В этом отношении перспективным явля ется телевизионный метод наблюдения изображения — телевизионный электронны микроскоп. Его применение позволит снизить плотность тока на объекте на 3—4 по рядка.

Доклад «Об ультрамикротоме УМД-4» сделали А. М. Рубинштейн М. И. Дашевский. Магнитострикционный микротом УМД-4 позволяет полу

ать срезы толщиной от 50 до 500 Å при числе срезов от 15 до 60 в 1 *мин*, а также
акронные срезы. Площадь срезов может доходить до 4 *мм*². В микротоме использу-
ся термоподача. При возвратном движении объект отводится от ножа на 4 *мк* за
ет магнитострикции. Скорость резания изменяется от 18 до 60 *см/мин*.

Отвечая на вопросы В. М. Кушнарева и Л. М. Решетникова, А. М. Рубинштейн
казал, что скорость резания выбрана на основании результатов, полученных на
редыдущем микротоме М. И. Дашевского. Авторам приходилось резать довольно
ердые объекты, такие, как катализаторы и мягкие минералы. При обсуждении работы
. М. Кушнарев указал, что при получении срезов с биологических объектов нужна
ольшая скорость резания. Шведские микротомы обеспечивают скорость резания
0 *мм/сек*.

Я. Ю. Комиссарчик и В. Ф. Машанский рассказали об опыте ра-
оты на серийном отечественном ультрамикротоме УМТ-2. Шестимесячные испытания
МТ-2 показали на широком круге гистологических объектов возможность уверен-
ого получения серий недеформированных срезов равномерной толщины в 100 Å
площадью до 1—1,5 *мм*². Получено высокое разрешение на микрофотографиях.
тмечены недостатки: неудачное расположение двигателя и бинокулярного микро-
копа, малое количество держателей объекта, отсутствие возможности непрерывно
зменять скорость резания.

Отвечая на вопрос М. И. Дашевского, Я. Ю. Комиссарчик сказал, что скорость
езания составляет 50 и 25 *мм/сек* и что сморщивания срезов не происходит при
равильной установке ножа.

С. Б. Стефанов отметил, что конструктивно микротом УМД-4 представляет
яд преимуществ по сравнению с микротомом УМТ-2: отсутствие мотора и механи-
еского привода, возможность плавного изменения скорости резания.

Большой интерес присутствующих вызвало сообщение «Установка для трав-
ения поверхностей металлов, диэлектриков и полупроводников ионной бомбардиров-
ой (модель УИТ-3)» Г. В. Спивака, Ф. Ф. Кушнира, В. Е. Юра-
овой. Описывается новая модель установки для травления поверхностей твердых
ел ионной бомбардировкой. Возможности установки иллюстрируются микрофотогра-
иями, выявляющими зернистую структуру, симметрию кристаллических плоско-
тей, фигур скольжения, деталей структуры зерен, дислокаций и др. Исследование
труктуры может вестись на образцах, нагретых до 1200°С при наличии механического
оздействия сжатием или растяжением. Процесс травления наблюдается при помощи
линнофокусной системы оптического микроскопа и фотографируется без выноса
бразца из вакуума. Для целей электронно-микроскопического исследования обра-
ец непосредственно в вакууме может покрываться угольной, кварцевой или другой
ленкой — репликой. Методика травления ионной бомбардировкой имеет ряд преиму-
еств по сравнению с другими способами травления.

Отвечая на многочисленные вопросы, В. Е. Юрасова дополнительно сообщила,
то время травления изменялось в широких пределах и определяло глубину травле-
ия. Глубина травления зависит линейно от плотности тока. Форма и толщина об-
азцов могут быть произвольными. Исследования механически деформированных
бъектов носили пока предварительный характер. Травление проводилось в неоне и
ргоне, не подвергавшихся предварительной очистке. Местного локального нагрева
бразцов не было.

Д. В. Игнатов отметил, что при ионном травлении могут образовываться окислы
происходить распад основного вещества объекта. Поэтому необходимо контролиро-
ать состав электронно-графически.Выступивший затем П. И. Соколовский указал,
то для металловедов эта методика может быть очень полезной, особенно если пользо-
аться устройством для проведения деформации образца. Методику следует тщательно
трабатывать, чтобы не воспроизводить продукты окисления.

Об универсальной вакуумной установке для напыления сообщили К. П. Бон-
аренко, Б. Н. Гречушников, Г. И. Дистлер, В. С. Чудаков
Г. Д. Шнырев. Универсальная установка обеспечивает проведение вакуумного
спарения и катодного распыления. Объекты в установке могут охлаждаться до
—170°С и нагреваться до 500°С. Во время испарения можно изменять угол уста-
овки образцов относительно испарителя, а также производить их вращение с задан-
ой скоростью. Достигаемый вакуум без вымораживания $2 \cdot 10^{-5}$ *мм* рт. ст., при вымо-
аживании $5 \cdot 10^{-6}$ *мм* рт. ст.

Отвечая на вопросы, Г. Д. Шнырев сообщил, что установка может быть исполь-
ована также и для испарения порошков тугоплавких металлов.

Л. Б. Розенфельд и А. И. Макаров доложили работу «Ионно-оп-
ический метод изготовления диафрагм с малыми отверстиями». При помощи разрабо-
анной ионной пушки, дающей пучок сечением в 2—3 *мк*, можно получать отверстия
равильной круглой формы диаметром от 2 до 100 *мк* в металлах, диэлектриках и
олупроводниках.

Отвечая на вопросы А. А. Петровой, Ю. М. Вороны, Ю. С. Веселянского,
Л. Б. Розенфельд сообщил, что степень отступления отверстия от круга определя-
тся в основном структурой металла. При отверстии в 50 *мк* эллиптичность неза-
ачна. Из молибденовой жести хорошие диафрагмы не получались. По всей види-
ости, можно применять ионное травление для очистки апертурных диафрагм.

На заседании секции приборостроения по источникам питания электронных микроскопов и отдельным конструктивным разработкам были заслушаны следующие сообщения.

«Источник питания электронных линз микроскопа с высоким разрешением» В. В. Поливанова, В. В. Ильина и Р. В. Погудиной. В разработанном источнике нестабильность тока объективной линзы не превышает 0,0004%. Плавность и точность регулировки (до 0,0008%) тока обеспечиваются в широких пределах.

П. А. Стоянов указал, что авторы создали схему питания с высокой стабильностью. Кроме того, они осуществили такую схему регулировки, которая позволит производить ряд снимков возле положения фокуса с заданным изменением величины тока. Последнее повысит выход годных снимков.

О высоковольтном источнике питания электронного микроскопа с высоким разрешением сообщил А. В. Изъюров. В созданном источнике питания на 100 *кв* применена схема каскадного высокочастотного выпрямителя, обеспечивающая нестабильность в сумме с пульсациями 0,0005%. Измерение нестабильности осуществлялось непрерывно схемой с чувствительностью 0,0001%. Такой источник может обеспечить разрешение в 5 Å.

Выступивший В. В. Поливанов указал, что по принятой методике при расчете нестабильности определяющим всегда является максимальный выброс напряжения за время определения, без учета его длительности. Последнее приводит к неоправданному повышению определяемой величины нестабильности.

В. Н. Верцнер указал на необходимость разумного подхода в определении нестабильности с учетом статистического веса наблюдаемых выбросов напряжения, т. е. с учетом их числа и длительности.

В сообщении Д. В. Фетисова и А. Н. Кабанова «Малогабаритные бронированные вводы высокого напряжения» было доложено о конструкции бронированного ввода высокого напряжения, осуществленной и испытанной авторами.

П. А. Стоянов и В. В. Козелкин отметили, что сочленение фарфор — оргстекло в высоковольтном вводе не держит напряжения, а испытание предложенного ввода даже при удвоении размеров показало их непригодность при напряжениях 60—70 *кв*.

Затем было сделано сообщение «Вакуумные переключатели» Д. В. Фетисова, Б. И. Почтарева и А. Н. Кабанова — о конструкции полуавтоматических вакуумных переключателей, применяемых в ряде электронно-оптических приборов.

Как отметил В. Н. Верцнер, Д. В. Фетисов является у нас пионером по разработке и применению вакуумных клапанных переключателей без использования сильфонов. Работа всей его группы в этом направлении весьма плодотворна.

Ниже дается краткая информация по применению электронной микроскопии в химии. Из общего числа докладов в области химии, заслушанных на этой секции, подавляющее большинство было посвящено исследованию полимерных и силикатных материалов.

К. А. Бегновская, Л. Г. Сенаторская, Б. З. Берман и Б. А. Догадкин провели электронно-микроскопическое исследование латексных смесей. Они показали, что введение астабилизатора (типа казеина) в латексы пленки приводит к разрушению большей части глобул латекса и молекулы полимера, ранее заключенной в глобулы. Возникает возможность взаимодействия с сажей, которую вводят в пленки в качестве активного наполнителя.

З. Я. Берестнева, М. Б. Константинопольская и В. А. Кargин в качестве примера волокнистых неорганических веществ провели исследование гидроокиси алюминия волокнистого строения. Сопоставляя электронно-микроскопические и электронно-графические данные, авторы проследили изменение структуры препарата в зависимости от условий его получения.

Л. Н. Рашкович и В. П. Варганов изучали кристаллизацию некоторых гидросиликатов кальция в условиях гидротермальной обработки. Авторы установили факторы, обусловливающие временные превращения гидросиликатов, и показали, что эти превращения происходят только посредством растворения одной и выкристаллизования другой фазы. Электронный микроскоп позволяет следить за ходом процесса по изменению формы кристаллов.

З. М. Ларионова выполнила исследование гидратации различных вяжущих, в том числе сульфатированных, в быстротвердеющем и напрягающем цементах. Здесь электронный микроскоп дает возможность проследить кинетику образования, например, гидросульфоалюмината кальция в некоторых цементах на первых стадиях гидратации, когда возникающие кристаллические новообразования практически не видны под световым микроскопом. Есть все основания полагать, что полученные результаты помогут строителям более уверенно использовать указанные вяжущие материалы для производства железобетонных изделий.

Положительной чертой обеих рассмотренных работ является их комплексность: наряду с электронной микроскопией авторы широко применяли другие физические и химические методы, что позволило получить более глубокие и всесторонние сведения

изучавшихся системах. В меньшей степени такая комплексность была осуществлена при изучении структуры стекол (В. И. Шелюбский, Н. М. Вайсфельд), хотя и здесь электронная микроскопия зарекомендовала себя как весьма эффективный метод исследования при разработке стеклокристаллических материалов с заданными свойствами. Наконец, тщательно выполненные и представляющие несомненный интерес электронно-микроскопические исследования почв (Н. И. Горбунов, Л. П. Градусов) и глинистых материалов (Д. Д. Котельников) все же несколько потеряли в ценности вследствие игнорирования других методов.

Из других работ следует указать на хорошо проведенное исследование вторичной структуры карбонильного железа (А. А. Петрова и др.), в котором авторы установили связь между структурой таких препаратов и технологическими условиями их получения. М. Л. Петрова провела обстоятельные электронно-микроскопическое и электронно-графическое исследования пленок пиролитического углерода, в результате чего ей удалось установить зависимость между структурой пленок и условиями их образования, а также высказать новые представления о механизме образования пиролитического углерода.

Значительный интерес представляют новые методы, доложенные на совещании. В. И. Касаточкин, В. М. Лукьянович, Н. М. Попов и В. В. Чмутов при помощи электронного микроскопа-электронографа с ускоряющим напряжением 400 *кв* провели микродифракционное исследование структуры частиц сажи. Авторы смогли получить электронограммы от областей диаметром всего 0,06 *мк*, тогда как селективность микродифракции для обычных микроскопов с ускоряющим напряжением 100 *кв* составляет около 1 *мк*. Несомненно, высоковольтная микродифракция является весьма эффективным методом для исследования мозаичной структуры различных объектов.

Новые возможности, которые открываются в связи с применением рентгеновского микроскопа, были продемонстрированы Г. О. Багдыкьянцем и М. А. Цеповой на примере исследования ряда наполнителей в органических средах.

Совещание показало, что электронная микроскопия в химических исследованиях является важнейшим методом, поставляющим сведения о размерах, форме и характере агрегации частиц коллоидной степени дисперсности. В отличие от ряда других косвенных методов, в настоящее время только электронная микроскопия позволяет непосредственно и надежно получить указанные выше сведения, которые необходимы для решения ряда как принципиальных, так и прикладных вопросов. Следует отметить повышение методического уровня исследований, проведенных за последнее время. Помимо изучения порошкообразных материалов, для чего обычно достаточно простейшего препарирования, на совещании было доложено немало качественных работ по исследованию поверхностей твердых тел при помощи метода реплик (углеродных, кварцевых). Более широко начинают применять также метод ультратонких срезов для химического исследования.

Ниже дается краткое изложение работ, доложенных на секции по применению электронной микроскопии в металловедении.

В докладах С. Т. Кишкина, Н. С. Горчиковой, Э. В. Поляк, И. С. Мельниковой, А. В. Смирновой, М. И. Виноград, Г. А. Кокорина и Г. Л. Громовой были приведены данные, свидетельствующие об успешном применении электронного микроскопа при исследовании и разработке жаропрочных сплавов. Электронно-микроскопический метод позволяет установить количественные показатели, характеризующие структурное состояние металла в соответствии с различными условиями термической обработки или высокотемпературной деформации.

Применение электролитического способа выделения фаз, упрочняющих сплав, и ультразвуковой дезагрегации их осадков позволило дифференцировать частицы различных карбидных и интерметаллических соединений. Изучение неметаллических включений в некоторых литых сплавах позволило установить причины пониженной пластичности металла отдельных плавок при их идентичности по составу и способу производства.

В докладе Л. М. Утевского и М. П. Усикова были приведены исследования в электронном микроскопе УЭМБ-100 тонкой металлической фольги из нержавеющей стали, позволившие выявить распределение дислокаций после различной деформации, а также после отжига.

Об успешном применении метода тонких фольг к изучению дислокационной структуры железа было рассказано в сообщении Л. Г. Утевского.

В докладе Ю. А. Скакова и Тянь Шу-сэня сообщалось об исследовании мозаичной структуры и распределении дислокаций в алюминии методом тонких фольг, оксидных отпечатков и рентгенографическим методом. Было показано, что рентгеновские данные о величине и разориентировке блоков связаны с распределением дислокаций внутри фрагментов.

Об исследовании изменений тонкой структуры алюминия и его сплавов при деформации и отжиге сообщили Р. М. Лериман, В. И. Добаткин и С. И. Селецкая. Авторы судили о состоянии материала по виду фигур травления на оксидных отпечатках. Было найдено, что первые рекристаллизованные участки образуются на границах искаженных блоков.

М. Ф. Лонгинов и В. А. Зверева сообщили о разработанном им способе утонения металлических пластин для непосредственного изучения структуры в просвечивающем микроскопе.

Ряд сообщений Л. Г. Орлова и Л. М. Утевского, В. Р. Голика и Ю. С. Веселянского, а также Ю. И. Демкина был посвящен электронно-микроскопическому исследованию геометрии поверхности изломов стали. Приведенные материалы подтвердили перспективность применения электронного микроскопа к фрактографии, позволившего установить тонкие особенности вязкого и хрупкого разрушений металла и связь дислокационной структуры с процессами разрушения.

В докладе Е. С. Косякиной и В. С. Ивановой сообщалось о различии в изменениях структуры в результате усталостных испытаний стали 10 и стали ЭЯ-1Т.

Ряд докладов был посвящен установлению природы фаз в разных системах. К числу таких работ, выполненных с применением электронно-графического анализа, относятся: исследование сплавов Fe — C в тонких пленках (Л. С. Палатник, Г. В. Федотов, А. Г. Равлик), исследование переходного слоя между жестью и электролитическим осадком олова (Г. А. Кокорин, Н. И. Виткин), электронно-графическое исследование процессов карбидообразования в сталях (С. С. Дьяченко), исследование фаз, выделяющихся при старении технического железа (Ю. А. Скаков, С. К. Максимов).

В докладе В. В. Полотнюк, Л. А. Николаевой и Е. И. Рабинович были приведены интересные результаты электронно-микроскопического исследования структуры малоуглеродистой стали после деформационного и закалочного старения. К сожалению, авторы не могли использовать электронно-графический анализ для идентификации наблюдавшихся выделений.

Сообщение об электронно-микроскопическом исследовании структуры низкоуглеродистой стали после закалки и отпуска сделал П. Г. Сердюк.

В работе С. С. Дьяченко и Р. С. Каплан метод электронной микроскопии в комплексе с рядом других методов анализа (рентгеновский анализ тонкой структуры матрицы, химический и структурный анализ карбидных осадков) был использован для выяснения причин различия длительной прочности литой и кованой хромомолибден-ванадиевой стали.

В сообщениях М. А. Коткис на большом количестве примеров исследования специальных сталей, металлокерамики, усталостных изломов, изучения фосфатных покрытий показана целесообразность применения электронного микроскопа для успешного решения разнообразных технологических вопросов. Так, были установлены причины различной обрабатываемости шестерен, уточнены параметры процесса фосфатирования и пр. В докладе Г. В. Квятковской были приведены интересные данные о структуре конструкционных сталей, изготовленных при различных способах раскисления.

Доклады О. Н. Репковой, В. Н. Богословского и О. К. Шабалиной были посвящены электронно-микроскопическому исследованию особенностей порошков ферритов и окислов железа. В работе Д. И. Лайнера, М. А. Цыпина и А. С. Бай исследовано строение окалины на титане методом поперечных срезов.

Ряд докладов был посвящен вопросам методики: методика получения реплик с заданного участка шлифа (П. В. Чураев), электронно-микроскопическое определение преимущественной ориентировки поликристаллических металлов (Д. И. Лайнер, Е. И. Крупникова, А. С. Бай), структура электролитически полированных поверхностей (Г. С. Воздвиженский, Г. П. Дозидерьева, Г. А. Горбачук), характер травления шлифов углеродистых сталей (В. В. Полотнюк, Л. А. Николаева). Отмечены интересные свойства угольных и кварцевых отпечатков с полированных поверхностей: отпечатки в ряде случаев не проявляют структуру образца (Л. В. Лазарева, Т. Ф. Филиппова), рентгеновская микроскопия (Б. М. Ровинский, В. Г. Лютцау).

Приведенный здесь перечень докладов на секции металловедения показывает, что главными областями применения электронной микроскопии являются структура жаропрочных сплавов и сплавов, в которых происходят процессы выделения, изучение распределения дислокаций, структурные изменения при пластической деформации и разрушении металлов.

В методическом отношении следует отметить перспективность прямых исследований фольг, получаемых утонением массивных образцов. Можно отметить также, как очень важный итог совещания, более широкое применение электронографии, хотя микродифракция, к сожалению, была использована лишь в отдельных работах.

Следует отметить полное отсутствие докладов, посвященных исследованию поверхности металлов прямыми методами — при помощи эмиссионной или отражательной микроскопии, хотя уже известен ряд работ, показавших перспективность этих методов в металловедении.

Г. В. Спивак, В. Н. Верцнер, В. М. Лукьянович
Е. Е. Левин, Ю. А. Скаков

МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ СЕМИНАР ПО КАТОДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

(17-е заседание)

На заседании междуведомственного семинара по катодной электронике, состоявемся 28 ноября 1960 г. в Институте радиотехники и электроники АН СССР, слушано 6 докладов по термо- и вторично-электронной эмиссии.

Доклад И. А. Резголь был посвящен вопросу об оптимальных рабочих чках (по мощности и по кпд) на вольтамперной характеристике термоэлектронного реобразователя энергии. Путем искусственного разделения напряжения на нагрузке а две составляющих получены уравнения для режима максимальной полезной мощности и режима максимального кпд преобразования как для области характеристики полем, ускоряющим электроны, так и для области с тормозящим полем. Выведенные равнения оказались трансцендентными по отношению к величине напряжения на агрузке, но докладчик предложил несложный и физически наглядный метод графического решения выведенных им уравнений. Кроме того, он предложил находить абочую точку не на конкретной вольтамперной характеристике, а на универсальной, остроенной в приведенных координатах.

В докладе И. М. Дыкмана и П. М. Томчука рассмотрен вопрос об лектропроводности и термоэлектронной эмиссии горячих электронов в полупроводниках. Докладчики рассмотрели однородный электронный проводник с достаточно ольшой концентрацией электронов проводимости, находящихся в однородном элекрическом поле. Из кинетического уравнения вычислена функция распределения лектронов по импульсам при учете рассеяния электронов на оптических и акустических фононах, ионизованных примесях и электронах проводимости. Получен крите-ий, при выполнении которого распределение электронов в области средних энергий писывается максвелловской функцией распределения с электронной температурой $_э$, превышающей температуру решетки T. В области достаточно больших энергий более $\kappa T_э$) функция распределения также является максвелловской, но с температурой ешетки T. Указано, что для термоэмиссии горячих электронов важна вторая область ункции распределения, тогда как для электропроводности полупроводника — первая. ассчитана электропроводность полупроводников с нагретым электронным газом ее зависимость от концентрации электронов проводимости, поля и температуры обазца. Основное внимание уделено области низких температур решетки.

Выступившие в дискуссии М. И. Елинсон и В. Б. Сандомирский казали на необходимость подробного рассмотрения процесса ударной ионизации, роли ассеяния на оптических фононах, а также возможности получения большого тока миссии горячих электронов из полупроводников с большой концентрацией электонов проводимости.

Г. В. Дудко и О. В. Митрофанов сообщили об исследовании термомиссионных свойств некоторых граней монокристаллов вольфрама. Методом прямых ичардсона определялись работа выхода ψ и постоянная A для плоских поверхностей (площадь $\sim 0{,}5$ *см*^{2}) с различными кристаллографическими индексами. Использование рентгенографического метода позволило определить кристаллографическую риентировку исследуемой плоскости с высокой точностью. В докладе подробно освещены технология изготовления и конструкция экспериментального прибора. Измерения проводились в отпаянной лампе при вакууме порядка $1 \cdot 10^{-8}$— $5 \cdot 10^{-9}$ *мм* рт. ст.

Результаты исследований показали заметную разницу в термоэмиссионных постоянных различных граней монокристаллов вольфрама как при наличии пленки ария, так и без нее.

В дискуссии по докладу приняли участие В. П. Шредник, Б. Н. Попов, .. Р. Шульман и Л. Н. Добрецов, указавшие ряд причин, могущих снижать приведенную авторами точность определения температуры эмиттера, и отмечавшие недостаточно хорошие для экспериментов данного рода вакуумные условия.

О. В. Митрофанов сделал доклад «Изготовление и анализ монокристаллических вольфрамовых эмиттеров с заданной кристаллографической ориентировкой». Им были исследованы некоторые структурные особенности роста монокристаллов ольфрама в процессе выращивания в зависимости от режима рекристаллизации. азработанная докладчиком методика позволяет получать монокристаллические ольфрамовые эмиттеры объемом 1—3 *см*^{3} с заданной ориентацией.

И. В. Сиприков и Г. А. Чуйко в докладе «Экспериментальное исследование непрерывного вторично-электронного усиления» сообщили о цилиндрическом множителе с непрерывным падением напряжения по слою, без центрального фокусирующего электрода. В докладе приведено аналитическое выражение для коэффициента силения M умножителя, выведенное при ряде допущений, а также сообщены результаты исследования умножителей с сурьмяно-цезиевым эмиттером и со специально азработанным массивным непленочным эмиттером на основе ортотитаната магния ($2MgO \cdot TiO_2$).

При выбранных параметрах умножитель из $2MgO \cdot TiO_2$ показывает линейность арактеристик и дает $M = 10^5$ при напряжении на канале порядка $U_к = 4500$ *в*. Исследование вторично-эмиссионных свойств вещества на плоских образцах дает $_{макс} = 1{,}8$ при $U = 400$ *в*.

Выступивший после доклада Н. Л. Яснопольский указал, что принци работы прибора впервые был предложен и применен в фотоэлектронном умножител РС в 1939 г. Г. С. Вильдгрубе и В. С. Пархоменко.

В докладе Е. С. Машковой и В. А. Тимофеевой «Вторичная эмисси некоторых сегнетоэлектрических монокристаллов» приведены данные исследовани температурной зависимости вторичной электронной эмиссии сегнетоэлектрической несегнетоэлектрической модификаций монокристаллов ниобата калия ($KNbO_3$).

Докладчики нашли, что для несегнетоэлектрической модификации ниобата кали в интервале температур 250—650°С коэффициент вторичной эмиссии почти не зависи от температуры, что находится в согласии с результатами температурной зависимост вторичной эмиссии полупроводников, причем распределение вторичных электронов п энергиям является типичным для полупроводников.

Для сегнетоэлектрической модификации ниобатов калия наблюдался в окрест ности точки Кюри минимум коэффициента вторичной эмиссии.

К. А. Акопов, Н. А. Карелина, В. И. Покалякин, Г. В. Степанов

ПОПРАВКА

В № 4, 1961 г., стр. 680, 1-я строка снизу, следует читать:
В. Л. Патрушев

Kfki Számítástechnikai Könyvtára

CONTENTS

Lopukhin V. M. Motional power theorem and its application to electron-beam devices (Review) . . . 683
Mitiashev B. N. Noiseproof feature of two methods of pulse signals reception . . . 706
Druzhinin G. V. Load reservation of electron scheme elements . . . 716
Kalinin A. I. Long-distance tropospheric ultra-short waves propagation and influence of the Earth . . . 723
Novikov V. V., Makarov G. I. Pulse signals propagation over the plane homogeneous earth surface . . . 728
Kokurin Yu. L., Sukhanovskiy A. N., Alekseev Yu. I. Investigation of a model of ionospheric large-scale inhomogeneities by a radioastronomical method . . . 738
Krylov G. N. Electromagnetic field structure of directional antennae over the flat earth with the finite conductivity . . . 747
Yashkin A. Ya. One method of calculating straight and bend waveguides of a complex cross-section in systems permitting separation of variables . . . 754
Loshakov L. N. Coupling impedance in a microwave device with transvers interaction . . . 767
Musin A. K. Plasma movement in crossed electrical and magnetic fields . . . 770
Karasev M. D. Influence of parasitic parameters of a semiconductor diode upon the workfunction of a parametric amplifier . . . 779
Mikaelian A. L., Vasiliev A. A. Interaction of magnetostatic oscillations in a ferrite sample during regeneration. P. II. Conditions of exitation of oscillations in general . . . 789
Basov N. G., Nikitin V. V., Oraevskiy A. N. Investigation of masers frequency dependence upon different parameters. P. I (theory, line $J = 3, K=2$) . . . 796
Siulina G. A., Feshchenko G. A. Fe^{3+} spin levels in corundum . . . 806

BRIEF REPORTS

Haitun F. I. Increasing the transmission range of pulse signals of the given energy during noise with arbitrary spectrum . . . 815
Dubinskiy B. A. Method of ideal measurement of oscillation parameters . . . 818
Sukhov V. A. Characteristic impedance and attenuation of *TEM*-wave propagating along a multiconductor line consisting of rectangular conductors . . . 820
Yavich L. R. On calculation of cascade connections of n similar fourpoles . . . 824
Zeitlin M. B., Ilyina E. M. Field shape in BWT with distributed attenuation . . . 826
Shur A. A., Maximov G. S. One method of measurement of the fluctuations of radiowaves phase in the study of long-distance tropospheric propagation . . . 828
Gershenzon E. M., Ptytsina N. G., Rozhkova G. I., Etkin V. S. One-circuit parametric amplifier . . . 829
Vakhrameev A. N. Experimental investigation of forced oscillations in parametrically regenerated oscillating circuit . . . 835
Gershenzon E. M., Etkin V. S. Spectral and amplitude-frequency characteristics of superregenerative and parametric amplifiers . . . 837
Diakov Yu. E. Transfer function of superregenerative parametric amplifier . . . 838
Diakov Yu. E. On one error permitting in the study of a two-circuit parametric amplifier . . . 841
Kravtsov Yu. A. Account of combination frequencies in systems with periodically varying reactance . . . 841
Berestovskiy G. N. Influence of asymmetry upon the workfunction of push-pull semiconductor convertors with external exitation . . . 844
Karlov N. V., Pimenov Yu. P., Prokhorov A. M. Paramagnetic 10 cm-band amplifier using Fe^{3+} ions in corundum . . . 846
Mikaelian A. L., Vasiliev A. A., Diachenko V. V. Microwave regeneration in a ferrite through a longitudinal pumping . . . 846
Veselago V. G. Spin oscillator . . . 849

CHRONICLE

Spivak G. V., Werzner V. N., Lukyanovich V. M., Levin E. E., Skakov Yu. A. The 3d All-Union meeting on electron microscopy . . . 852
Akopov K. A., Karelina N. A., Pokaliakin V. I., Stepanov G. V. Interinstitutional seminar on cathode electronics (the 17th meeting) . . . 863

Цена 1 руб. 38 коп.

ОБЪЯВЛЕНИЕ

На электровакуумные приборы и источники света, выпускаемые Московским электроламповым заводом, издан иллюстрированный каталог, в котором указаны основные технические характеристики приборов, их особенности и назначение. Одновременно издан дополнительный выпуск № 1 дополнений и изменений за последнее время.

Стоимость каталога 2 руб., стоимость дополнительного выпуска 21 коп.

Каталог можно приобрести в отделе сбыта Московского электролампового завода *(г. Москва, Е-23, Электрозаводская ул., д. 23)*

1961 MAJ 29 1961 MAJ 31